

ISSN 0134-2452 (печатное издание)
ISSN 2412-6179 (электронное издание)

КОМПЬЮТЕРНАЯ ОПТИКА
COMPUTER OPTICS

Том 42
№3
Май – июнь

Volume 42(3)
May – June

Научный журнал
Компьютерная оптика

Том 42
№3
Май – июнь
2018 г.

ISSN 0134-2452 (печатное издание)
ISSN 2412-6179 (электронное издание)
Подписной индекс 36623.

Издаётся с 1987 года по инициативе
академика Е.П. Велихова, академика А.М. Прохорова
и профессора И.Н. Сисакяна.
В год – 6 номеров.

Главный редактор:

академик В.А. Соифер (Самара).

Заместители главного редактора:

д.ф.-м.н. Н.Л. Казанский (Самара),
д.ф.-м.н. В.В. Котляр (Самара).

Ответственный секретарь:

Д.В. Кирш (Самара).

Редакционная коллегия:

академик С.Ю. Желтов (Москва),
академик Ю.И. Журавлёв (Москва),
член-корреспондент РАН Б.В. Крыжановский
(Москва),

д.т.н. А.В. Куприянов (Самара),
д.ф.-м.н. В.С. Павельев (Самара),
академик В.Я. Панченко (Москва),
д.т.н. В.В. Сергеев (Самара),
д.ф.-м.н. С.Н. Хонина (Самара),
д.ф.-м.н. В.М. Чернов (Самара),
академик И.А. Шербаков (Москва),

профессор Финской академии наук Яри Турунен
(Йоенсуу, Финляндия),

академик Чин Куо-фан, Университет Цинхуа (Пекин, Китай),
профессор Кехар Сингх (Дели, Индия),
профессор Рихард Коваршич (Йена, Германия),
д-р Лиам О'Фаолэйн (Корк, Ирландия),
д-р Ольга Короткова (Майами, США),
д.ф.-м.н. С.С. Агаян (Техас, США).

Выпускающий редактор: Я.Е. Тахтаров (Самара).

Журнал ориентирован на учёных и специалистов, работающих по следующим научным направлениям: дифракционная оптика; информационные оптические технологии; нанофотоника и оптика наноструктур; анализ и понимание изображений, распознавание образов; геоинформационные технологии; цифровая обработка сигналов и изображений, кодирование и защита информации, технологии дистанционного зондирования Земли; анализ гиперспектральных данных; численные методы компьютерной оптики; интеллектуальный анализ видеопотоков.

Журнал индексируется и реферируется в наукометрических базах данных SCOPUS, Compendex, Web of Science – Emerging Sources Citation Index и РИНЦ.

Журнал входит в список «Информация об изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования (по состоянию на 14.06.2016)» на сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации <http://vak.ed.gov.ru/87>.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-67024 от 30 августа 2016 г.

- © Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»
© Федеральное государственное учреждение «Федеральный научно-исследовательский центр «Кристаллография и фотоника» Российской академии наук»

Journal
Computer Optics

Volume 42(3)
May – June
2018

ISSN 0134-2452 (print)
ISSN 2412-6179 (on-line)

The journal has been published since 1987 on the initiative of Academicians E.P. Velikhov, A.M. Prokhorov, and Professor I.N. Sisakyan.
Published bimonthly.

Editor-in-chief:

Academician V.A. Soifer (Samara, Russia).

Editors:

N.L. Kazanskiy, Doctor of Physics & Maths (Samara, Russia),
V.V. Kotlyar, Doctor of Physics & Maths (Samara, Russia),

Executive secretary:

D.V. Kirsh (Samara, Russia).

Editorial Board:

S.Y. Zheltov, Academician (Moscow, Russia),

Y.I. Zhuravlev, Academician (Moscow, Russia),

B.V. Kryzhanovskiy, Corresponding member of RAS
(Moscow, Russia),

A.V. Kupriyanov, Doctor of Techniques (Samara, Russia),

V.S. Paveliev, Doctor of Physics & Maths (Samara, Russia),

V.J. Panchenko, Academician (Moscow, Russia),

V.V. Sergeev, Doctor of Techniques (Samara, Russia),

S.N. Khonina, Doctor of Physics & Maths (Samara, Russia),

V.M. Chernov, Doctor of Physics & Maths (Samara, Russia),

I.A. Sherbakov, Academician (Moscow, Russia),

Jari Turunen, Professor of Finnish Academy of Science and Letters (Joensuu, Finland),

Jin Guofan, Academician, Tsinghua University (Beijing, China),

Kehar Singh, Professor (Deli, India),

Richard Kowarschik, Professor (Jena, Germany),

Liam O'Faolain, PhD (Cork, Ireland),

Olga Korotkova, PhD (Miami, USA),

Sos Agaian, Distinguished Professor (Texas, USA).

Issuing editor: Y.E. Takhtarov (Samara, Russia).

The intended audience of the Journal is researchers and specialists active in the following research areas: diffractive optics; information optical technologies; nanophotonics and optics of nanostructures; image analysis & understanding; information coding & security; earth remote sensing technologies; hyper-spectral data analysis; numerical methods in diffractive optics; intelligent imagery analysis.

The journal is abstracted and indexed in SCOPUS, Compendex, and Web of Science – Emerging Sources Citation Index.

- © Samara National Research University
© Federal Scientific Research Centre
"Crystallography and Photonics"
of Russian Academy of Sciences

СОДЕРЖАНИЕ

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. *Родин В.Г.* Некогерентный голографический коррелятор на основе микрозеркального модулятора 347
2. *Моисеева Н.М., Моисеев А.В.* Матричное решение задачи 4×4 методом Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна для плоского неоднородного анизотропного слоя 354
3. *Шойдин С.А., Трифанов А.В.* Формфактор голограмм сложных изображений 362
4. *Грейсх Г.И., Степанов С.А., Антонов А.И.* Сопоставительный анализ линзы Френеля и киноформной линзы 369
5. *Корешев С.Н., Смородинов Д.С., Никаноров О.В., Фролова М.А.* Распределение комплексной амплитуды и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, формируемой оптической системой при осевом расположении точечного объекта..... 377
6. *Стафеев С.С., О'Фаолейн Л., Котляр М.В.* Вращение двухлепесткового лазерного пучка в ближнем поле вихревого микроаксикона 385
7. *Котляр В.В., Налимов А.Г., Стафеев С.С.* Обратный поток энергии вблизи оптической оси в области острого фокуса оптического вихря с круговой поляризацией..... 392
8. *Карпеев С.В., Подлипов В.В., Хонина С.Н., Паранин В.Д., Решетников А.С.* Четырёхсекторный преобразователь поляризации, интегрированный в кристалл кальцита 401
9. *Котляр В.В., Ковалёв А.А., Налимов А.Г.* Обратный поток энергии для оптического вихря с произвольным целым топологическим зарядом 408
10. *Клычкова Д.М., Рябухо В.П.* Пространственный спектр сигнала когерентности при дефокусировке изображения объекта в цифровой голографической микроскопии с частично пространственно когерентным освещением 414
11. *Расторгуев А.А., Харитонов С.И., Казанский Н.Л.* Моделирование допустимых погрешностей расположения оптических элементов для космического гиперспектрометра, проектируемого по схеме Оффнера 424
12. *Хонина С.Н., Устинов А.В., Волоотовский С.Г.* Сравнение фокусировки коротких импульсов в приближении Дебая..... 432

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ, РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

13. *Плотников Д.Е., Колбудаев П.А., Барталёв С.А.* Выделение сезонно-однородных областей на основе анализа временных серий спутниковых изображений 447
14. *Камаев А.Н., Карманов Д.А.* Визуальная навигация автономного необитаемого подводного аппарата с глобальным поиском связей между изображениями 457
15. *Гашиников М.В.* Интерполяция на основе контекстного моделирования при иерархической компрессии многомерных сигналов 468
16. *Шаталин Р.А., Фидельман В.Р., Овчинников П.Е.* Применение плотных траекторий движения к задаче обнаружения нехарактерного поведения на видеоизображении 476
17. *Сирота А.А., Дрюченко М.А., Митрофанова Е.Ю.* Метод создания цифровых водяных знаков на основе гетероассоциативных сжимающих преобразований изображений и его реализация с использованием искусственных нейронных сетей 483

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И АНАЛИЗ ДАННЫХ

18. *Чернов В.М.* Вычисление преобразований Фурье – Галуа в редуцированных бинарных системах счисления 495
19. *Брянский С.А., Визильтер Ю.В.* Условные морфологические меры сложности и информативности изображений 501
20. *Астапенко Н.В., Кошеков К.Т., Колесников А.Н.* Методика автоматической регистрации 3D-измерений сыпучих объектов в зернохранилищах 510

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

21. *Пустовойт В.И.* О статье А.С. Мачихина, Л.И. Бурмак и В.Э. Пожара «Расчет интерференционной картины, формируемой переносящими изображения световыми пучками после дифракции на акустической волне в одноосном кристалле» 521

Актуальная редакция Правил подготовки рукописей для журнала «Компьютерная оптика» – на сайте журнала по адресу: <http://computeroptics.smr.ru> .

CONTENTS

OPTO-IT

1. Rodin V.G. A non-coherent holographic correlator based on a digital micromirror device	347
2. Moiseeva N.M., Moiseev A.V. The matrix solution of the 4×4 problem by the Wentzel-Kramers-Brillouin method for a planar inhomogeneous anisotropic layer	354
3. Shoydin S.A., Trifanov A.V. Form-factor of the holograms of composite images	362
4. Greisukh G.I., Stepanov S.A., Antonov A.I. Comparative analysis of the Fresnel lens and the kinoform lens	369
5. Koreshev S.N., Smorodinov D.S., Nikanorov O.V., Frolova M.A. Distribution of the complex amplitude and intensity in a 3D scattering pattern formed by the optical system for an on-axis point object	377
6. Stafeev S.S., O'Faolain L., Kotlyar M.V. Rotation of two-petal laser beams in the near field of a spiral microaxicon	385
7. Kotlyar V.V., Nalimov A.G., Stafeev S.S. The near-axis backflow of energy in a tightly focused optical vortex with circular polarization	392
8. Karpeev S.V., Podlipnov V.V., Khonina S.N., Paragin V.D., Reshetnikov A.S. A four-sector polarization converter integrated in a calcite crystal	401
9. Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Nalimov A.G. Backward flow of energy for an optical vortex with arbitrary integer topological charge	408
10. Klychkova D.M., Ryabukho V.P. Spatial spectrum of coherence signal for a defocused object images in digital holographic microscopy with partially spatially coherent illumination	414
11. Rastorguev A.A., Kharitonov S.I., Kazanskiy N.L. Modeling of arrangement tolerances for the optical elements in a spaceborne Offner imaging hyperspectrometer	424
12. Khonina S.N., Ustinov A.V., Volotovskiy S.G. Comparison of focusing of short pulses in the Debye approximation	432

IMAGE PROCESSING, PATTERN RECOGNITION

13. Plotnikov D.E., Kolbudaev P.A., Bartalev S.A. Identification of dynamically homogeneous areas with time series segmentation of remote sensing data	447
14. Kamaev A.N., Karmanov D.A. Visual navigation of an autonomous underwater vehicle based on the global search of image correspondences	457
15. Gashnikov M.V. Interpolation based on context modeling for hierarchical compression of multidimensional signals	468
16. Shatalin R.A., Fidelman V.R., Ovchinnikov P.E. Abnormal behavior detection based on dense trajectories	476
17. Sirota A.A., Dryuchenko M.A., Mitrofanova E.Yu. Digital watermarking method based on heteroassociative image compression and its realization with artificial neural networks	483

NUMERICAL METHODS AND DATA ANALYSIS

18. Chernov V.M. Calculation of Fourier-Galois transforms in reduced binary number systems	495
19. Brianskiy S.A., Vizilter Yu.V. Morphological conditional estimates of image complexity and information content	501
20. Astapenko N.V., Koshekov K.T., Kolesnikov A.N. Methodology of automatic registration of 3D measurements of bulk materials in granaries	510

A LETTER TO THE EDITOR

21. Poustovoit V.I. Some notes on the paper "Calculation of the interference pattern formed by image-carrying light beams diffracted by an acoustic wave in a uniaxial crystal" by A. S. Machikhin et al.	521
--	-----

Actual rules for manuscripts preparation for the journal:
<http://www.computeroptics.smr.ru/ENG/guidelines.htm>

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

НЕКОГЕРЕНТНЫЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ КОРРЕЛЯТОР НА ОСНОВЕ МИКРОЗЕРКАЛЬНОГО МОДУЛЯТОРА

В.Г. Родин¹

¹Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

Аннотация

Рассмотрена возможность применения в оптическом корреляторе микрозеркального модулятора в качестве устройства вывода голографических фильтров при квазимонохроматическом пространственно-некогерентном входном излучении. Представлена экспериментальная установка оптического коррелятора, собранная по схеме с одним объективом. Проведены эксперименты по распознаванию тестовых объектов при динамическом выводе синтезированных голографических фильтров на модулятор. Полученные результаты позволяют сделать вывод об успешном распознавании объектов в некогерентном корреляторе при использовании микрозеркального модулятора.

Ключевые слова: микрозеркальный модулятор, некогерентное излучение, корреляционный анализ, голографический фильтр.

Цитирование: Родин, В.Г. Некогерентный голографический коррелятор на основе микрозеркального модулятора / В.Г. Родин // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 347-353. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-347-353.

Введение

Оптические корреляторы – устройства, предназначенные для распознавания объектов по ряду их характеристик, – достаточно широко применяются в различных областях науки и техники. В большинстве корреляторов используется когерентное излучение [1–3], поэтому недостатками таких устройств, как правило, являются наличие фазовых шумов, строгие требования к точности юстировки оптических элементов и др. Для устранения многих из этих недостатков было предложено использовать в корреляторах квазимонохроматическое пространственно-некогерентное излучение [4, 5], что позволило расширить требования к источникам излучения и осуществлять распознавание объектов в реальном масштабе времени. В качестве фильтра-памяти в корреляторах обычно используют Фурье-голограммы, в т.ч. синтезированные на компьютере. Вывод таких голограмм может осуществляться при помощи пространственно-временных модуляторов света (ПВМС) [6]. В большинстве голографических корреляторов используются жидкокристаллические (ЖК) ПВМС [7–14]. Однако существенными недостатками ЖК ПВМС являются наличие флуктуаций фазы [15, 16] не только для фазовых, но даже для амплитудных ЖК ПВМС, относительно низкая контрастность выводимых изображений и не самое высокое быстродействие (порядка сотен герц). Все эти недостатки значительно затрудняют применение таких модуляторов в оптических корреляторах в задачах оперативного контроля в реальном масштабе времени.

В последнее время широко развилась технология создания микрозеркальных или DMD-модуляторов (*Digital Micromirror Device modulators*) [17], которые обладают быстродействием, значительно (на два-три порядка) превышающим быстродействие ЖК ПВМС. Данный вид модуляторов осуществляет амплитудную модуляцию с помощью отражения светового потока от матрицы микрозеркал, поэтому излучение не претер-

певает паразитную фазовую модуляцию. Сейчас такие модуляторы в основном применяются в видеопроекторах, но могут быть использованы и для записи и воспроизведения голограмм [18, 19]. Первые исследования возможностей применения DMD-модулятора в когерентных оптических корреляторах опубликованы в статьях [20, 21] в то время, когда технология DMD только разрабатывалась и не была коммерчески доступной. Характеристики тех модуляторов были гораздо хуже современных: разрешение матрицы – 128×128 пикселей, максимальная частота смены бинарных изображений – 8 кГц, а размер пикселя – 51 мкм – и не позволяли им успешно конкурировать с другими типами модуляторов. Между тем большой интерес представляет применение доступных на сегодняшний день гораздо более совершенных модуляторов в оптических распознающих устройствах.

В работах [22–24] была рассмотрена возможность использования современных DMD-модуляторов в корреляторах, использующих когерентное излучение. В работе [25] сообщалось об экспериментальной реализации некогерентного коррелятора на основе современного DMD-модулятора, в ней были проведены эксперименты по оценке влияния технологических погрешностей микрозеркального модулятора на формирование корреляционных сигналов. Данная работа продолжает эти исследования по распознаванию изображений в таком корреляторе при динамическом изменении параметров распознавания.

1. Применение технологии DMD в оптических корреляторах

Цифровое микрозеркальное устройство DMD (*Digital Micromirror Device*) является основным элементом в технологии DLP (*Digital Light Processing*), разработанной компанией Texas Instruments [17] для использования в видеопроекторах. Микрозеркала отражают падающее излучение в двух направлениях под углами

около $+15^\circ$ и -15° , одно из направлений соответствует состоянию светлого пикселя, другое – тёмного пикселя. Основными преимуществами этой технологии являются высокое качество изображения при максимальном разрешении 1920×1080 , малый размер пикселя матрицы (порядка 13 мкм), быстродействие (возможность смены бинарных изображений с частотой до 32 кГц) и др.

На качество выводимых изображений оказывают влияние технологические погрешности DMD-модуляторов: погрешность угла наклона микрозеркал, погрешность ориентации оси наклона микрозеркал, плоскостность выходного окна модулятора. Для многих областей применения такого типа модулятора важна лишь амплитудная модуляция излучения, и указанные погрешности не оказывают существенного влияния. Однако при использовании DMD-модулятора в качестве устройства вывода голограмм, как было показано в [26], происходит ощутимое ухудшение восстанавливаемого импульсного отклика, что уменьшает число отсчётов выводимых на модулятор голограмм.

В [22] предлагается схема оптического коррелятора, использующая два DMD-модулятора: один – для ввода изображений, другой – для отображения синтезированных голограмм Фурье. Были синтезированы полутонные голограммы [23], однако восстановленные изображения с таких голограмм, выведенных с помощью DMD-модулятора, оказались достаточно низкого качества. Возможным объяснением этого эффекта может служить отсутствие возможности у DMD-модулятора «мгновенно» формировать пиксели с промежуточными значениями амплитуды световой волны. В силу описанных выше причин в настоящее время не существует коммерчески доступных оптических корреляторов на базе таких модуляторов.

С другой стороны, совокупность характеристик DMD-модуляторов и опыт исследований по их применению дают хорошие основания считать, что современные DMD-модуляторы могут быть успешно использованы в качестве устройств оперативного вывода голографических фильтров в установках некогерентных оптических корреляторов. Более того, так как принцип работы DMD-модуляторов основан на отражении света от микрозеркал, в связи с чем излучение не претерпевает паразитную фазовую модуляцию, зависящую от длины волны, есть основания считать, что они могут быть использованы для реализации дисперсионного коррелятора [27], который работает с полностью некогерентным излучением и требует полного отсутствия паразитной фазовой модуляции внутри модулятора (которая неизбежно будет происходить в ЖК ПВМС). Возможность быстрой смены голографических фильтров, выводимых на модулятор, может быть применена в задачах динамического распознавания в реальном масштабе времени.

2. Экспериментальные результаты по распознаванию объектов в некогерентном корреляторе на основе DMD-модулятора

В настоящее время существует несколько возможностей реализации некогерентного коррелятора. При

построении большинства как когерентных, так и некогерентных корреляторов используется традиционная «4f-схема». Она же была использована в принципиальной схеме когерентного коррелятора на основе DMD-модулятора [22]. Предложенный в работе [25] коррелятор построен по схеме, использующей только один объектив для формирования корреляционного распределения, это позволяет оперативно подстраивать масштаб распознаваемых изображений. Применение такой схемы особенно целесообразно, так как распознавание в корреляторе осуществляется в пространственно-некогерентном свете. В выходной плоскости коррелятора формируется корреляционный сигнал по интенсивности, а не по амплитуде, как в когерентном корреляторе, что позволяет устранить фазовые искажения, влияющие на качество корреляционного сигнала.

Схема экспериментальной установки, использовавшейся в [25] и в данной работе, представлена на рис. 1.

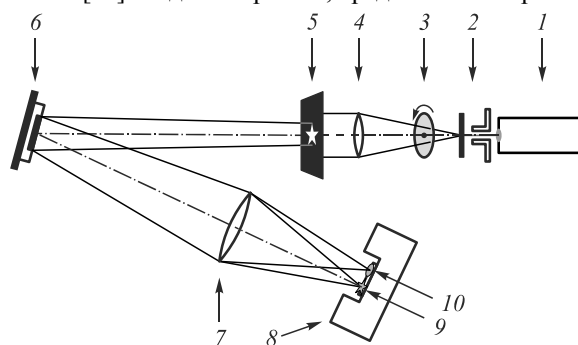


Рис. 1. Схема экспериментальной установки некогерентного голографического коррелятора на основе DMD-модулятора: 1 – лазер; 2 – микрообъектив с диафрагмой; 3 – вращающийся матовый рассеиватель; 4 – коллимирующий объектив; 5 – транспарант с изображением распознаваемого объекта; 6 – DMD-модулятор с выведенным на нём синтезированным голографическим фильтром; 7 – объектив; 8 – регистрирующая камера; 9 – нулевой порядок (изображение объекта); 10 – первый порядок дифракции (область корреляционного сигнала)

Излучение от твердотельного лазера 1 (длина волны 532 нм) проходит через коллимирующую систему (микрообъектив 2, диафрагма и объектив 4 с фокусным расстоянием 210 мм), в которой установлен вращающийся матовый рассеиватель 3 для разрушения пространственной когерентности излучения. Далее излучение проходит через транспарант 5 с изображением тестового объекта для распознавания. Этот блок схемы имитирует самосветящийся объект, излучающий пространственно-некогерентное излучение. Также возможен ввод объекта и при помощи модулятора света. Далее это излучение отражается от DMD-модулятора 6 с выведенным на нем голографическим фильтром, заранее синтезированным на компьютере под необходимый опорный объект. В выходной плоскости коррелятора расположена камера 8, регистрирующая формируемую объективом 7 структуру, включающую нулевой порядок 9 (изображение объекта) и первый порядок дифракции 10 (область корреляционного сигнала).

В экспериментальной установке был использован DMD-модулятор, произведённый компанией Texas Instruments 0.7 XGA 12° DDR (серия DLP7000). В качестве управляющего устройства DMD-модулятора использовалась материнская плата DLP-проектора, сигнал на которую подавался с компьютера. Для регистрации корреляционных сигналов использовалась камера Canon EOS 400D, шумовые характеристики которой приведены в [28].

При проведении экспериментов было использовано программное обеспечение [25], с помощью которого осуществлялось формирование опорного образа объекта, последующее его преобразование в голограмму и ее бинаризация. Эта же программа позволяет осуществлять динамический вывод голографических фильтров на DMD-модулятор и переключаться на ранее синтезированные фильтры, выбирая их из списка. Скорость переключения, определяемая возможностями модулятора, составила около 10 мкс, что позволяет максимально быстро зарегистрировать выходной сигнал и определить, как на него повлияли какие-либо изменения параметров голографического фильтра или опорного объекта.

В качестве тестовых распознаваемых объектов использовались различные изображения, например, изображения, негативы которых приведены на рис. 2.

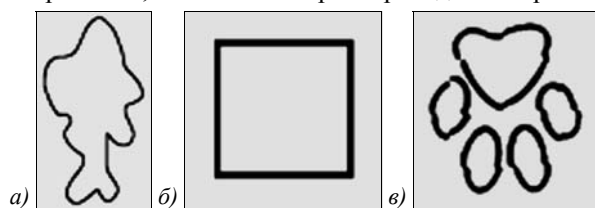


Рис. 2. Примеры использованных изображений тестовых распознаваемых объектов (негативы) на прозрачной пластине во входной плоскости коррелятора: контур рыбы (а); контур квадрата (б), след (в)

На рис. 3 слева приведено зарегистрированное в первом порядке распределение при совпадении опорного и входного объектов (контуров рыбы), а справа – в случае несовпадения объектов. Из приведённых фотографий видно, что при совпадении объектов в области корреляционного сигнала наблюдается достаточно хорошо локализованный пик. При изменении входного объекта данный пик полностью деградирует.

На рис. 4 представлены результаты распознавания в случае, когда входной объект оставался неизменным, а на DMD-модулятор последовательно выводились голограммы-фильтры, синтезированные для различных объектов. При совпадении форм входного и опорного объектов (рис. 2б) наблюдается сигнал распознавания (рис. 4а). При несовпадении масштаба объектов (опорный объект больше входного); ориентации объекта (опорный объект повернут на 45°); формы объекта (опорный объект является контуром рыбы) локализованные корреляционные пики отсутствуют (рис. 4б–г соответственно). Таким образом, подтверждается эффективность работы коррелятора при динамическом изменении параметров распознавания.

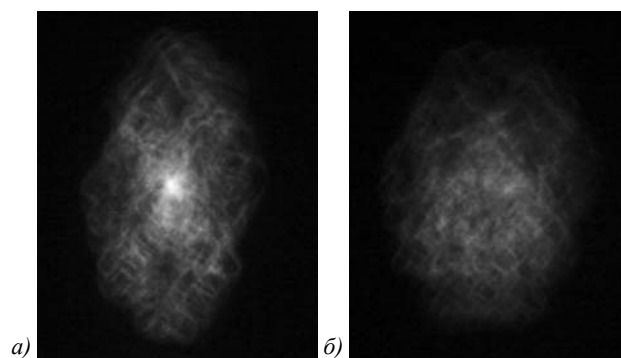


Рис. 3. Вид сигнала автокорреляции объекта с рис. 2а (слева) в сравнении с сигналом взаимной корреляции объектов с рис. 2а и 2б (справа)

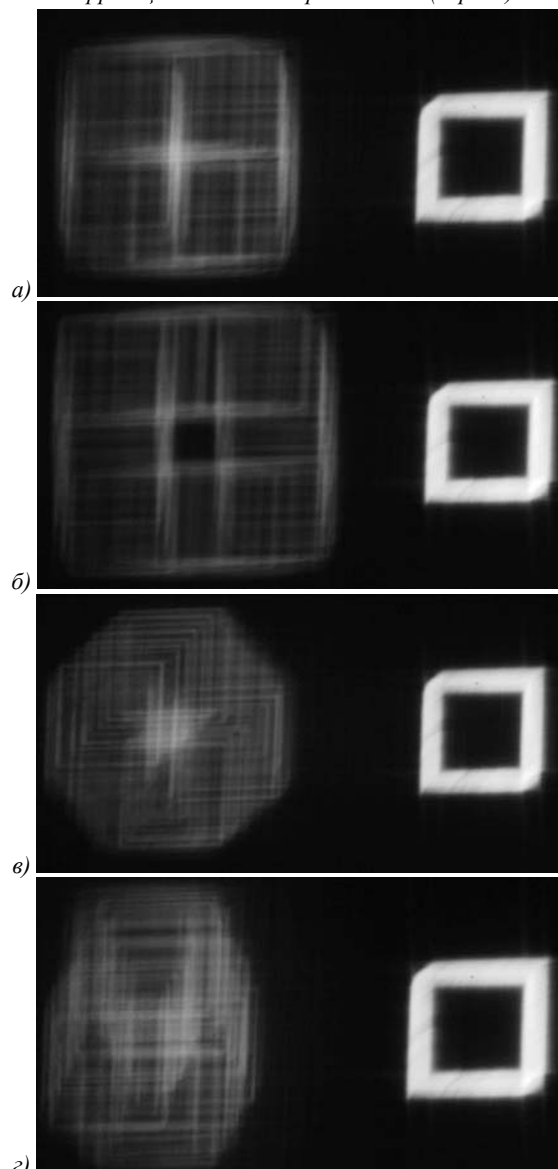


Рис. 4. Корреляционные сигналы (слева) для объекта с рис. 2б: автокорреляция (а); взаимная корреляция при несовпадении масштаба объектов (опорный объект больше входного) (б); взаимная корреляция при несовпадении ориентации объектов (опорный объект повернут на 45°) (в); взаимная корреляция при несовпадении формы объектов (опорный объект является контуром рыбы) (г)

Подобные эксперименты были проведены и для объекта с рис. 2а, их результаты представлены в виде графиков на рис. 5 и 6.



Рис. 5. График зависимости величины корреляционного пика от угла поворота опорного объекта (для объекта с рис. 2а)



Рис. 6. График зависимости величины корреляционного пика от масштаба опорного объекта (для объекта с рис. 2б)

Результаты экспериментов по распознаванию при различных углах ориентации опорного объекта представлены на рис. 5 (масштаб входного объекта при этом соответствует опорному). Из графика зависимости величины пика от угла поворота опорного объекта видно, что абсолютный максимум имеет место при угле поворота, равном 0 градусов, то есть при полном совпадении. Так как синтезируемые в проводимых тестовых экспериментах фильтры не являются инвариантными к повороту или изменению масштаба, отклонение угла приводит к уменьшению сигнала распознавания. На графике видно значительное уменьшение сигнала при изменении ориентации опорного объекта, причем даже поворот на 1 градус приводит к спаду величины пика приблизительно на 15%.

На рис. 6 показан график зависимости величины корреляционного пика от масштаба опорного объекта (ориентация входного объекта при этом соответствует опорному). При совпадении масштабов на графике также виден абсолютный максимум, изменение масштаба на 5% приводит к уменьшению величины пика как минимум на 20%, а при ещё больших увеличениях масштаба значение максимума сигнала корреляции значительно уменьшается. При этом пьедестал корреляционного сигнала становится выше (то есть степень локализованности пика ухудшается, что также является критерием при принятии решения о распознавании объекта).

Эти эксперименты проводились в режиме динамического вывода голографических фильтров на DMD-модулятор. Таким образом, подтверждается эффективность работы коррелятора при динамическом изменении параметров распознавания.

Проведём оценку производительности некогерентного коррелятора при использовании в нём DMD-модулятора. Она определяется временем переключения элементов матрицы модулятора при выводе голографических фильтров, которая составляет около 10 мкс. Таким образом, оказывается возможным формирование 10^5 корреляций за секунду.

Заключение

Несмотря на успешное применение микрозеркальных модуляторов для различных задач, их использование в оптических корреляторах пока не получило широкого распространения. В данной работе была представлена экспериментальная установка оптического коррелятора, собранная по схеме с одним объективом. В корреляторе используется квазимонохроматическое пространственно-некогерентное излучение, синтезированные голографические фильтры выводятся на модулятор. Были проведены эксперименты по распознаванию тестовых объектов при изменении их параметров с динамическим выводом голографических фильтров. Получено, что при совпадении входного и опорного объектов наблюдался хорошо локализованный корреляционный пик, позволяющий сделать вывод об успешной идентификации объектов в корреляторе при использовании DMD-модулятора. Проведена оценка максимальной производительности такого некогерентного коррелятора, которая может достигать значения 10^5 корреляций за секунду. Экспериментально исследована разрешающая способность коррелятора, установлено, что поворот сложного распознаваемого объекта даже на 1° приводит к уменьшению корреляционного пика на 15%, изменение масштаба на 5% приводит к уменьшению корреляционного пика как минимум на 20%. Эти результаты будут применены при синтезе голографических фильтров, использование которых в таком корреляторе позволит добиться инвариантности к изменениям масштаба и повороту распознаваемых объектов. Также результаты работы будут использованы при экспериментальной реализации дисперсионного коррелятора, позволяющего осуществлять распознавание объектов по их пространственным и спектральным параметрам в режиме реального времени.

Благодарности

Автор выражает благодарность инженеру кафедры лазерной физики НИЯУ МИФИ Д.Ю. Молодцову за создание и предоставление для экспериментов программного обеспечения для оперативного вывода синтезированных голографических фильтров на DMD-модулятор.

Литература

1. **Lugt, A.V.** Signal detection by complex spatial filtering // IEEE Transactions on Information Theory. – 1964. – Vol. 10, Issue 2. – P. 139-145. – DOI: 10.1109/TIT.1964.1053650.

2. **Weaver, C.S.** A technique for optically convolving two functions / C.S. Weaver, J.W. Goodman // *Applied Optics*. – 1966. – Vol. 5, Issue 7. – P. 1248-1249. – DOI: 10.1364/AO.5.001248.
3. **Василенко, Г.И.** Голографические распознающие устройства / Г.И. Василенко, Л.М. Цибулькин. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
4. **Lohmann, A.W.** Matched filtering with self-luminous objects // *Applied Optics*. – 1968. – Vol. 7(3). – P. 561-563. – DOI: 10.1364/AO.7.0561_1.
5. **Потатуркин, О.Н.** Голографический метод обработки изображений в пространственно-некогерентном монохроматическом свете / О.Н. Потатуркин, В.И. Хоцкий. – В кн.: *Оптическая обработка информации* / под ред. С.Б. Гуревича. – Л.: ЛИЯФ, 1979. – С. 61-66.
6. **Juday, R.D.** Correlation with a spatial light modulator having phase and amplitude cross coupling // *Applied Optics*. – 1989. – Vol. 28, Issue 22. – P. 4865-4869. – DOI: 10.1364/AO.28.004865.
7. **Васильев, А.А.** Пространственные модуляторы света / А.А. Васильев, Д. Касасент, И.Н. Компанец, А.В. Парфенов. – М.: Радио и связь, 1987. – 320 с.
8. **Rózański, S.A.** Joint transform correlation using a ferroelectric liquid crystal spatial light modulator / S.A. Rózański, H. Pauwels // *Proceedings of SPIE*. – 2001. – Vol. 4535. – P. 126-131. – DOI: 10.1117/12.438434.
9. **Chao, T.-H.** Compact 512 x 512 grayscale optical correlator / T.-H. Chao, H. Zhou, G. Reyes // *Proceedings of SPIE*. – 2002. – Vol. 4734. – P. 9-12. – DOI: 10.1117/12.458412.
10. **Watanabe, E.** Fast face-recognition optical parallel correlator using high accuracy correlation filter / E. Watanabe, K. Kodate // *Optical Review*. – 2005. – Vol. 12, Issue 6. – P. 460-466. – DOI: 10.1007/s10043-005-0460-9.
11. **Xiao, G.** A novel compact parallel optical correlator / G. Xiao, P. Zhou, X. Li, H. Jia, Z. Fan, S. Yu // *Proceedings of SPIE*. – 2009. – Vol. 7513. – P. 75131V. – DOI: 10.1117/12.837947.
12. **Zeng, X.** Compact optical correlator based on one phase-only spatial light modulator / X. Zeng, J. Bai, C. Hou, G. Yang // *Optics Letters*. – 2011. – Vol. 36, Issue 8. – P. 1383-1385. – DOI: 10.1364/OL.36.001383.
13. **Евтихийев, Н.Н.** Макет инвариантного коррелятора на базе жидкокристаллических пространственно-временных модуляторов света / Н.Н. Евтихийев, С.Н. Стариков, Е.Ю. Злоказов, Е.Д. Проценко, И.В. Солякин, Р.С. Стариков, Е.А. Шапкарина, Д.В. Шаульский // *Квантовая электроника*. – 2012. – Т. 42, № 11. – С. 1039-1041.
14. **Tang, M.** Optical correlation recognition based on LCOS / M. Tang, J. Wu // *Proceedings of SPIE*. – 2013. – Vol. 8913. – P. 89130F. – DOI: 10.1117/12.2032960.
15. **Cheremkhin, P.A.** Reduction of phase temporal fluctuations caused by digital voltage addressing in LC SLM "HoloEye PLUTO VIS" for holographic applications / P.A. Cheremkhin, N.N. Evtikhiev, V.V. Krasnov, V.G. Rodin, S.N. Starikov // *Proceedings of SPIE*. – 2014. – Vol. 9006. – P. 900615. – DOI: 10.1117/12.2037569.
16. **Cheremkhin, P.A.** Increasing reconstruction quality of diffractive optical elements displayed with LC SLM / P.A. Cheremkhin, N.N. Evtikhiev, V.V. Krasnov, V.G. Rodin, S.N. Starikov // *Proceedings of SPIE*. – 2014. – Vol. 9386. – P. 93860R. – DOI: 10.1117/12.2079011.
17. **Hornbeck, L.J.** Bistable deformable mirror device / L.J. Hornbeck, W.E. Nelson // *OSA Technical Digest Series*. – 1988. – Vol. 8. – P. 107-110.
18. **Nesbitt, R.S.** Holographic recording using a digital micromirror device / R.S. Nesbitt, S.L. Smith, R.A. Molnar, S.A. Benton // *Proceedings of SPIE*. – 1999. – Vol. 3637. – P. 12-20. – DOI: 10.1117/12.343767.
19. **Kreis, T.** Hologram reconstruction using a digital micromirror device / T. Kreis, P. Aswendt, R. Höfling // *Optics Engineering*. – 2001. – Vol. 40, Issue 6. – P. 926-933. – DOI: 10.1117/1.1367346.
20. **Florence, J.M.** Coherent optical correlator using a deformable mirror device spatial light modulator in the Fourier plane / J.M. Florence, R.O. Gale // *Applied Optics*. – 1988. – Vol. 27, Issue 11. – P. 2091-2093. – DOI: 10.1364/AO.27.002091.
21. **Hudson, T.D.** Real time optical correlator architectures using a deformable mirror spatial light modulator / T.D. Hudson, D.W. Trivett, D.A. Gregory, J.C. Kirsch // *Applied Optics*. – 1989. – Vol. 28, Issue 15. – P. 4853-4860. – DOI: 10.1364/AO.28.004853.
22. **Chao, T.-H.** High-speed optical correlator with custom electronics interface design / T.-H. Chao, T.T. Lu // *Proceedings of SPIE*. – 2013. – Vol. 8748. – P. 874803. – DOI: 10.1117/12.2018262.
23. **Chao, T.-H.** High-speed optical processing using digital micromirror device / T.-H. Chao, T.T. Lu, B. Walker, G. Reyes // *Proceedings of SPIE*. – 2013. – Vol. 9094. – P. 909402. – DOI: 10.1117/12.2054349.
24. **Shaulskiy, D.V.** Variants of light modulation for MINACE filter implementation in 4-F correlators / D.V. Shaulskiy, N.N. Evtikhiev, E.Yu. Zlokazov, S.N. Starikov, R.S. Starikov, E.K. Petrova, D.Yu. Molodtsov // *Proceedings of SPIE*. – 2015. – Vol. 9598. – P. 95980T. – DOI: 10.1117/12.2190700.
25. **Molodtsov, D.Yu.** Object recognition in non-coherent optical correlator based on DMD-modulator illumination / D.Yu. Molodtsov, V.G. Rodin // *Proceedings of SPIE*. – 2016. – Vol. 10176. – P. 101761A. – DOI: 10.1117/12.2268159.
26. **Molodtsov, D.Yu.** Impact of DMD-SLMs errors on reconstructed Fourier holograms quality / D.Yu. Molodtsov, P.A. Cheremkhin, V.V. Krasnov, V.G. Rodin // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2016. – Vol. 737. – P. 012074. – DOI: 10.1088/1742-6596/737/1/012074.
27. **Molodtsov, D.Yu.** The possibility of using DMD-SLM for hologram filters displaying in dispersive correlator / D.Yu. Molodtsov, V.G. Rodin, S.N. Starikov // *Physics Procedia*. – 2015. – Vol. 73. – P. 338-342. – DOI: 10.1016/j.phpro.2015.09.155.
28. **Cheremkhin, P.A.** Modified temporal noise measurement method with automatic segmentation of non-uniform target, its accuracy estimation and application to cameras of different types / P.A. Cheremkhin, N.N. Evtikhiev, V.V. Krasnov, V.G. Rodin, S.N. Starikov // *Optical Engineering*. – 2014. – Vol. 53, Issue 10. – P. 102107. – DOI: 10.1117/1.OE.53.10.102107.

Сведения об авторе

Родин Владислав Геннадьевич, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник кафедры лазерной физики, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ). Область научных интересов: информационная оптика, голография, спектральный состав излучения, распознавание образов.

ГРНТИ: 29.31.29.

Поступила в редакцию 1 ноября 2017 г. Окончательный вариант – 22 декабря 2017 г.

A NON-COHERENT HOLOGRAPHIC CORRELATOR BASED ON A DIGITAL A MICROMIRROR DEVICE

V.G. Rodin¹

¹National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia

Abstract

The possibility of application of a digital micromirror device (DMD) as a spatial light modulator for outputting holographic filters in an optical correlator illuminated by quasi-monochromatic spatially incoherent radiation was discussed. The experimental setup of the optical correlator was assembled using a one-lens scheme. Experiments on the recognition of test objects with the synthesized dynamic holographic filters being output onto the DMD were performed. The results obtained allow one to conclude that object recognition can be successfully performed using the proposed scheme of a non-coherent correlator containing a digital micromirror device.

Keywords: digital micromirror device (DMD), spatial light modulators, incoherent optical radiation, correlators, holographic optical elements.

Citation: Rodin VG. A non-coherent holographic correlator based on a digital micromirror device. *Computer Optics* 2018; 42(3): 347-353. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-347-353.

Acknowledgements: The author wishes to thank D. Yu. Molodtsov, an engineer of the Laser Physics Department, National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), who developed and kindly provided for the experiments the software for outputting holographic filters onto a DMD.

References

- [1] Lugt AV. Signal detection by complex spatial filtering. *IEEE Trans Inform Theory* 1964; 10(2): 139-145. DOI: 10.1109/TIT.1964.1053650.
- [2] Weaver CS, Goodman JW. A technique for optically convolving two functions. *Appl Opt* 1966; 5(7): 1248-1249. DOI: 10.1364/AO.5.001248.
- [3] Vasilenko GI, Tsubulkin LM. Holographic recognition devices [In Russian]. Moscow: "Radio i svyaz" Publisher; 1985.
- [4] Lohmann AW. Matched filtering with self-luminous objects. *Appl Opt* 1968; 7(3): 561-563. DOI: 10.1364/AO.7.0561_1.
- [5] Potaturkin OI, Khotskin VI. Holographic method of image processing in space-incoherent monochromatic light [In Russian]. In book: Guravich SB, ed. *Optical Data Processing* Leningrad: "LIYaPh" Publisher; 1979: 61-66.
- [6] Juday RD. Correlation with a spatial light modulator having phase and amplitude cross coupling. *Appl Opt* 1989; 28(22): 4865-4869. DOI: 10.1364/AO.28.004865.
- [7] Vasil'ev AA, Casasent D, Kompanets IN, Parfenov AV. Spatial light modulators [In Russian]. Moscow: "Radio i svyaz" Publisher; 1987.
- [8] Rózański SA, Pauwels H. Joint transform correlation using a ferroelectric liquid crystal spatial light modulator. *Proc SPIE* 2001; 4535: 126-131. DOI: 10.1117/12.438434.
- [9] Chao T-H, Zhou H, Reyes G. Compact 512 x 512 gray-scale optical correlator. *Proc SPIE* 2002; 4734: 9-12. DOI: 10.1117/12.458412.
- [10] Watanabe E, Kodate K. Fast face-recognition optical parallel correlator using high accuracy correlation filter. *Opt Rev* 2005; 12(6): 460-466. DOI: 10.1007/s10043-005-0460-9.
- [11] Xiao G, Zhou P, Li X, Jia H, Fan Z, Yu S. A novel compact parallel optical correlator. *Proc SPIE* 2009; 7513: 75131V. DOI: 10.1117/12.837947.
- [12] Zeng X, Bai J, Hou C, Yang, G. Compact optical correlator based on one phase-only spatial light modulator. *Opt Lett* 2011; 36(8): 1383-1385. DOI: 10.1364/OL.36.001383.
- [13] Evtikhiev NN, Starikov SN, Protsenko ED, Zlokazov EYu, Solyakin IV, Starikov RS, Shapkarina EA, Shaulskiy DV. Model of an invariant correlator with liquid-crystal spatial light modulators. *Quantum Electronics* 2012; 42(11): 1039-1041. DOI: 10.1070/QE2012v042n11ABEH015009.
- [14] Tang M, Wu J. Optical correlation recognition based on LCOS. *Proc SPIE* 2013; 8913: 89130F. DOI: 10.1117/12.2032960.
- [15] Cheremkhin PA, Evtikhiev NN, Krasnov VV, Rodin VG, Starikov SN. Reduction of phase temporal fluctuations caused by digital voltage addressing in LC SLM "HoloEye PLUTO VIS" for holographic applications. *Proc SPIE* 2014; 9006: 900615. DOI: 10.1117/12.2037569.
- [16] Cheremkhin PA, Evtikhiev NN, Krasnov VV, Rodin VG, Starikov SN. Increasing reconstruction quality of diffractive optical elements displayed with LC SLM. *Proc SPIE* 2014; 9386: 93860R. DOI: 10.1117/12.2079011.
- [17] Hornbeck LJ, Nelson WE. Bistable deformable mirror device. *OSA Techn Digest Series* 1988; 8: 107-110.
- [18] Nesbitt RS, Smith SL, Molnar RA, Benton SA. Holographic recording using a digital micromirror device. *Proc SPIE* 1999; 3637: 12-20. DOI: 10.1117/12.343767.
- [19] Kreis T, Aswendt P, Höfling R. Hologram reconstruction using a digital micromirror device. *Opt Eng* 2001; 40(6): 926-933. DOI: 10.1117/1.1367346.
- [20] Florence JM, Gale RO. Coherent optical correlator using a deformable mirror device spatial light modulator in the Fourier plane. *Appl Opt* 1988; 27(11): 2091-2093. DOI: 10.1364/AO.27.002091.
- [21] Hudson TD, Trivett DW, Gregory DA, Kirsch JC. Real time optical correlator architectures using a deformable mirror spatial light modulator. *Appl Opt* 1989; 28(15): 4853-4860. DOI: 10.1364/AO.28.004853.
- [22] Chao T-H, Lu TT. High-speed optical correlator with custom electronics interface design. *Proc SPIE* 2013; 8748: 874803. DOI: 10.1117/12.2018262.
- [23] Chao T-H, Lu TT, Walker B, Reyes G. High-speed optical processing using digital micromirror device. *Proc SPIE* 2013; 9094: 909402. DOI: 10.1117/12.2054349.
- [24] Shaulskiy DV, Evtikhiev NN, Zlokazov EYu, Starikov SN, Starikov RS, Petrova EK, Molodtsov DYU. Variants of light modulation for MINACE filter implementation in 4-F correlators. *Proc SPIE* 2015; 9598: 95980T. DOI: 10.1117/12.2190700.
- [25] Molodtsov DYU, Rodin VG. Object recognition in non-coherent optical correlator based on DMD-modulator

- illumination. Proc SPIE 2016; 10176: 101761A. DOI: 10.1117/12.2268159.
- [26] Molodtsov DYu, Cheremkhin PA, Krasnov VV, Rodin VG. Impact of DMD-SLMs errors on reconstructed Fourier holograms quality. J Phys: Conf Ser 2016; 737: 012074. DOI: 10.1088/1742-6596/737/1/012074.
- [27] Molodtsov DYu, Rodin VG, Starikov SN The possibility of using DMD-SLM for hologram filters displaying in dispersive correlator. Physics Procedia 2015; 73: 338-342. DOI: 10.1016/j.phpro.2015.09.155.
- [28] Cheremkhin PA, Evtikhiev NN, Krasnov VV, Rodin VG, Starikov SN. Modified temporal noise measurement method with automatic segmentation of non-uniform target, its accuracy estimation and application to cameras of different types. Opt Eng 2014; 53(10): 102107. DOI: 10.1117/1.OE.53.10.102107.

Author's information

Vladislav Gennadievich Rodin, PhD, senior scientific researcher of Laser Physics department, National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute). Research interests: information optics, holography, optical radiation spectra, pattern recognition.

Received November 1, 2017. The final version – December 22, 2017.

**МАТРИЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ 4×4 МЕТОДОМ ВЕНТЦЕЛЯ–КРАМЕРСА–БРИЛЛЮЭНА
ДЛЯ ПЛОСКОГО НЕОДНОРОДНОГО АНИЗОТРОПНОГО СЛОЯ***Н.М. Моисеева¹, А.В. Моисеев¹*¹ *Волгоградский государственный университет, Волгоград, Россия***Аннотация**

Методами классической электродинамики рассматривается наклонное падение плоской электромагнитной волны на планарный анизотропный неоднородный слой с кручением, в котором оптическая ось меняет направление относительно плоскости падения. Рассматривается общий случай, когда все компоненты тензора диэлектрической проницаемости среды не равны нулю и являются функциями поперечной координаты в слое. С помощью метода Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна в начальном приближении получено матричное решение 4×4 для проекций полей электромагнитной волны в неоднородной анизотропной среде. Выполнен расчёт матричных коэффициентов отражения, показана их зависимость от угла кручения среды.

Ключевые слова: оптические свойства тонких плёнок, поляризация света, анизотропные оптические материалы, двулучепреломление, неоднородная среда, метод ВКБ, метод 4×4, матрица отражения.

Цитирование: Моисеева, Н.М. Матричное решение задачи 4×4 методом Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна для плоского неоднородного анизотропного слоя / Н.М. Моисеева, А.В. Моисеев // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 354–361. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-354-361.

Введение

Планарные структуры различным образом преобразуют амплитуду, фазу, поляризацию, направление распространения света. Поэтому они важны для развития элементной базы нанофотоники. Новые оптические устройства произвели революцию в областях связи, зондирования, обработки и хранения информации благодаря небольшим размерам и низкой стоимости [1]. Варьируя градиент показателя преломления слоя, можно манипулировать светом – его фазой и интенсивностью. Это позволяет создавать GRIN-волноводы с градиентным индексом для конвертации мод [2]. На основе планарных структур реализуются широкополосные светоотражающие тонкоплёночные многослойные аттенуирующие зеркала [3] для спектроскопии, диэлектрические многослойные датчики в геометрии Кречмана на основе волноводных мод [4], альтернативные конструкции в линзах Френеля для построения интегрированных фотоэлектрических систем [5], выполняется дизайн оптических мультиплексоров и демultipлексоров [6], создаются цветные голограммы, зависящие от поляризации света [7]. Для расчётов коэффициентов отражения и пропускания в плоских слоях и векторов полей в волноводах удобны матричные методы; это показано в книге [8] на примере метода характеристических матриц 2×2 для случая изотропной однородной среды. Расчёты полей в многослойных структурах часто выполняют методом передаточной матрицы [4] 2×2. Матричное решение позволяет выполнять «сшивку» граничных условий в наиболее компактной форме. Это удобно как для изотропных, так и для анизотропных слоёв. В общем случае произвольной ориентации плоскости падения волны относительно оптической оси решение для анизотропного слоя имеет вид матрицы 4×4.

Для случая анизотропной стратифицированной среды, представленной в виде набора тонких однородных слоёв, матричное решение 4×4 было пред-

ставлено в статье Тайтлера [9] в 1970 году. Получены матрицы отражения и прохождения для однородного слоя с произвольным тензором диэлектрической проницаемости в случае наклонного падения электромагнитной волны (ЭМВ). Затем, немного позднее, Берреманом был разработан метод дифференциальной матрицы 4×4, предназначенный решить проблему отражения и пропускания холестерическими жидкими кристаллами, а также жидкими кристаллами с непрерывно меняющимся, но плоским упорядочением [10]. Метод Берремана был модифицирован в работе [11], где был предложен новый подход к изучению оптических свойств анизотропных стратифицированных сред. Метод состоит в нахождении нового базиса для матрицы 4×4, в которой конкретная задача записывается и рассчитывается более удобным способом. Для записи решения применялся базис из волн правой и левой поляризации, распространяющихся в прямом и обратном направлении; подробно изучен случай распространения света в холестерических и киральных смектических жидких кристаллах при малых углах падения. Способность нематических и холестерических жидких кристаллов (ЖК) менять ориентацию молекул при воздействии внешних полей находит множество приложений: они применяются в качестве датчиков температуры [12], электрических и магнитных полей, а также в ЖК-мониторах. На эффектах кручения основана работа нормальной белой (NW) и нормальной чёрной (NB) ячеек [13]. Для дизайна новых устройств на основе ЖК необходим математический аппарат, описывающий процесс распространения волн в среде с учётом неоднородности и анизотропии.

Для управления поляризацией и интенсивностью света, помимо жидких кристаллов, в настоящее время созданы полимерные двулучепреломляющие материалы, а на их основе – оптические элементы с новым свойством: осевым градиентом двулучепреломления [14]. О разработке новых фотонных метаматериалов из

пространственно-периодических, сильно двоякопреломляющих диэлектриков идёт речь в работе [15], численный анализ предложенных анизотропных фотонных кристаллов предполагает чрезвычайный рост амплитуды поля в пределах структур на фотонных резонансах полосы пропускания.

Для расчёта планарных неоднородных структур часто применяется модель слоистой среды, когда материал с непрерывно изменяющимися вдоль одной координаты свойствами рассматривается как набор однородных слоёв. Если применить такой подход, например, к анизотропной среде с кручением, то в задаче появляются искусственные разрывы значений компонент тензора диэлектрической проницаемости на границах, которых в реальности не существует. Тогда в расчётах неизбежно будет учитываться отражение от границ слоёв, которых в реальном объекте нет. Кроме того, в неоднородной анизотропной среде при распространении волны в каждой точке меняется её волновой вектор, а в модели слоистой среды это изменение сводится к набору дискретных направлений. Этих недостатков лишён метод Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ) [16]. Данный метод был применён к планарным отражающим структурам в работе [17]. Использованы новые пробные решения ВКБ и в виде функций Эйри, они позволяют очень точно рассчитать фазовые сдвиги в точках поворота, что позволяет находить почти точные собственные значения для волноводов. В работе [18] было представлено матричное ВКБ-решение для ЭМВ, отражённой неоднородной изотропной реагирующей средой. Решение для анизотропной среды получено в работе [19], в ней рассматривается случай, когда оптическая ось лежит в плоскости падения. Матричное ВКБ-решение применялось нами для расчёта режимов анизотропного неоднородного планарного волновода. Для неоднородного анизотропного планарного волновода с непрерывно изменяющимися свойствами оно применялось в работе [20]; для анизотропной неоднородной среды с изменением направления оптической оси в слое – в работе [21]. Различные способы решения задачи 4×4 для анизотропных и бианизотропных планарных структур представлены в работах российских учёных [22–23]. В настоящей работе предлагается матричный математический аппарат для расчёта полей в анизотропных неоднородных планарных структурах с кручением (современных искусственных анизотропных метаматериалах, холестерических жидких кристаллах, где ориентация молекул изменяется при удалении от границы слоя), а также для расчёта матриц отражения. Матричное решение получено методом Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна; в отличие от широко распространённых матричных методов полученное решение предназначено для оптических анизотропных структур, оптические свойства которых являются непрерывными функциями поперечной координаты. Такие устройства могут не только менять поляризацию света, но также служить оптическими переключателями: получать из волны s-поляризации волну p-поляризации и наоборот.

1. Основные уравнения

Рассмотрим наклонное падение плоской ЭМВ на анизотропный одноосный неоднородный слой толщиной d , показанный на рис. 1. Оптическая ось среды не лежит в плоскости падения.

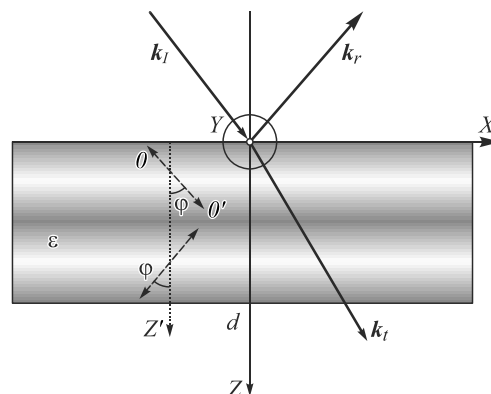


Рис. 1. Плоскость падения ЭМВ на анизотропный неоднородный слой с переменным направлением оптической оси OZ

Оптическая ось при удалении от границы раздела «1–2» меняет внутри неоднородной среды своё направление. Она ориентирована под постоянным углом φ к оси OZ и вращается вокруг неё при изменении z , как, например, в холестерическом жидком кристалле. Угол χ поворота оптической оси относительно оси OZ является функцией координаты z и имеет вид: $\chi = \chi_0 + kz$. В этом случае все компоненты тензора диэлектрической проницаемости среды будут отличны от нуля, кроме отдельных положений z_0 , когда $\chi(z_0) = m\pi$.

Из уравнений Максвелла для роторов полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в декартовых координатах и из материальных уравнений анизотропной среды следует система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ):

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} E_y \\ H_x \\ H_y \\ E_x \end{pmatrix} = ik_0 \begin{pmatrix} 0 & -\mu & 0 & 0 \\ -\left(\frac{\Delta\epsilon_{22}}{\epsilon_{33}} - \frac{\alpha^2}{\mu_{33}}\right) & 0 & \alpha \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} & -\frac{\Delta\epsilon_{21}}{\epsilon_{33}} \\ \frac{\Delta\epsilon_{12}}{\epsilon_{33}} & 0 & \frac{\alpha\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} & \frac{\Delta\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}} \\ -\alpha \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} & 0 & \mu - \frac{\alpha^2}{\epsilon_{33}} & \frac{\alpha\epsilon_{13}}{\epsilon_{33}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_y \\ H_x \\ H_y \\ E_x \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Все коэффициенты ϵ_{ij} – функции координаты z .

$$\Delta \varepsilon_{11} = \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} - \varepsilon_{13} \varepsilon_{31}, \quad (2a)$$

$$\Delta \varepsilon_{22} = \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} - \varepsilon_{23} \varepsilon_{32}, \quad (2b)$$

$$\Delta \varepsilon_{21} = \varepsilon_{21} \varepsilon_{33} - \varepsilon_{23} \varepsilon_{31}, \quad (2c)$$

$$\Delta \varepsilon_{12} = \varepsilon_{12} \varepsilon_{33} - \varepsilon_{13} \varepsilon_{32}, \quad (2d)$$

$$\alpha = n(z) \cdot \sin \theta(z), \quad (2e)$$

согласно закону Снеллиуса, $\alpha = \text{const}$. Математически данная задача сводится к системе из четырёх обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами вида:

$$\frac{d\vec{Q}}{dz} = ik_0 \hat{A}(z) \vec{Q}. \quad (3)$$

Здесь $\vec{Q} = (E_y, H_x, H_y, E_x)^T$. Рассмотрим случай, когда тензор $\hat{\varepsilon}$ симметричен, а его компоненты медленно меняются на расстоянии порядка длины волны излучения. Матрицу системы (1) запишем в виде:

$$\hat{A}(z) = \begin{pmatrix} 0 & -b & 0 & 0 \\ -c & 0 & p & h \\ -h & 0 & d & e \\ -p & 0 & f & d \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Все элементы матрицы $\hat{A}(z)$ в формулах (1–4) могут быть функциями координаты z . Из характеристического уравнения системы ОДУ (1) $\det(\hat{A} - \lambda \hat{I}) = 0$ получаем её собственные значения:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{u}{2} \pm \sqrt{b \cdot c + \frac{u^2}{4} - v}, \quad (5a)$$

$$\lambda_{3,4} = -\left(d - \frac{u}{2}\right) \pm \sqrt{e \cdot f - w + \frac{u^2}{4} - u \cdot d}. \quad (5b)$$

Величины u, v, w найдены таким образом, чтобы привести характеристическое уравнение четвёртой степени для системы ОДУ (1) к уравнению вида:

$$(\lambda^2 + U\lambda + V)(\lambda^2 + F\lambda + G) = 0, \quad (6)$$

или к двум уравнениям второй степени. Здесь были использованы следующие подстановки:

$$U = u, \quad (7a)$$

$$F = -d - u, \quad (7b)$$

$$V = -bc + v, \quad (7c)$$

$$G = d^2 - ef + w. \quad (7d)$$

Для нахождения системы решений для (1) мы воспользовались базисными функциями:

$$F_j(z) e^{ik_0 \int_0^z \lambda_j(\xi) d\xi}. \quad (8)$$

2. Матричное решение

Для решения методом ВКБ [14], когда проекции полей пропорциональны экспонентам $\exp[ik_0 \sigma(z)]$, где $\sigma(z)$ представляется в виде ряда:

$$\sigma(z) = \sigma_0(z) + \frac{\sigma_1(z)}{ik_0} + \frac{\sigma_2(z)}{(ik_0)^2} + \dots,$$

функции (8) являются начальным приближением. Это значит, что интегралы в формуле (8) имеют вид:

$$\int_0^z \lambda_j(\xi) d\xi = \sigma_{0,j}(z).$$

С помощью функций (8) запишем проекции полей H_x и E_x :

$$H_x = S_1 e^{ik_0 \int_0^z \lambda_1(\xi) d\xi} + S_2 e^{ik_0 \int_0^z \lambda_2(\xi) d\xi}, \quad (9)$$

$$E_x = S_3 e^{ik_0 \int_0^z \lambda_3(\xi) d\xi} + S_4 e^{ik_0 \int_0^z \lambda_4(\xi) d\xi}. \quad (10)$$

Фундаментальная матрица решения (ФМР) системы (1) для анизотропного неоднородного слоя получается методом Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна, при этом использовался подход, представленный в книге В. Вазова [24]:

$$\hat{Y}(z) = \hat{G}(z) \cdot \text{diag} \left(e^{ik_0 \int_0^z \lambda_1(\xi) d\xi}, \dots, e^{ik_0 \int_0^z \lambda_4(\xi) d\xi} \right). \quad (11)$$

$\hat{G}(z)$ – матрица с коэффициентами, зависящими от z ; причём $\hat{G}(z)$ удовлетворяет системе (1). Чтобы найти ФМР, подставим решения для проекций H_x и E_x в систему ОДУ (1). Таким способом мы нашли ещё две проекции векторов полей и можем записать ФМР $\hat{Y}(z)$:

$$Y(z) = \begin{pmatrix} -\eta_1 f \frac{S_1}{\Delta} e^{ik_0 \int_0^z \lambda_1(\xi) d\xi} & \eta_1 f \frac{S_2}{\Delta} e^{ik_0 \int_0^z \lambda_2(\xi) d\xi} & -\frac{S_3}{\Delta} (\eta_2 p + hf) e^{ik_0 \int_0^z \lambda_3(\xi) d\xi} & \frac{S_4}{\Delta} (\eta_2 p - hf) e^{ik_0 \int_0^z \lambda_4(\xi) d\xi} \\ S_1 e^{ik_0 \int_0^z \lambda_1(\xi) d\xi} & S_2 e^{ik_0 \int_0^z \lambda_2(\xi) d\xi} & 0 & 0 \\ p \eta_1 \frac{S_1}{\Delta} e^{ik_0 \int_0^z \lambda_1(\xi) d\xi} & -\eta_1 p \frac{S_2}{\Delta} e^{ik_0 \int_0^z \lambda_2(\xi) d\xi} & \frac{S_3}{\Delta} (hp + \eta_2 c) e^{ik_0 \int_0^z \lambda_3(\xi) d\xi} & \frac{S_4}{\Delta} (hp - \eta_2 c) e^{ik_0 \int_0^z \lambda_4(\xi) d\xi} \\ 0 & 0 & S_3 e^{ik_0 \int_0^z \lambda_3(\xi) d\xi} & S_4 e^{ik_0 \int_0^z \lambda_4(\xi) d\xi} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Здесь $\Delta = f \cdot c - p^2$. Матрица Коши рассчитывается по стандартной формуле:

$$\hat{N}(z, 0) = \hat{Y}(z) \hat{Y}^{-1}(0). \quad (13)$$

Формулы (9) и (10) представляют собой начальное приближение метода ВКБ; после их подстановки в систему (1) мы получили множители при экспонентах у проекций H_x и E_x , которые удовлетворяют уравнениям системы. Решениями системы (1) являются четыре базисные волны, которые определяются свойствами среды при данном значении z . Поляризация базисных волн зависит от направления оптической оси в среде и от угла падения. Решение задачи выполнено методом ВКБ и представлено в виде матрицы Коши 4×4, описывающей изменение проекций полей электромагнитной волны при её распространении в среде.

$$\begin{pmatrix} p_n(n_{11} + p_1 n_{12}) - (n_{21} + p_1 n_{22}) & \sqrt{\varepsilon_1}(p_n(n_{13} + q_1 n_{14}) - (n_{23} + q_1 n_{24})) \\ \sqrt{\varepsilon_n}(q_n(n_{31} + p_1 n_{32}) - (n_{41} + p_1 n_{42})) & \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_n}(q_n(n_{33} + q_1 n_{34}) - (n_{43} + q_1 n_{44})) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{si} \\ E_{pi} \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} -(p_n(n_{11} - p_1 n_{12}) - (n_{21} - p_1 n_{22})) & -\sqrt{\varepsilon_1}(p_n(n_{13} - q_1 n_{14}) - (n_{23} - q_1 n_{24})) \\ -\sqrt{\varepsilon_n}(q_n(n_{31} - p_1 n_{32}) + (n_{41} - p_1 n_{42})) & -\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_n}(q_n(n_{33} - q_1 n_{34}) - (n_{43} - q_1 n_{44})) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{sr} \\ E_{pr} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Или, кратко:

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{si} \\ E_{pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{sr} \\ E_{pr} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Из этого следует, что матрица отражения для волн s- и p-поляризации имеет вид:

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} R_{ss} & R_{sp} \\ R_{ps} & R_{pp} \end{pmatrix} = \hat{X}^{-1} \hat{S}. \quad (16)$$

3. Расчёт матрицы отражения

Для анизотропной среды, $\varepsilon_o = 2$, $\varepsilon_e = 2,4$, $d = 5\lambda_0$, выполнен расчёт модулей амплитудных коэффициентов матрицы отражения (16). Среда 1 – воздух, подложка – вода. Угол между оптической осью (ОО) и нормалью OZ, проведённой к границе раздела сред «1–2», составляет $\varphi = 45^\circ$. Первоначально в плоскости $z = 0$ оптическая ось параллельна плоскости падения: $\chi(0) = 0$. Затем в слое изменяется направление оптической оси на угол $\Delta\chi$. Величина кручения среды $\Delta\chi$ принимала в расчётах следующие значения: 0° , 45° , 90° , 135° и 180° .

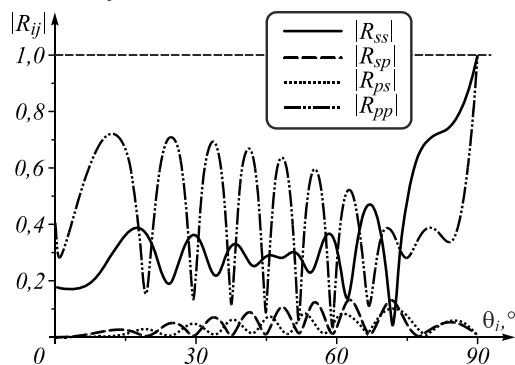


Рис. 2. Угловые зависимости модулей амплитудных коэффициентов матрицы отражения $\hat{R}$ при $\varphi = 45^\circ$ и угле кручения $\Delta\chi = 90^\circ$

С помощью матрицы Коши получены матрицы амплитудных коэффициентов отражения и пропускания волн произвольной поляризации для неоднородной анизотропной плоской среды. В качестве базиса для падающей волны можно выбрать волны s- и p-поляризации, волны правой и левой круговой поляризации или волны двух ортогональных эллиптических поляризаций. Мы будем описывать падающие и отраженные волны с помощью s- и p-поляризаций. Данный метод применен для расчёта матричных коэффициентов отражения слоя со спиральным изменением направления оптической оси.

Из условий непрерывности тангенциальных составляющих полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ следует система, связывающая s- и p-компоненты падающей и отражённой волн:

Были рассчитаны зависимости модулей коэффициентов матрицы отражения $|R_{sp}|$ и $|R_{ps}|$ от угла падения света θ_i для различных значений угла кручения $\Delta\chi$ оптической оси в среде, указанных выше.

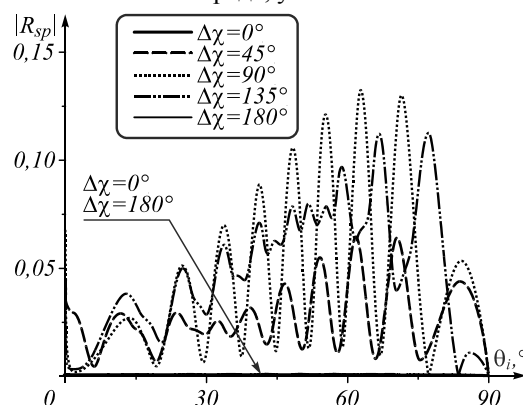


Рис. 3. Угловые зависимости $|R_{sp}|$ при $\varphi = 45^\circ$ и угле кручения $\Delta\chi$, принимающем значения, указанные на рисунке

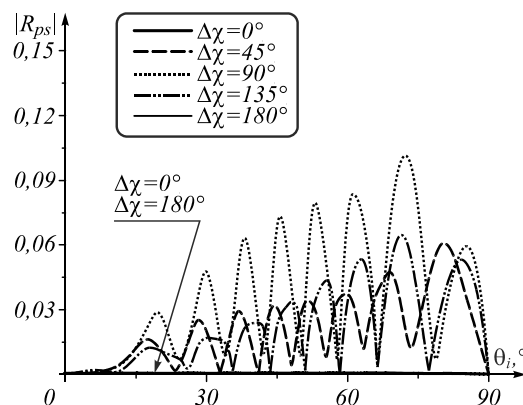


Рис. 4. Угловые зависимости $|R_{ps}|$ при $\varphi = 45^\circ$ и угле кручения $\Delta\chi$, принимающем значения, указанные на рисунке

Расчёт показал, что при начальном угле $\chi=0$, когда оптическая ось на границе раздела сред лежит в плоскости падения, максимальные абсолютные значения амплитудных коэффициентов R_{sp} , R_{ps} достигаются при угле кручения $\Delta\chi=\pi/2$. Если $\Delta\chi=\pi$, или $\Delta\chi=0$, то значения u , v и w , определяемые формулами (7), будут равны нулю, а коэффициенты R_{sp} и R_{ps} также принимают нулевые значения. То есть при отсутствии кручения или при кручении, равном π , кросс-поляризации при отражении волны не происходит. И, наоборот, кросс-поляризация волн s- и p-поляризации будет наибольшей при угле кручения, равном 90° .

Расчёт матриц отражения при изменении угла кручения $\Delta\chi$ выполнялся также для случая, когда угол ϕ между оптической осью и OZ составлял 15° . Результаты расчётов представлены на рис. 5, 6 и 7. Из рис. 5 видно, что угловые спектры модулей коэффициентов $|R_{ss}|$ и $|R_{pp}|$ имеют особенности в виде скачков. На рис. 6 и 7 можно видеть, что $|R_{sp}|$ и $|R_{ps}|$ имеют аналогичные особенности. Такой результат получен для случая, когда угол преломления θ обыкновенной волны в среде становится равным углу ϕ , тогда преломлённая волна, возникающая в неоднородной среде на границе раздела $z=0$, начнёт своё распространение в среде вдоль оптической оси и первоначально будет обыкновенной. Затем, при удалении от границы, направление оси в среде изменится, волна преломляется и разделяется на обыкновенную и необыкновенную.

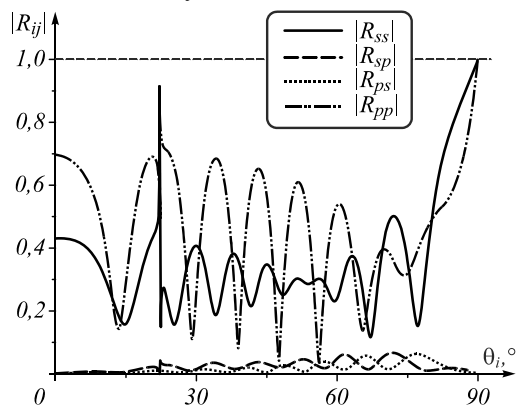


Рис. 5. Угловые зависимости модулей амплитудных коэффициентов матрицы отражения $\hat{R}$ при $\phi=15^\circ$ и угле кручения $\Delta\chi=90^\circ$

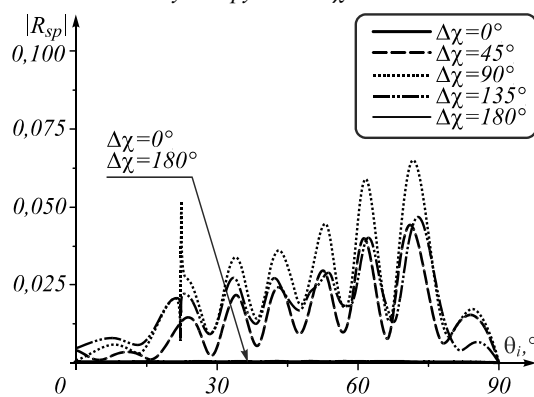


Рис. 6. Угловые зависимости $|R_{sp}|$ при $\phi=15^\circ$ и угле кручения $\Delta\chi$

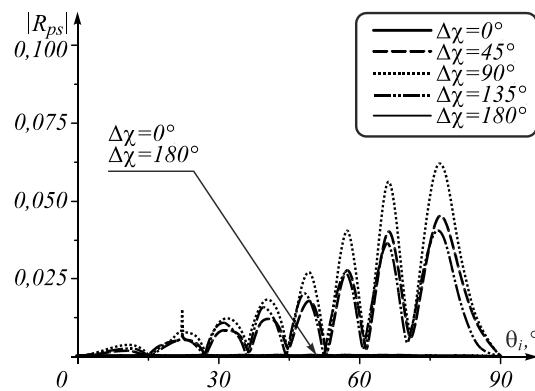


Рис. 7. Угловые зависимости $|R_{ps}|$ при $\phi=15^\circ$ и угле кручения $\Delta\chi$

В этом случае, когда угол $\phi=15^\circ$, параметры u , v и w в выражениях (5a) и (5b) принимают меньшие значения, чем в предыдущем, когда угол между ОО и OZ составляет 45° . Обмен энергией между волнами s- и p-поляризации в анизотропной среде при меньшем угле ϕ будет менее заметным, и коэффициенты R_{sp} и R_{ps} будут меньше по модулю. Для сравнения: если угол между оптической осью и направлением OZ выбрать равным $\phi=0^\circ$, то кросс-поляризованные компоненты R_{sp} и R_{ps} будут равны нулю и в среде будут независимо распространяться волны s- и p-поляризации. Таким образом, рост угла ϕ между оптической осью и нормалью к границе слоя ведёт к увеличению кросс-поляризации.

Полученный матричный аппарат предполагается применять для расчёта устройств обработки оптических сигналов на основе ЖК и анизотропных фотонных кристаллов, переключателей поляризации света.

Заключение

Получен математический аппарат в виде матрицы Коши 4×4 для расчёта полей в планарных анизотропных градиентных структурах с произвольным направлением оптической оси относительно плоскости падения, а также для сред с кручением, учитывающий взаимодействие волн ортогональных поляризаций в среде.

Выполнен расчёт угловых спектров абсолютных значений амплитудных коэффициентов матриц отражения для среды с кручением. Показана зависимость кросс-поляризованных компонент при отражении света от полного угла кручения среды и от угла между оптической осью и нормалью к плоскости слоя.

Полученный матричный аппарат предполагается применять для обработки оптических сигналов, переключателей поляризации света.

Литература

1. **Tabib-Azar, M.** Modern trends in microstructures and integrated optics for communication, sensing, and actuation / M. Tabib-Azar, G. Beheim // Optical Engineering. – 1997. – Vol. 36, Issue 5. – P. 1307-1318. – DOI: 10.1117/1.601331.
2. **Hussell, C.P.** Adiabatic invariance in GRIN channel waveguides and its use in 3-dB cross couplers / C.P. Hussell, R.V. Ramaswamy, R. Srivastava, J.L. Jackel // Applied Optics. – 1990. – Vol. 29, Issue 25. – P. 4105-4110. – DOI: 10.1364/AO.29.004105.

3. **Razskazovskaya, O.** Carrier frequency tuning of few-cycle light pulses by a broadband attenuating mirror / O. Razskazovskaya, M. Osslander, F. Siegrist, V. Pervak, M. Schultze // *Applied Optics*. – 2017. – Vol. 56, Issue 32. – P. 8978-8982. – DOI: 10.1364/AO.56.008978.
4. **Kuroda, C.** Optimization of a waveguide-mode sensing chip for an ultraviolet near-field illumination biosensor / C. Kuroda, Y. Ohki, M. Fujimaki // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25, Issue 21. – P. 26011-26019. – DOI: 10.1364/OE.25.026011.
5. **Fennig, E.A.** Design of multilayer planar light guide concentrators / E.A. Fennig, G. Schmidt, D.T. Moore // *Light, Energy and the Environment, OSA Technical Digest (online)*. – 2017. – RW3B.4. – DOI: 10.1364/OSE.2017.RW3B.4.
6. **Guo, D.** Silicon mode (de)multiplexers with parameters optimized using shortcuts to adiabaticity / D. Guo, T. Chu // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25, Issue 8. – P. 9160-9170. – DOI: 10.1364/OE.25.009160.
7. **Wang, B.** Polarization-controlled color-tunable holograms with dielectric metasurfaces / B. Wang, F. Dong, D. Yang, Zh. Song, L. Xu, W. Chu, Q. Gong, Y. Li // *Optica*. – 2017. – Vol. 4, Issue 11. – P. 1368-1371. – DOI: 10.1364/OPTICA.4.001368.
8. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М: Наука, 1973. – 720 с.
9. **Teitler, S.** Refraction in stratified, anisotropic media / S. Teitler, B.W. Henvis // *Journal of the Optical Society of America*. – 1970. – Vol. 60, Issue 6. – P. 830-834. – DOI: 10.1364/JOSA.60.000830.
10. **Berreman, D.W.** Optics in stratified and anisotropic media: 4×4-matrix formulation / D.W. Berreman // *Journal of the Optical Society of America*. – 1972. – Vol. 62, Issue 4. – P. 502-510. – DOI: 10.1364/JOSA.62.000502.
11. **Allia, P.** 4 × 4 matrix approach to chiral liquid-crystal optics / P. Allia, C. Oldano, L. Trossi // *Journal of the Optical Society of America B*. – 1986. – Vol. 3, Issue 3. – P. 424-429. – DOI: 10.1364/JOSAB.3.000424.
12. **Yakovlev, D.A.** Modeling and optimization of LCD optical performance / D.A. Yakovlev, V.G. Chigrinov, H.-S. Kwok. – New Delhi: John Wiley & Sons Ltd., 2015. – 555 p. – ISBN: 978-0-47068914-1.
13. **Yeh, P.** Optics of liquid crystal displays / P. Yeh, C. Gu. – 2nd ed. – John Wiley & Sons Inc., 2009. – 792 p. – ISBN 978-0-470-18176-8.
14. **Gvatua, Sh.Sh.** Polarization properties of polymer films with a birefringence gradient / Sh.Sh. Gvatua, N.S. Topuridze, Yu.M. Blagidze, L.K. Sharashidze, I.Ya. Pavlenishvili, K.G. Dzharparidze, L.I. Nadareishvili // *Journal of Optical Technology*. – 2005. – Vol. 72, Issue 10. – P. 743-748. – DOI: 10.1364/JOT.72.000743.
15. **Chabanov, A.A.** Strongly resonant transmission in periodic anisotropic layered media / A.A. Chabanov // *Frontiers in Optics 2007/Laser Science XXIII/Organic Materials and Devices for Displays and Energy Conversion*. – 2007. – FTh14. – DOI: 10.1364/FIO.2007.FTh14.
16. Теоретическая физика. В 10 т. Т. 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория) / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – 6-е изд. – М.: Физматлит, 2004. – 800 с. – ISBN 5-9221-0530-2.
17. **Chung, M.-S.** General eigenvalue equations for optical planar waveguides with arbitrarily graded-index profiles / M.-S. Chung, Ch.-M. Kim // *Journal of Lightwave Technology*. – 2000. – Vol. 18, Issue 6. – P. 878-885. – DOI: 10.1109/50.848401.
18. **Моисеева, Н.М.** Расчёт динамики эллипсометрических параметров отраженного электромагнитного излучения неоднородной газовой реагирующей среды / Н.М. Моисеева // *Информатика. Образование. Экология и здоровье человека. Сборник научных трудов 5 Международной конференции «Нелинейный мир»*. – 2001. – С. 163-169.
19. **Моисеева, Н.М.** Расчёт дисперсионных характеристик поверхностных плазмонов на границе неоднородной анизотропной среды / Н.М. Моисеева, В.В. Яцышен // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. – 2005. – Т. 8, № 1. – С. 77-81.
20. **Моисеева, Н.М.** Изменение огибающей оптического сигнала при отражении ячейкой неоднородного нематического жидкого кристалла / Н.М. Моисеева, И.П. Руденок, А.В. Моисеев // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2016. – Т. 59, № 12-3. – С. 157-160.
21. **Моисеева, Н.М.** Применение метода ВКБ для расчёта собственных волн планарного анизотропного неоднородного волновода / Н.М. Моисеева // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2013. – Т. 56, № 8-2. – С. 282-284.
22. **Иванов, О.В.** Распространение света в неоднородных бианизотропных плоскостных структурах / О.В. Иванов, Д.И. Семенов // *Оптика и спектроскопия*. – 1999. – Т. 87, № 3. – С. 484-489.
23. **Иванов, О.В.** Распространение волн в анизотропных бианизотропных слоистых структурах / О.В. Иванов. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 262 с. – ISBN 978-5-9795-0684-5.
24. **Wasow, W.** Asymptotic expansion for ordinary differential equations / W. Wasow. – Mineola, New York: Dover Publication Inc., 1987. – 365 p. – ISBN 0-486-49518-3.

Сведения об авторах

Моисеева Наталья Михайловна, 1966 года рождения, в 1988 году окончила Волгоградский государственный университет по специальности «Физика». Кандидат физико-математических наук (2005 г.). Доцент кафедры лазерной физики института математики и информационных технологий Волгоградского государственного университета. Область научных интересов: оптика, электродинамика, дифференциальные уравнения, математическое моделирование, вычислительная математика. E-mail: moiseeva@volsu.ru.

Моисеев Антон Владимирович, 1989 года рождения, в 2012 году окончил магистратуру Волгоградского государственного университета (ВолГУ) по направлению «Лазерная техника и лазерные технологии», работает ассистентом кафедры лазерной физики института математики и информационных технологий ВолГУ. Область научных интересов: оптика, электродинамика, физика лазеров, радиоэлектроника. E-mail: anton_moiseev@volsu.ru.

ГРНТИ: 29.31.15.

Поступила в редакцию 11 декабря 2017 г. Окончательный вариант – 19 февраля 2018 г.

THE MATRIX SOLUTION OF THE 4×4 PROBLEM BY THE WENTZEL-KRAMERS-BRILLOUIN METHOD FOR A PLANAR INHOMOGENEOUS ANISOTROPIC LAYER

N.M. Moiseeva¹, A.V. Moiseev¹

¹Volgograd State University, Volgograd, Russia

Abstract

Using methods of classical electrodynamics, we consider the oblique incidence of a plane electromagnetic wave on a twisted planar anisotropic inhomogeneous layer, in which the optical axis changes direction with respect to the plane of incidence. We consider the general case when all components of the permittivity tensor of the medium are nonzero functions of the transverse coordinate in the layer. Using the Wentzel-Kramers-Brillouin method, we obtain in the initial approximation a 4×4-matrix solution for the projections of the fields of an electromagnetic wave in an inhomogeneous anisotropic medium. The matrix reflection coefficients are calculated and shown to depend on the torsion angle of the medium.

Keywords: thin films, optical properties, light polarization, anisotropic optical materials, birefringence, inhomogeneous media, WKB method, 4×4 method, reflection matrix.

Citation: Moiseeva NM, Moiseev AV. The matrix solution of the 4×4 problem by the Wentzel-Kramers-Brillouin method for a planar inhomogeneous anisotropic layer. *Computer Optics* 2018; 42(3): 354-361. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-354-361.

References

- [1] Tabib-Azar M, Beheim G. Modern trends in microstructures and integrated optics for communication, sensing, and actuation. *Optical Engineering* 1997; 36(5): 1307-1318. DOI: 10.1117/1.601331.
- [2] Hussell CP, Ramaswamy RV, Srivastava R, Jackel JL. Adiabatic invariance in GRIN channel waveguides and its use in 3-dB cross couplers. *Appl Opt* 1990; 29(25): 4105-4110. DOI: 10.1364/AO.29.004105.
- [3] Razskazovskaya O, Ossianer M, Siegrist F, Pervak V, Schultze M. Carrier frequency tuning of few-cycle light pulses by a broadband attenuating mirror. *Appl Opt* 2017; 56(32): 8978-8982. DOI: 10.1364/AO.56.008978.
- [4] Kuroda C, Ohki Y, Fujimaki M. Optimization of a waveguide-mode sensing chip for an ultraviolet near-field illumination biosensor. *Opt Express* 2017; 25(21): 26011-26019. DOI: 10.1364/OE.25.026011.
- [5] Fennig EA, Schmidt G, Moore DT. Design of multilayer planar light guide concentrators. *Light, Energy and the Environment*, OSA Technical Digest (online) 2017: RW3B.4. DOI: 10.1364/OSE.2017.RW3B.4.
- [6] Guo D, Chu T. Silicon mode (de)multiplexers with parameters optimized using shortcuts to adiabaticity. *Opt Express* 2017; 25(8): 9160-9170. DOI: 10.1364/OE.25.009160.
- [7] Wang B, Dong F, Yang D, Song Z, Xu L, Chu W, Gong Q, Li Y. Polarization-controlled color-tunable holograms with dielectric metasurfaces. *Optica* 2017; 4(11): 1368-1371. DOI: 10.1364/OPTICA.4.001368.
- [8] Born M, Wolf E. *Principles of optics*. 3rd ed. New York: Pergamon Press, 1965.
- [9] Teitler S, Hennis BW. Refraction in stratified, anisotropic media. *JOSA* 1970; 60(6): 830-834. DOI: 10.1364/JOSA.60.000830.
- [10] Berreman DW. Optics in stratified and anisotropic media: 4×4-matrix formulation. *JOSA* 1972; 62(4): 502-510. DOI: 10.1364/JOSA.62.000502.
- [11] Allia P, Oldano C, Trossi L. 4 × 4 matrix approach to chiral liquid-crystal optics. *JOSA B* 1986; 3(3): 424-429. DOI: 10.1364/JOSAB.3.000424.
- [12] Yakovlev DA, Chigrinov VG, Kwok HS. *Modeling and optimization of LCD optical performance*. New Delhi: John Wiley & Sons Ltd; 2015. ISBN: 978-0-47068914-1.
- [13] Yeh P, Gu C. *Optics of liquid crystal displays*. 2nd ed. John Wiley & Sons Inc; 2009. ISBN: 978-0-470-18176-8.
- [14] Gvatua ShSh, Topuridze NS, Blagidze YM, Sharashidze LK, Pavlenishvili IY, Dzhaparidze KG, Nadareishvili LI. Polarization properties of polymer films with a birefringence gradient. *J Opt Technol* 2005; 72(10): 743-748. DOI: 10.1364/JOT.72.000743.
- [15] Chabanov AA. Strongly resonant transmission in periodic anisotropic layered media. *Frontiers in Optics* 2007: FTh14. DOI: 10.1364/FIO.2007.FTh14.
- [16] Landau LD, Lifshitz EM. *Quantum mechanics (non-relativistic theory)*. Course of Theoretical Physics, Vol 3. 3rd ed. Burlington, MA: Butterworth-Heinemann Publishers; 2004. ISBN: 978-0-7506-3539-4.
- [17] Chung M-S, Kim C-M. General eigenvalue equations for optical planar waveguides with arbitrarily graded-index profiles. *J Lightw Technol* 2000; 18(6): 878-885. DOI: 10.1109/50.848401.
- [18] Moiseeva NM. Calculation of the dynamics of ellipsometric parameters of the reflected electromagnetic radiation of an inhomogeneous gaseous reacting medium [In Russian]. *Informatics. Education. Ecology and human health. Proceedings of the 5th International Conference "Nonlinear World"* 2001: 163-169.
- [19] Moiseeva NM, Yatshishen VV. Calculation of dispersion characteristics of surface plasmons on the boundary a non-homogeneous anisotropic medium [In Russian]. *Physics of Wave Propagation and Radio Systems* 2005; 8(10): 77-81.
- [20] Moiseeva NM, Rudenok IP, Moiseev AV. Chang envelope of the optical signal at reflection in cell inhomogeneous nematic liquid crystals [In Russian]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij: Fizika* 2016; 59(12-3): 157-160.
- [21] Moiseeva NM. Application of WKB for calculation eigenwaves an anisotropic inhomogeneous planar waveguide [In Russian]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij: Fizika* 2013; 56(8-2): 282-284.
- [22] Ivanov OV, Sementsov DI. Propagation of light in nonuniform bianisotropic plane-layer structures. *Optics and spectroscopy* 1999; 87(3): P. 446-451.
- [23] Ivanov OV. *The propagation of electromagnetic waves in anisotropic and bianisotropic layered structures* [In Russian]. Ulyanovsk: "UISTU" Publisher; 2010. ISBN: 978-5-9795-0684-5.
- [24] Wasow W. *Asymptotic expansion for ordinary differential equations*. Mineola, New York: Dover Publication Inc; 1987. ISBN: 0-486-49518-3.

Autor's information

Natalja Michailovna Moiseeva (b. 1966), graduated from Volgograd State University in 1988, majoring in Physics, candidate of science in Physics and Mathematics (2005). Associate Professor of Laser Physics, Institute of Mathematics and Information Technologies of the Volgograd State University. Research interests: optics, electrodynamics, differential equations, mathematical modeling and computational mathematics. E-mail: moiseeva@volsu.ru.

Anton Vladimirovich Moiseev (b. 1989), in 2012 graduated from the Master of Volgograd State University (Volgograd) in the direction of "Laser Equipment and Laser Technology", working as an assistant of the of Laser Physics department, Institute of Mathematics and Information Technologies of Volgograd State University. Research interests: optics, electrodynamics, physics of lasers, electronics. E-mail: anton_moiseev@volsu.ru.

Received December 11, 2017. The final version – February 19, 2018.

ФОРМФАКТОР ГОЛОГРАММ СЛОЖНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

С.А. Шойдин¹, А.В. Трифанов¹

¹Сибирский государственный университет геосистем и технологий, Новосибирск, Россия

Аннотация

В настоящей работе продолжается изучение влияния формфактора голограмм на их оптимальные характеристики, такие как оптимальная экспозиция при условии известного распределения видности и максимально достижимые значения средней по голограмме дифракционной эффективности. Главное внимание в работе уделено проверке применимости понятия формфактора к вычислениям оптимальных параметров фазовой голограммы. Полученные результаты позволяют утверждать, что для голограмм реальных изображений, сформированных сложными по форме пучками, применима технология вычисления и практического использования формфактора. На примере более чем 30 реальных изображений проанализирован подход к определению формфактора для изображающих голограмм. Обнаружено достаточно хорошее совпадение формфактора голограмм реальных портретных изображений с формфактором голограмм Гауссовых пучков. Показано, что реальные изображения имеют статистику распределения яркости, близкую к Гауссовой, но и для других статистик предложенный метод расчёта и использования формфактора применим.

Ключевые слова: лазер, голограмма, формфактор, дифракционная эффективность, Гауссов пучок, портрет.

Цитирование: Шойдин, С.А. Формфактор голограмм сложных изображений / С.А. Шойдин, А.В. Трифанов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 362-368. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-362-368.

Введение

При разработке новых голографических материалов большое внимание уделяется увеличению динамического диапазона фотоотклика среды [1, 2]. Однако, как было показано в [3–5], использование большого динамического диапазона голографической среды для увеличения дифракционной эффективности не всегда возможно, поскольку дифракционная эффективность ограничивается влиянием так называемого формфактора голограммы. В [6, 7] для Гауссовых пучков были получены ограничения на максимально достижимую дифракционную эффективность η , а также получен коэффициент увеличения оптимальной экспозиции, требуемой для достижения её максимума, названный формфактором. Там же было отмечено, что влияние формфактора проявляется только при одновременном существовании двух эффектов – нелинейности отклика, в данном случае $\eta_m(E, V)$, и неравномерности яркости по полю $E(x, y)$. Несмотря на широкую применимость модели Гауссовых пучков при записи голограмм, часто распределение яркости так называемых объектных пучков по полю голограммы не соответствует форме Гауссовых кривых. Однако, как было отмечено в [7], большинство сложных по форме пучков, имеющих многофакторное (хотя и не Гауссово по полю) распределение яркости, в силу центральной предельной теоремы (ЦПТ) могут приближаться к Гауссовой статистике распределения яркости. Это означает, что для голограмм, записанных такими пучками, тоже можно ожидать подобного проявления формфактора, чему и посвящена настоящая работа.

Численное моделирование и экспериментальные результаты

В [6, 7] показано, что средняя дифракционная эффективность фазовых голограмм $\eta_m(E, V)$, записанных

неравномерными по яркости пучками, определяется выражением (1).

$$\eta_m = \left(\frac{1}{s} \right) \iint \sin^2 \{ \beta(E) E(x, y) V(x, y) \} dx dy, \quad (1)$$

где η_m – средняя по полю голограммы дифракционная эффективность, s – площадь голограммы, $\beta(E)$ – голографическая чувствительность фотоматериала, а V – видность интерференционной картины при записи. Здесь полагается, что и видность, и экспозиция могут в общем случае меняться по полю голограммы (x, y) , а фотоотклик голографического материала – его чувствительность $\beta(E)$ в общем случае может иметь нелинейный вид, например, как в [6].

Можно ли в случае сложных изображений, например, при записи голограммы портрета, воспользоваться, как и для Гауссовых пучков [7], вычислениями оптимальной экспозиции для достижения максимальной η_m по формуле (2), предложенной для Гауссовых пучков?

$$\eta_m = \Omega \sin^2 \{ \Psi f(EV) \}. \quad (2)$$

Здесь величина Ω ограничивает максимально достижимую среднюю дифракционную эффективность голограммы, а Ψ – константа, учитывающая весовую функцию яркости при интегрировании (1). Она отражает эффективную задержку достижения первого максимума η_m , приводя сложные вычисления по (1) к простым вычислениям по (2), которые аналогичны известным классическим вычислениям [8]. Использование известной, заранее вычисленной величины формфактора, в практической работе существенно облегчает отработку технологии записи голограмм.

Для численного эксперимента было выбрано типичное портретное изображение с разрешением 200×200 , пригодное для размещения на документах,

удостоверяющих личность. Оно было сделано фотоаппаратом Canon EOS 350D в режиме автоматического выбора экспозиции по времени. Затем полученное изображение было преобразовано стандартными методами Photoshop в изображение в серых тонах рис. 1а, распределение яркости которого приведено на рис. 1б.

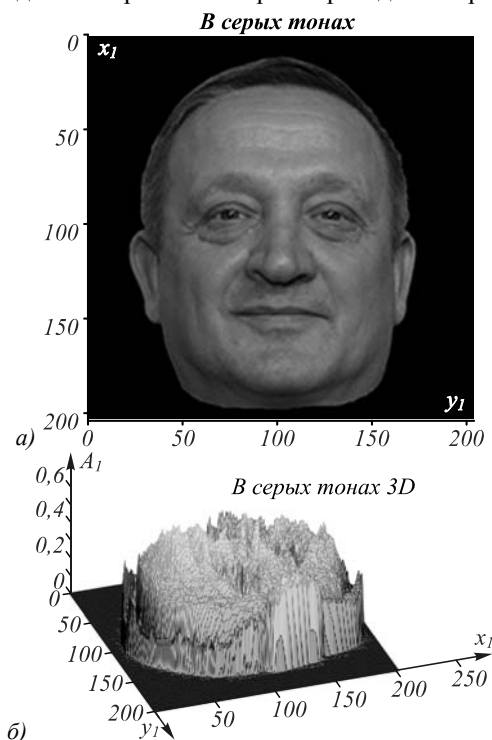


Рис. 1. Изображение в серых тонах (а), 3D-развёртка динамического диапазона яркостей A_1 составляющих его точек (б)

Можно видеть, что распределение яркости (рис. 1б) носит как будто случайный характер. Однако его весовая функция яркости близка к Гауссовому распределению (см. рис. 2).

Типовым оператором histForPhoto в среде Matlab были построены гистограммы изображения 1б, приведённые на рис. 2а, б.

На гистограмме (рис. 2а) видно, что в кадре изображения рис. 1а много пустого места, не занятого изображением, где яркость равна нулю. Убирая этот пик из статистического распределения, можно более подробно видеть картину распределения яркостей собственно по полю изображения портрета на рис. 2б. Её среднее отклонение от показанной на том же графике Гауссовой кривой составляет 18 %.

Если внимательно исследовать развёртку динамического диапазона точек изображения на рис. 1б, можно обнаружить, что самые яркие точки не дотягивают до $A_1 = 1$, а остаются ниже уровня 0,65, а самые тёмные образуют как бы общую полочку в районе $A_1 = 0,2$.

Пропорциональное растяжение динамического диапазона всего изображения так, чтобы самые яркие точки приближались к $A_1 = 1$, а «полочка» была удалена (для этого динамический диапазон A_1 внутри 0,2–0,65 был растянут от 0 до 1,0), не привело к существенному отклонению полученных гистограмм от

Гауссовой кривой. В этом смысле степень похожести гистограммы портрета на Гауссову кривую можно считать некоторым инвариантом относительно указанных изменений динамического диапазона. Поэтому в дальнейшем мы будем обращаться к исходному изображению рис. 1а, б со статистическим распределением яркости рис. 2б.

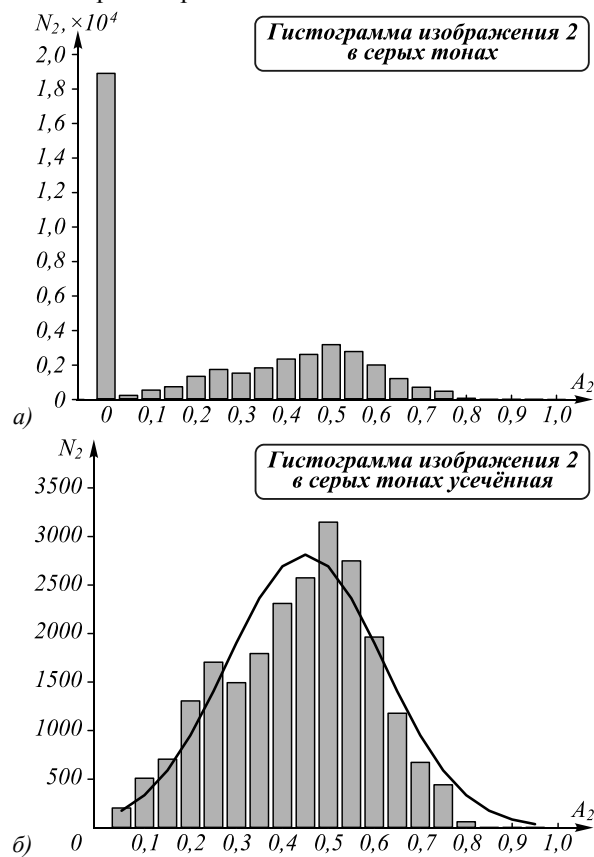


Рис. 2. Гистограммы распределения яркости: для исходного портрета 1а(1б) (а), для того же портрета с отсечённым нулевым фоном (б)

Вычисленная по формуле (1) средняя дифракционная эффективность $\eta_m(E, V)$ для портретного изображения рис. 1а, б и средняя дифракционная эффективность $\eta_m(E, V)$ для Гауссова пучка, аналогичного [6], показаны соответственно на рис. 3а, б. Здесь и далее мы берём для вычислений по (1) линейный фототклик среды ($\beta = 1$), чтобы не усложнять анализ численных расчётов излишним количеством анализируемых параметров. Далее мы приведём некоторые результаты, полученные с учётом нелинейности фототклика среды, но это заслуживает отдельного, более подробного изложения.

При сравнении рис. 3а и 3б видно, что в первом случае колебания не нарастают при росте экспозиции (и видности) после достижения $\eta_m(E, V)$ первого максимума, а во втором, для Гауссова пучка – возрастают и значительно. В [6] такое поведение графика $\eta_m(E, V)$ было объяснено ростом вклада удалённых от центра частей Гауссова пучка, когда локальные значения аргумента под синусом (1) на периферийных участках голограммы перерастают π .

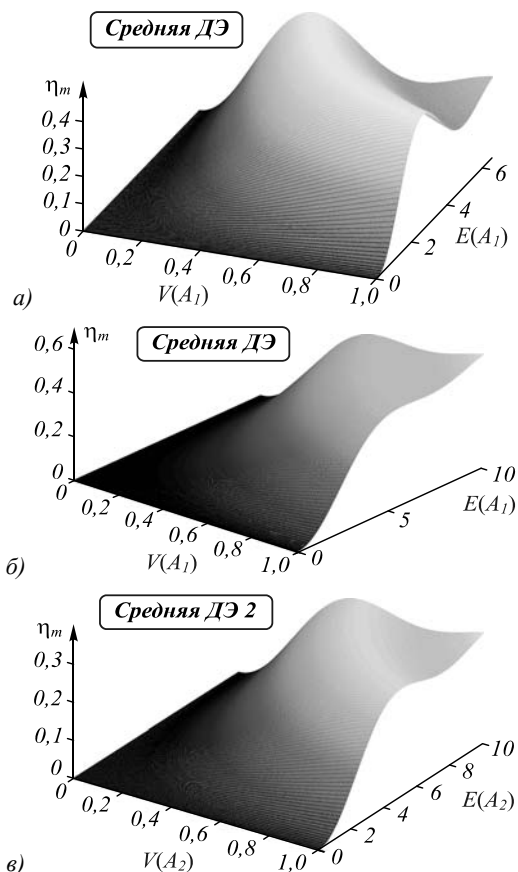


Рис. 3. Зависимость $\eta_m(E, V)$ для изображения на рис. 1: исходного портрета (а); Гауссова пучка (б); усечённого по уровню A_1 Гауссова пучка в диапазоне $A_2 = (0,2 \div 1,0)$ A_1 (в)

Для реальных изображений (η_m на рис. 3а) по изображению, приведённому на рис. 1а, б, такого роста нет. Видно, что на рис. 1б изображение по полю обрывается круто, а не как у Гаусса с бесконечно широкими крыльями внизу. Это и есть причина основных отличий реального изображения от изображения Гауссовых пучков.

На гистограммах рис. 2 также видно, что правая их часть довольно похожа на Гауссову кривую, а левая похожа меньше и даже на каком-то значении обрывается.

Отсюда было сделано предположение о том, что статистика распределения яркостей A_1 локальных точек портретного изображения (рис. 1) похожа на Гауссову лишь частично, а в большей степени соответствует статистике распределения Гаусса усечённого, как если бы у Гауссового распределения была отсечена нижняя часть, что не позволяло бы этой части вносить свой вклад с ростом экспозиции. Для подтверждения этого подробнее рассмотрим графики $\eta_m(E, V)$, приведённые на рис. 3.

Даже на глаз видно, что двумерный график (рис. 3в) больше похож на рис. 3а, чем на график на рис. 3б. Однако удобнее анализировать двумерные сечения этих графиков. На рис. 4 приведены зависимости η_m от E как сечения графиков из рис. 3 плоскостью, параллельной V для значений видности, близкой единице ($V=0,951$). В силу симметричной зави-

симости η_m как от E , так и от V , для случая линейного фотоотклика, этого будет достаточно для нахождения значений формфактора Ψ и максимально достижимой дифракционной эффективности Ω .

На рис. 4 приведены значения координат первых максимумов графиков $\eta_m(E)$. Видно, что на рис. 4а дифракционная эффективность голограммы под влиянием формфактора достигает максимального значения $\Omega_1 = 42,6\%$ при экспозиции E в $2,69/1,64 = 1,64$ раза большей, чем в идеальной [8] голограмме, что соответствует значению $\Psi_1 = 1/1,64 = 0,61$ для формулы (2). Таким же образом рассчитанные значения для Гауссовых пучков из рис. 4б получаются равными $\Omega_2 = 45\%$ и $\Psi_2 = 0,55$. Значения, хоть и близкие к Ω_1 и Ψ_1 , но отличающиеся по Ψ на 9,8 %, а по Ω – на 5,3 %.

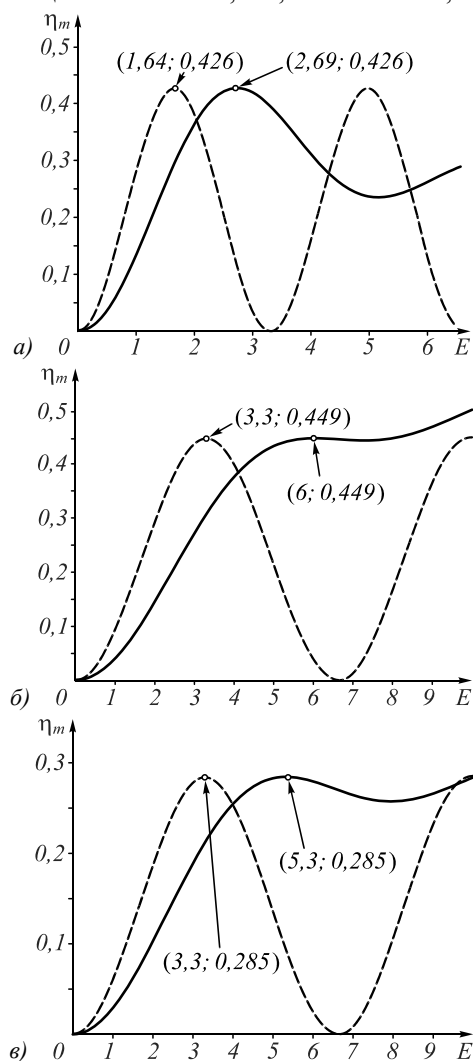


Рис. 4. Сплошная линия – зависимость η_m от экспозиции E при $V=0,951$: для исходного изображения (портрета на рис. 1) (а); для Гауссова пучка (б); для усечённого Гауссова пучка с модифицированным динамическим диапазоном ($A_2 = A_1 \{0,2 \div 1,0\}$) (в). Пунктирная линия – зависимость от тех же параметров идеальной голограммы, сформированной равномерным по полю сигналом [8], уменьшенная по ординате для удобства представления до значения Ω -первого максимума $\eta_m(E)$

В случае усечённого снизу Гауссова пучка ($0,2 \div 1,0$) величина $\Psi_3 = 0,62$, т. е. становится практически равной Ψ_1 , а Ω_3 падает до 28,5 %. Уменьшение максимально достижимой дифракционной эффективности Ψ_3 объясняется просто уменьшением эффективной площади, занимаемой усечённым Гауссовым пучком на голограмме. Пропорциональным увеличением диаметра усечённого Гаусса примерно на 15 % было получено увеличение Ψ_2 до 44 %.

Таким образом можно утверждать, что сделанное в [7] предположение о том, что сложные изображения, имеющие в силу ЦПТ статистически Гауссово распределение яркостей, также имеют формфактор, близкий к формфактору Гауссовых пучков, подтвердилось. Уточняя этот результат, можно сказать, что формфактор портретных изображений ближе к формфактору усечённого снизу Гаусса.

Повторяемость полученных результатов

Для проверки репрезентативности полученных результатов были проанализированы по описанной выше методике портреты группы из 31 человека.

Среди них были женщины и мужчины, снимавшиеся в очках и без очков, со вспышкой и без неё. По этой группе были вычислены средние значения формфактора $\Psi = 0,6157$ и дисперсии распределения яркости $D = 0,3197$. Среднеквадратичное отклонение формфактора при этом составляло 6,087 %, а дисперсии – 32,867 %. Максимальное отклонение формфактора от среднего значения по группе составило $\max \Psi = 0,11$; а $\max D = 0,16$. Таким образом, можно сделать вывод о том, что практическое применение формфактора при определении оптимальных условий записи (экспозиции и видности) для сложных многофакторных изображений, имеющих близкое к Гауссовому статистическое распределение яркости, можно проводить по формуле Когельника [7], но с учётом формфактора, вычисленного для (2) по (1), который равен формфактору Гауссовых пучков [6, 7]. Поскольку отклонение от Гауссовой статистики было по группе из 31 человека 32 %, а отклонения в формфакторе были 6,1 % (при этом сама средняя величина формфактора на случайной группе из 31 человека была 0,615), то можно сделать вывод, что даже отклонения от Гауссова статистического распределения не дают существенного изменения формфактора. Именно поэтому можно использовать полученное ранее значение формфактора для Гауссовых пучков при записи на голограмму реальных портретных изображений. Самое главное, что это исследование еще раз подтверждает, что формфактор устойчив к статистическим отклонениям в силу нелинейности под интегралом (1), таким образом стабилизируя в выражении (2) численное значение формфактора вблизи его значения для Гауссовых пучков.

Нелинейность фотоотклика голографического материала

Учёт нелинейности $\beta(E)$, подобной приведённой в [7], также проводился. Численный анализ подтвер-

ждает, в частности, что нелинейность снижает максимально достижимое значение η_m , но не пропорционально снижению значения фотоотклика, а ощутимо меньше. Так, для указанной нелинейности, характерной для фотоматериала «Реооксан» [1], максимальное значение фотоотклика при записи голограммы портрета (рис. 1) в точке первого максимума η_m снижается в 1,54 раза по сравнению с линейным фотооткликом. В то же время сама дифракционная эффективность η_m уменьшается только в 1,38 раза. Это указывает на то, что нелинейность фотоотклика голографической среды работает в том же направлении, что и появляющаяся за счёт нелинейности дополнительная компонента линейного отклика [8, стр. 381]. Однако более тонкие эффекты связи нелинейности фотоотклика и отличия статистики распределения яркости пучков от Гауссовой формы выходят за рамки настоящей работы и будут рассмотрены в дальнейшем.

Обсуждение

Полученные в настоящей работе результаты говорят о том, что сложные голографические изображения, формирующиеся с помощью пучков, чья неоднородность по полю является следствием наложения влияния многих факторов (отражение, поглощение, дифракция и другие виды рассеяния излучения), создающих реальную картину окружающей среды, обладают статистическим распределением яркости интерференционной картины близким к Гауссовому. Оптимальная экспозиция для таких голограмм, с учётом видности интерференционной картины, может быть рассчитана с помощью формфактора.

Степень точности таких расчётов определяется:

– Во-первых, близостью статистики распределения яркости описанных с помощью формфактора изображений к эталонной статистике, используемой в расчёте. В нашем случае отличие гистограмм изображения и ближайшей к ним Гауссовой кривой составляло 18 %, а отличие в величине формфактора между ними (Ψ_1 и Ψ_2) не превышало 10 %. При правильном подборе описывающей изображение статистики (усечённый на 20 % снизу Гаусс) отличия в формфакторе между Ψ_1 и Ψ_3 составляли всего 1,6 %. Такой точности вполне достаточно для практического выбора экспозиции при известной величине видности записываемой голограмму интерференционной картины.

– Во-вторых, степень точности расчётов определяется пропорциональной долей сигнала с определённой статистикой в общем кадре. Так, ограничивая Гаусс снизу отсечением его значений, лежащих в диапазоне яркостей от нуля до 20 %, мы тем самым уменьшили вклад бесконечно широких, хотя и низких «крыльев» Гаусса, изменили статистику распределения яркости. Это приблизило величину формфактора для голограммы Гауссова пучка к соответствующей величине формфактора голограммы изображения, но одновременно уменьшило его эффективный размер в

площади кадра, что привело к некоторому снижению средней дифракционной эффективности. На рис. 4в видно, что Ω снизилась с 44,9 % (рис. 4б) до 28,5 % (рис. 4в). Как указывалось выше, увеличение полуширины усечённого снизу Гауссова распределения, используемого для расчётов рис. 3в и рис. 4в, усечённого снизу на 20 %, привело к росту Ω до сравнимых с рис. 3а, 4а значений.

В целом приведённые результаты помогают понять предельные характеристики голограмм сложных изображений и даже объяснить некоторые эффекты, на которых прежде исследователи не заостряли внимания.

Так, известно, что яркость записанных на голограммах «вынесенных» из плоскости голограммы изображений может быть существенно выше, чем записанных в объёме, близком от поверхности голографической пластинки [9, 10]. Это можно объяснить тем, что записываемое вблизи голографической пластинки изображение имеет одно статистическое распределение яркости, а при удалении – другое. Так, на распределение яркости, а иногда и видности в плоскости регистрации голограммы оказывает влияние перераспределение амплитуды электромагнитного поля в свободном пространстве. Такое перераспределение описывается, как известно, преобразованием Кирхгофа и выглядит как некоторое «размазывание», похожее на дефокусировку амплитуды светового сигнала по полю голограммы, тем самым приближая к равномерному распределению яркости по полю. В этом случае, как было отмечено в [6], влияние формфактора ослабевает и средняя дифракционная эффективность голограммы приближается к описываемой в (2) с $\psi = 1$ и $\Omega = 1$.

Заключение

На основе полученных в работе результатов можно сделать вывод о более широкой применимости вычисленных в [7] для Гауссовых пучков значений формфактора. Здесь формфактор – это константа, учитывающая весовую функцию яркости с учётом влияния нелинейности фотоотклика как самого голографического материала, так и показанной в [8] синусоидальной зависимости, определяемой самосогласованной дифракцией объектной и опорной волн.

На основе анализа более чем 30 изображений можно сделать вывод, что даже отклонения от Гауссова статистического распределения не дают существенного изменения формфактора.

Следует отметить, что методика использования формфактора годится и для других статистических распределений. Для некоторых видов голографических сигналов, как нам представляется, могут реалии-

зовываться и другие статистики распределения яркостей, похожие, например, на статистики Бозе–Эйнштейна, Стюдента, Коши или др. Но оптимальный выбор экспозиции для голографических портретов будет близок к оптимальному выбору экспозиции для Гауссовых пучков в силу близости статистики распределения яркости и, вследствие этого, близости их формфакторов к величине $\Psi = 0,61$.

Литература

1. **Суханов, В.И.** Разработки ГОИ в области объемных регистрирующих сред для голографии / В.И. Суханов, А.В. Вениаминов, А.И. Рыскин, Н.В. Никоноров // В кн.: Юрий Николаевич Денисюк – основоположник отечественной голографии: Сборник трудов Всероссийского семинара / СПб: СПбГУ ИТМО, 2007. – С. 262-276.
2. **Шелковников, В.В.** Получение и свойства голографического фотополимерного материала в гибридной золь-гель матрице / В.В. Шелковников, В.В. Русских, Е.В. Васильев, Е.Ф. Пен, В.И. Ковалевский, И.А. Кучин // Оптический журнал. – 2006. – Т. 73, № 7. – С. 65-69.
3. **Шойдин, С.А.** Дифракционная эффективность голограмм, записанных гауссовыми пучками / С.А. Шойдин. – В кн.: Интерэкспо Гео-Сибирь-2015. СибОптика-2015: сборник материалов. – Новосибирск: СГУГиТ, 2015. – Т. 1. – С. 71-76.
4. **Shoydin, S.A.** Requirements to lasers and formfactor of holograms / S.A. Shoydin // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2016. – Vol. 25, Issue 2. – P. 287-294. – DOI: 10.3103/S1060992X16020053.
5. **Шойдин, С.А.** О требованиях к параметрам источника излучения для голографии / С.А. Шойдин. – В кн.: Лазеры. Измерения. Информация – 2013: сборник докладов. – СПб.: Изд-во СПб. Политехнич. ун-та, 2013. – Т. 1. – С. 94-107.
6. **Шойдин, С.А.** Требования к лазерному излучению и формфактор голограмм / С.А. Шойдин // Оптический журнал. – 2016. – Т. 83, № 5. – С. 65-75.
7. **Шойдин, С.А.** Метод достижения максимальной дифракционной эффективности голограмм на основе оптимизации формфактора / С.А. Шойдин // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 4. – С. 501-507. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-4-501-507.
8. **Кольер, Р.** Оптическая голография / Р. Кольер, К. Беркхарт, Л. Лин; пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – С. 291.
9. **Shoydin, S.A.** Application of Denisuk's hologras in advertising / S.A. Shoydin // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2013. – Vol. 22, Issue 4. – P. 272-274. – DOI: 10.3103/S1060992X13040127.
10. **Шойдин, С.А.** Парадоксальные изображения и парадоксальные технические решения в голографии на примере гражданских разработок / С.А. Шойдин // Известия Высших учебных заведений. Физика. – 2015. – Т. 58, № 11-3. – С. 140-143.

Сведения об авторах

Шойдин Сергей Александрович, 1952 года рождения, в 1974 году окончил Новосибирский государственный университет по специальности 03.03.02 (011200.62) «Физика», имеет диплом того же университета по специальности 01.03.04 (231300.62) «Прикладная математика», к.ф.-м.н., работает доцентом Сибирского государственного университета геосистем и технологий. Область научных интересов: голография, оптическая обработка информации, техническое зрение. E-mail: shoydin@ssga.ru.

Трифанов Александр Владимирович, 1992 года рождения, в 2014 года окончил Сибирский государственный университет геосистем и технологий по специальности 090103 «Организация и технология защиты информации», аспирант Сибирского государственного университета геосистем и технологий. Область научных интересов: разработка прикладного программного обеспечения. E-mail: trifanov.alexx@mail.ru.

ГРПТИ: 47.37.29

Поступила в редакцию 21 июня 2017 г. Окончательный вариант – 11 мая 2018 г.

FORM-FACTOR OF THE HOLOGRAMS OF COMPOSITE IMAGES

S.A. Shoydin¹, A.V. Trifanov¹

¹Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russia

Abstract

This article is a follow-on study of the influence of the form-factor of holograms on their optimal characteristics, such as the optimal exposure, subject to a known visibility distribution, and the maximum achievable values of the average diffraction efficiency in a hologram. The main attention is paid to the verification of the applicability of the form-factor concept to calculating the optimal parameters of a phase hologram. The results obtained suggest that the technique of calculation and practical use of the form-factor is suitable for holograms of real images formed by complex beams. Using 30-plus real images, the approach to determining the form factor for visual holograms is analyzed. A fairly good agreement between the form factors of the holograms of real portrait images and those of Gaussian beams has been found. The real images have been shown to have near-Gaussian brightness distribution statistics. Note that for non-Gaussian distributions, the proposed method of calculating and using the form-factor is also suitable.

Keywords: laser, hologram, formfactor, diffraction efficiency, Gaussian beam, holoportrait.

Citation: Shoydin SA, Trifanov AV. Form-factor of the holograms of composite images. Computer Optics 2018; 42(3): 362-368. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-362-368.

References

- [1] Sukhanov VI, Veniaminov AV, Ryskin AI, Nikonov NV. Developments GOI in the field of bulk recording media for holography [In Russian]. In Book: Yuri Nikolaevich Denisyuk – the founder of domestic holography: Collection of works of the all-russian seminar [In Russian]. Saint-Peterburg: "SPbGU ITMO" Publisher; 2007: 262-276.
- [2] Shelkovnikov VV, Russkikh VV, Vasil'ev EV, Pen EF, Kovalevskii VI, Kuchin IA. Production and properties of holographic photopolymeric material in a hybrid sol-gel matrix. J Opt Technol 2006; 73(7): 480-483. DOI: 10.1364/JOT.73.000480.
- [3] Shoydin SA. Diffraction efficiency of holograms, written down by Gaussian waves [In Russian]. In Book: Interexpo Geo-Siberia-2015. SibOptics-2015: Collection of materials. Novosibirsk: Publishing house of Siberian University of Geosystems and Technologies; 2015; 5: 71-76.
- [4] Shoydin SA. Requirements to lasers and formfactor of holograms. Optical Memory and Neural Networks 2016; 25(2): 95-101. DOI: 10.3103/S1060992X16020053.
- [5] Shoydin SA. On the requirements to the parameters of the radiation source for holography [In Russian]. In Book: Proc "Lasers. Measurements. Information – 2013." Saint-Petersburg: Publishing House of Saint-Petersburg Polytechnic University; 2013; 1: 94-107.
- [6] Shoydin SA. Holographic laser radiation requirements and hologram form factors. J Opt Technol 2016; 83(5): 318-326. DOI: 10.1364/JOT.83.000318.
- [7] Shoydin SA. A method of achieving the maximum diffraction efficiency of holograms based on optimizing the form factor. Computer Optics 2016; 40(4): 501-507. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-4-501-507.
- [8] Collier RJ, Burckhardt ChB, Lin LH. Optical holography. New York, London: Academic Press; 1971: 291. ISBN: 978-0-12-181050-4.
- [9] Shoydin SA. Application of Denisyuk's holograms in advertising. Optical Memory and Neural Networks 2013; 22(4): 272-274. DOI: 10.3103/S1060992X13040127.
- [10] Shoydin S.A. Paradoxical images and paradoxical technical solutions in holography on the example of civil development [In Russian]. Izvestiya Vuz: Fizika 2015; 58(11-3): 140-143.

Author's information

Sergey A. Shoydin, born in 1952, graduated from Novosibirsk State University in 1974, major - Physics 03.03.02 (011200.62), has a diploma of the same university in Applied Mathematics 01.03.04 (231300.62). In 1985, S. A. Shoydin got PhD in Physics and Mathematics and currently works as an associate professor in Siberian State University of Geosystems and Technologies. Research interests: holography, optical data processing, technical vision. E-mail: shoydin@snga.ru.

Aleksandr V. Trifanov, born in 1992, graduated from Siberian State University of Geosystems and Technologies in 2014, currently is post-graduate student in Siberian State University of Geosystems and Technologies. Research interests: application software development. E-mail: trifanov.alexx@mail.ru.

Received June 21, 2017. The final version – May 11, 2018.

СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЗЫ ФРЕНЕЛЯ И КИНОФОРМНОЙ ЛИНЗЫ

Г.И. Грейсх¹, С.А. Степанов¹, А.И. Антонов¹¹Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, Пенза, Россия

Аннотация

На основе единого подхода в лучевом приближении рассмотрены и сопоставлены фокусирующие свойства линз Френеля и киноформных линз. Особое внимание обращено на энергетическую эффективность, хроматизм и разрешающую способность этих элементов. Показано, что линза Френеля с равноглубокими кольцевыми поясами представляет собой гармоническую киноформную линзу, работающую в высоких дифракционных порядках. Проанализирован механизм формирования картины дифракции в фокальной плоскости линзы Френеля с равноширокими кольцевыми поясами, и показано, что она отличается от соответствующей картины обычной рефракционной линзы падением энергии в главном максимуме и переносом значительной части энергии в побочные максимумы. Статья адресована студентам и аспирантам, а также специалистам в тех областях науки и техники, в которых оптические методы и приборы играют всё более возрастающую роль.

Ключевые слова: линза Френеля, равноширокие и равноглубокие кольцевые пояса, киноформная линза, зона Френеля, таутохронность, дифракционная эффективность, хроматизм, разрешающая способность.

Цитирование: Грейсх, Г.И. Сопоставительный анализ линзы Френеля и киноформной линзы / Г.И. Грейсх, С.А. Степанов, А.И. Антонов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 369-376. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-369-376.

Введение

Линза Френеля (ЛФ) и киноформная линза представляют собой тонкие оптические элементы, фокусирующие свойства которых обусловлены пилообразным зонированием как минимум одной из двух рабочих поверхностей элемента. При этом принцип формирования зон позволяет отнести фокусирующий элемент к группе киноформных линз или линз Френеля.

Киноформная линза, т.е. дифракционная линза с пилообразной рельефно-фазовой микроструктурой, была предложена Г.Г. Слюсаревым в середине двадцатого века [1], в то время как линза Френеля старше почти на 130 лет. Этот факт, а также широкое практическое использование линз Френеля позволяет считать их классическими оптическими элементами. Напомним, что первоначально линза Френеля предназначалась для минимизации веса осветительных устройств, и прежде всего морских маяков [2]. Впоследствии такие линзы нашли широкое применение в навигационных огнях, светофорах, железнодорожных семафорных фонарях, кодоскопах, фотовспышках, концентраторах солнечной энергии для солнечных батарей, студийных осветителях (например, [3–5]) и т.д. Нельзя не заметить на рынке канцтоваров широкий ассортимент гибких и очень тонких луп Френеля [6] (рис. 1).

Лупы, в отличие от конденсоров, работают по полю и строят протяжённые изображения, пусть и с не очень высоким разрешением. Более того, сегодня всё чаще появляется информация об использовании линз Френеля уже не в качестве одиночного элемента, а в составе изображающей оптической системы, к оптическим характеристикам которой предъявляются весьма высокие требования [7, 8]. Именно это обстоятельство побудило авторов настоящей статьи посмотреть на линзу Френеля под другим углом – с позиции,

объединяющей этот тонкий фокусирующий оптический элемент с киноформной линзой.

1. Описание работы киноформной линзы в бесконечно тонком приближении

Апертура киноформной линзы разбита на так называемые зоны Френеля. Под этим термином в общем случае понимаются участки, на которые можно разбить волновую поверхность для вычисления результатов дифракции.

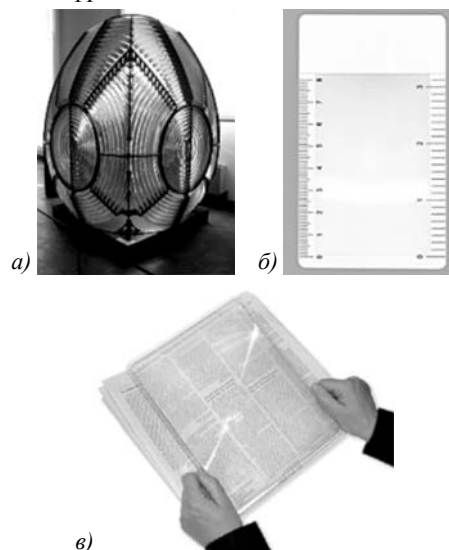


Рис. 1. Составная линза Френеля в экспозиции Французского национального морского музея (а); лупа карманная фирмы Kromatech (гибкая ЛФ 115×65 мм, 3×) (б); лупа для чтения фирмы Kromatech (гибкая ЛФ 210×297 мм, 3×) (в)

В настоящей статье под зоной Френеля понимается кольцевая зона апертуры, расстояния от краёв которой до точки наблюдения (в данном случае фокальной точки F) отличаются на расчётную длину

волны λ_0 , как это показано на рис. 2. Идеальная фокусировка нормально падающей на киноформную линзу плоской монохроматической волны и при этом концентрация всей падающей на эту линзу энергии в единственном фокусе достигается при условии, что в пределах каждой зоны Френеля обеспечивается таутохронность, т.е. лучи, идущие от падающего волнового фронта до точки наблюдения, имеют одинаковую оптическую длину и, в частности, равны оптические длины лучей, проходящих через края каждой зоны. Для i -й зоны Френеля ($i = 1, 2, 3 \dots$) это равенство оптических длин имеет вид:

$$Hn_{\lambda_0} + f_0 + (i-1)\lambda_0 = H + f_0 + i\lambda_0, \quad (1)$$

где H – глубина i -й зоны; n_{λ_0} и f_0 – показатель преломления материала подложки киноформной линзы и фокусное расстояние линзы в первом дифракционном порядке на расчётной длине волны λ_0 .

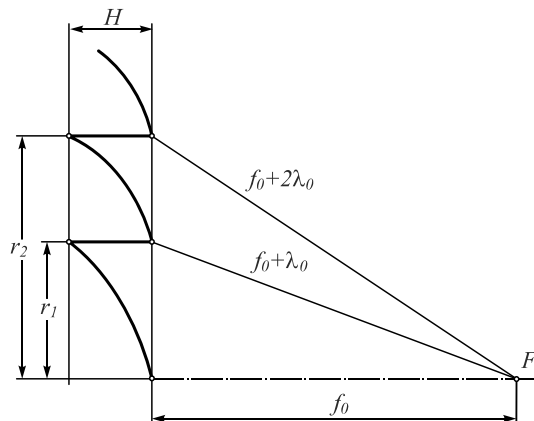


Рис. 2. Три приосевые зоны микроструктуры киноформной линзы

Решая уравнение (1) относительно H , получим

$$H = \lambda_0 / (n_{\lambda_0} - 1), \quad (2)$$

откуда, в частности, следует, что поскольку H от i не зависит, то глубины рельефа всех зон киноформной линзы должны быть одинаковыми.

Уравнение (1) обеспечивает равенство оптических длин только крайних лучей каждой зоны Френеля киноформной линзы. Равенство оптических длин остальных лучей внутри каждой зоны обеспечивается за счёт так называемого согласованного или коррелированного профиля пилообразного рельефа, предложенного в работе [1].

Вновь обращаясь к рис. 2, легко видеть, что радиус первой зоны киноформной линзы можно найти из условия

$$f_0^2 + r_1^2 = (f_0 + \lambda_0)^2, \quad (3)$$

откуда

$$r_1 = \sqrt{2f_0\lambda_0 + \lambda_0^2}. \quad (4)$$

Для i -й зоны расстояние от центра микроструктуры линзы до внешнего края зоны

$$r_i = \sqrt{2if_0\lambda_0 + (i\lambda_0)^2}. \quad (5)$$

Таким образом, киноформная линза, преобразующая плоскую и нормально падающую на неё волну с длиной λ_0 в сферическую, – это дифракционный оптический элемент с пилообразной рельефно-фазовой микроструктурой, характеризуемый одновременным выполнением условий (2) и (5).

В общем случае фокусирующие и аберрационные свойства дифракционной линзы, как правило, описываются в рамках модели бесконечно тонкого фазового транспаранта, вносящего фазовую задержку в падающий на него волновой фронт. Причём транспарант может быть не только плоским, но и иметь форму несущей его поверхности, например, сферической или асферической преломляющей поверхности рефракционной линзы (см., например, [9]).

Одним из вариантов представления фазовой задержки, вносимой дифракционной и, в частности, киноформной линзой с кольцевой микроструктурой, является степенной ряд вида [10]

$$\Psi(r) = m \sum_{j=1} A_j r^{2j}, \quad (6)$$

где m – номер рабочего дифракционного порядка, r – расстояние, отсчитываемое от оптической оси.

Оптическая сила дифракционной линзы определяется коэффициентом A_1 :

$$\frac{1}{f_0} = -\frac{m\lambda_0 A_1}{\pi}, \quad (7)$$

а коэффициенты A_j при $j > 1$ являются коэффициентами асферических добавок. В выражении (7) λ_0 – расчётная длина волны, на которой задаются все коэффициенты A_j .

Если рабочая длина волны λ не совпадает с расчётной λ_0 , то, как следует из выражения (7), оптическая сила линзы $1/f$ будет отличаться от расчётной:

$$\frac{1}{f} = \frac{\lambda}{\lambda_0 f_0}. \quad (8)$$

Зависимость оптической силы от длины волны, называемая хроматизмом, присуща и обычным рефракционным линзам, но только у дифракционных линз оптическая сила пропорциональна длине волны. Здесь отметим, что имеются попытки снижения хроматизма дифракционной линзы, например, за счёт модификации её фазовой задержки. Одна из таких попыток описана в [11].

Доля энергии, дифрагированной на киноформной микроструктуре в один порядок дифракции (дифракционная эффективность в данном порядке дифракции) также зависит от соотношения рабочей и расчётной длин волн. Кроме того, дифракционная эффективность зависит и от угла падения излучения на киноформную линзу θ . Приблизительно оценить эту эффективность можно по известной формуле, полученной в рамках скалярной теории дифракции [12]:

$$\eta = \left[\frac{\sin(\pi(m + \chi))}{\pi(m + \chi)} \right]^2, \quad (9)$$

где

$$\chi = (H/\lambda) \left[\left(\cos \theta - \sqrt{n_\lambda^2 - \sin^2 \theta} \right) \right]. \quad (10)$$

В идеале волновой фронт, формируемый дифракционной линзой с рельефно-фазовой микроструктурой, должен совпадать с фронтом, формируемым бесконечно тонким фазовым транспарантом, вносящим требуемую фазовую задержку. В случае киноформной линзы это строго выполняется независимо от числа зон в микроструктуре при условии, что текущая глубина рельефа $h(r)$ описывается уравнениями

$$h(r) = H \left[i + \frac{1}{2\pi m} \Psi(r) \right] \text{ при } \frac{\Psi(r)}{m} < 0$$

и

$$h(r) = H \left[1 - i + \frac{1}{2\pi m} \Psi(r) \right] \text{ при } \frac{\Psi(r)}{m} > 0. \quad (11)$$

При этом внешний и внутренний радиусы (r_j и r_{j-1}), ограничивающие i -ю зону Френеля [для центральной (первой) зоны Френеля $r_0 = 0$] являются действительными и положительными корнями уравнения $|\Psi(r)/m| = 2\pi i$.

Если число зон Френеля в микроструктуре киноформной линзы велико (100 и более), то, как показано в работе [13], коррелированный профиль без ощутимых потерь в дифракционной эффективности и качестве фокусировки можно заменить линейно-пилообразным

$$h(r) = ((r_i - r)/(r_i - r_{i-1}))H. \quad (12)$$

Наконец, если рабочая длина волны λ_m окажется меньше λ_0 в целое число раз ($\lambda_m = \lambda_0/m$), то в m -м порядке дифракции оптическая сила, дифракционная эффективность и все абберационные коэффициенты линзы останутся неизменными. Саму же пилообразную микроструктуру, работающую в m -м порядке дифракции и имеющую глубину рельефа, существенно превышающую рабочую длину волны

$$H = m\lambda_m / (n_{\lambda_m} - 1), \quad (13)$$

в зарубежной литературе называют гармонической линзой [14]. Подробно фокусирующие свойства гармонических дифракционных линз рассмотрены в работах [15, 16].

С волновой точки зрения выполнение условий (2), (5) и (13) означает, что волновой фронт, формируемый киноформной линзой, не отличается от фронта, формируемого соответствующей рефракционной линзой, и картина дифракции в фокальной плоскости является картиной дифракции Фраунгофера на апертуре линзы [17]:

$$\delta_K = 1,22\lambda f/D, \quad (14)$$

где $D = 2r_{\max}$ – диаметр киноформной линзы.

2. Описание работы линзы Френеля в бесконечно тонком приближении

Учитывая генетическую связь ЛФ с обычной рефракционной линзой, анализ начнём с последней. Для

определённости будем считать эту линзу положительной с выпуклой и плоской преломляющими поверхностями. Её выпуклая поверхность и будет трансформироваться в структуру ЛФ, как это показано на рис. 3.

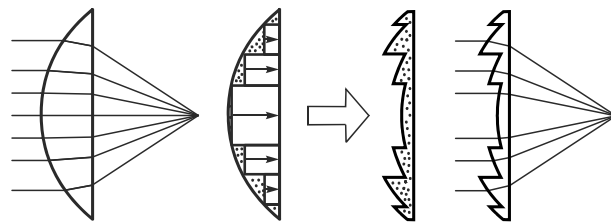


Рис. 3. Трансформация объёмной рефракционной линзы в «плоскую» ЛФ с равноширокими кольцевыми поясами

Идеальная фокусировка падающей волны положительной рефракционной линзой обеспечивается так же, как и киноформной линзой, благодаря таутохронности, но уже по всей апертуре рефракционной линзы. Далее учтём, что тонкое приближение (см. работы [18, 19]) предполагает, что луч света, входящий в произвольную точку плоскости, касательной к фронтальной поверхности линзы на некоторой высоте от оптической оси, пересекает плоскость, касательную к противоположной поверхности линзы, на той же самой высоте (рис. 4).

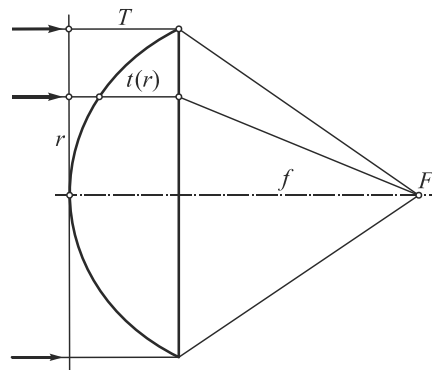


Рис. 4. Ход лучей в тонкой рефракционной линзе

Поэтому в случае фокусировки нормально падающей плоской волны и в тонком приближении условие таутохронности может быть записано в виде

$$L_{\text{air}} + L_{\text{RL}} - (f + Tn_\lambda) = 0. \quad (15)$$

Здесь $L_{\text{RL}} = T + (n_\lambda - 1)t(r)$ – длина оптического пути между касательными плоскостями на длине волны λ ; n_λ – показатель преломления материала линзы на длине волны λ ; L_{air} – длина оптического пути в воздухе от точки выхода луча из линзы до фокуса, а $1/f = c(n_\lambda - 1)$ – оптическая сила плосковыпуклой линзы, c – кривизна её выпуклой поверхности. Нетрудно видеть, что если рабочая длина волны изменяется, то изменяется и оптическая сила, причём это изменение определяется зависимостью показателя преломления материала линзы от длины волны. В результате хроматизм рефракционной линзы в оптическом диапазоне по модулю существенно меньше хроматизма дифракционной линзы и имеет противоположный знак [20].

Очевидно, что длина оптического пути в воздухе

$$L_{\text{air}}^2 = r^2 + f^2 \quad (16)$$

или в первом приближении (полагая, что $r \ll f$)

$$L_{\text{air}} = f + \frac{r^2}{2f}. \quad (17)$$

Тогда из (15) с учётом (17) получаем

$$L_{\text{RL}} = Tn_{\lambda_0} - \frac{r^2}{2f}. \quad (18)$$

Формула (18) совпадает с формулами, описывающими рефракционную линзу в тонком приближении, например, в работах [18, 19].

Бесконечно тонкую ЛФ (модель с равноширокими кольцевыми поясами) получим, положив $T=0$ и обрассая L_{RT} в ноль на высотах

$$r_i = i\Delta r, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (19)$$

где Δr – ширина каждого из кольцевых поясов. Тогда оптическая длина пути в ЛФ на высоте r в соответствии с выражением (18) будет иметь вид

$$L_{\text{FL}} = -\frac{r^2 - (i\Delta r)^2}{2f}, \quad (20)$$

причём приращение номера кольцевого пояса i связано с ростом высоты r : если $r = (i+1)\Delta r$, тогда номер пояса увеличивается на единицу. Следовательно, саму высоту r можно записать в виде

$$r = i\Delta r + \delta r, \quad (21)$$

где $0 \leq \delta r \leq \Delta r$. И тогда

$$L_{\text{FL}} = -\frac{(2i\Delta r + \delta r)\delta r}{2f}. \quad (22)$$

Выражение (22) с точностью до множителя, которым является показатель преломления материала ЛФ, описывает образующую i -го кольцевого пояса.

Далее, используя выражения (17) и (22), найдем оптическую длину луча, падающего нормально на ЛФ на высоте i -го кольцевого пояса:

$$L_{\Sigma}(i) = f + \frac{(i\Delta r)^2}{2f}. \quad (23)$$

Из (23) следует, что оптические длины лучей в пределах одного и того же кольцевого пояса одинаковы (не зависят от δr), т.е. в пределах каждого кольцевого пояса обеспечивается строгая синфазность. Зависимость же оптической длины лучей от номера кольцевого пояса квадратична, и, следовательно, скачки оптических длин лучей при переходе от одного кольцевого пояса к соседнему не постоянны, а растут с ростом номера пояса. В результате между собой кольцевые пояса не фазированы, т.е. приращения оптических длин лучей от пояса к поясу разные и не существуют длины волны, которой все эти приращения могут оказаться кратными. С волновой точки зрения это означает, что в пределах каждого кольцевого пояса вторичные сферические волны суммируются по амплитуде, а вклады поясов в целом сумми-

руются по интенсивности [17]. Последнее приводит к существенному отличию картины дифракции, наблюдаемой в фокальной плоскости ЛФ при освещении её нормально падающей плоской волной, от соответствующих картин, формируемых рефракционной или киноформной линзами. Это отличие выражается в падении энергии в главном максимуме и переносе значительной её части в побочные максимумы, которые, сливаясь, образуют подошву или пьедестал дифракционной картины. При этом ширина главного максимума (например, по уровню 0,5) практически не отличается от ширины диска Эйри соответствующей рефракционной или киноформной линз (рис. 5).

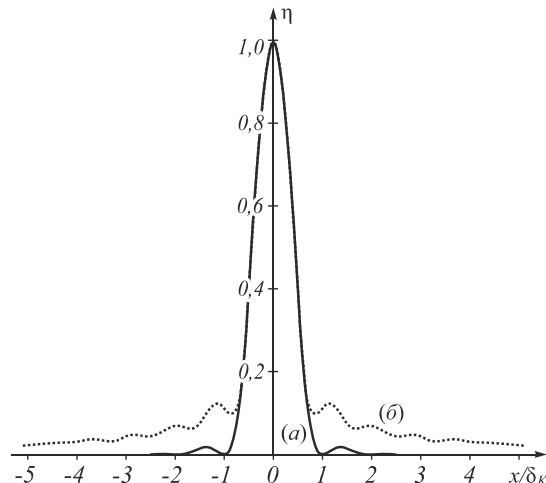


Рис. 5. Картины дифракции в фокальных плоскостях идеально фокусирующих рефракционной или киноформной линз (а) и ЛФ, состоящей из 100 равношироких кольцевых поясов (б). Расчёт выполнен при одинаковых апертурах и с нормировкой на собственный максимум каждой кривой

В результате главный негативный эффект от зонирования заключается в падении контраста в изображении, усугубляемом к тому же светорассеянием на обратных (нерабочих) скатах кольцевых поясов.

Замена криволинейных образующих прямолинейными (в результате чего меридиональные сечения кольцевых поясов превратятся в сечения усечённых призм) приведёт к существенной потере разрешения. Действительно, в этом случае коллимированный световой пучок после преломления на каждом кольцевом поясе в геометрическом приближении останется коллимированным, а соответствующие световые пятна в фокальной плоскости, суммируясь по интенсивности, создадут итоговое изображение конечных размеров даже в геометрическом приближении. С уменьшением ширины кольцевых поясов размер фокальных пятен, формируемых ими, будет уменьшаться, а разрешение в изображении расти, но только до тех пор, пока дифракционное уширение не станет преобладающим. В результате предельно достижимое разрешение окажется равным [21]

$$\delta_F = 1,5\sqrt{\lambda f}. \quad (24)$$

Хроматизм ЛФ с равноширокими поясами не зависимо от формы образующих её поясов не будет от-

личаться от хроматизма рефракционной линзы, выполненной из того же оптического материала и имеющей равную оптическую силу.

Завершая параграф, проанализируем ЛФ с равноглубокими кольцевыми поясами. Бесконечно тонкую модель такой ЛФ получим, также положив $T=0$, но, обращая L_{RL} , описываемую формулой (18), в ноль на радиусах (высотах) r_i , при которых $L_{RL} = -i(n\lambda - 1)H_F$, где H_F – глубина рельефа:

$$r_i = \sqrt{2i(n_\lambda - 1)H_F f} \quad (25)$$

Тогда оптическая длина пути в ЛФ на высоте r будет иметь вид

$$L_{LF2} = -\frac{r^2 - 2i(n_\lambda - 1)H_F f}{2f}, \quad (26)$$

причём приращение номера кольцевого пояса i связано с ростом высоты r : если $r = \sqrt{2(i+1)(n_\lambda - 1)H_F f}$, то i увеличивается на единицу. Следовательно, саму высоту можно записать в виде

$$r = \sqrt{2(i + \delta i)(n_\lambda - 1)H_F f}, \quad (27)$$

где $0 \leq \delta i \leq 1$. И тогда из (26) с учётом (27) получим

$$L_{FL2} = -\delta i(n_\lambda - 1)H_F. \quad (28)$$

Далее, используя выражения (17) и (28), найдём оптическую длину луча, падающего нормально на ЛФ на высоте i -го кольцевого пояса:

$$L_{\Sigma 2}(i) = f + i(n_\lambda - 1)H_F. \quad (29)$$

Из (29) следует, что оптические длины лучей в пределах одного и того же кольцевого пояса одинаковы (не зависят от δi), т.е. в пределах каждого кольцевого пояса обеспечивается строгая синфазность. Зависимость же оптической длины лучей от номера кольцевого пояса линейна и, следовательно, скачки оптических длин лучей при переходе от одного кольцевого пояса к соседнему постоянны и могут оказаться кратными рабочей длине волны λ_m :

$$(n_{\lambda_m} - 1)H_F = m\lambda_m. \quad (30)$$

Сопоставляя выражения (30) и (13), видим, что рельефная структура ЛФ, образованная равноглубокими кольцевыми поясами, фактически является киноформной структурой, работающей в m -м порядке дифракции, т.е. гармонической киноформной структурой. Полное число равноглубоких кольцевых поясов в структуре такой ЛФ в первом приближении описывается выражением

$$N_{\max} = \frac{r_{\max}^2}{2fm\lambda}, \quad (31)$$

где $r_{\max}$ – радиус апертуры ЛФ. Выражение получено в предположении, что $r_{\max} \ll f$.

Волновой фронт, формируемый ЛФ с равноглубокими кольцевыми поясами, не отличается от фронта, формируемого соответствующей киноформной линзой, и картина дифракции в фокусе является картиной

дифракции Фраунгофера на её апертуре. При этом, естественно, такой ЛФ присущи все свойства, характерные для дифракционного элемента, включая спектральную энергетическую зависимость и хроматизм.

Использовать равноглубокие кольцевые пояса с линейными образующими в структуре ЛФ также возможно, как и в киноформной линзе, но, как и в случае последней, дифракционная эффективность и качество фокусировки будут зависеть от числа кольцевых поясов в структуре, которое в случае ЛФ вряд ли может быть большим. Наконец, как показывает строгая теория дифракции, основанная на решении системы уравнений Максвелла (см., например, [22, 23]), большие глубины пилообразного рельефа приводят к резкой и несимметричной зависимости дифракционной эффективности от угла падения излучения на ЛФ.

Заключение

На основе единого подхода в лучевом приближении рассмотрены и сопоставлены тонкие оптические элементы, фокусирующие свойства которых обусловлены пилообразным зонированием как минимум одной из двух рабочих поверхностей элемента. При этом именно принципы формирования зон определяют группу, к которой относится тот или иной фокусирующий элемент – к киноформным линзам или линзам Френеля.

Границы зон микроструктуры киноформных линз совпадают с соответствующими границами зон Френеля, что обуславливает дифракционный механизм преобразования волнового фронта и формирования изображения. В пределах каждой зоны, благодаря согласованному или коррелированному профилю пилообразного рельефа, может быть обеспечена строгая таутохронность. В результате стопроцентная дифракционная эффективность и дифракционно-ограниченная (т.е. идеальная в лучевом приближении) фокусировка обеспечиваются независимо от числа зон в микроструктуре киноформной линзы. При замене согласованного или коррелированного профиля рельефа микроструктуры линейно-пилообразным рельефом снижение дифракционной эффективности и ухудшение качества фокусировки наблюдаются лишь при малом (меньше 100) числе зон в микроструктуре киноформной линзы.

Дифракционный механизм преобразования волнового фронта обуславливает значительный хроматизм киноформных линз, при котором оптическая сила линзы пропорциональна рабочей длине волны.

У ЛФ зонами пилообразного рельефа являются кольцевые пояса с образующими той или иной формы. При этом все ЛФ разделяются на элементы с равноширокими и равноглубокими поясами. В случае равношироких поясов с криволинейными образующими, благодаря выполнению условия таутохронности в пределах каждого кольцевого пояса, вторичные сферические волны суммируются по амплитуде, а вклады поясов в целом суммируются по интенсивности. Как следствие, картина дифракции в фокальной

плоскости ЛФ отличается от картины дифракции Фраунгофера на апертуре идеально фокусирующей рефракционной или киноформной линзы и главный негативный эффект от зонирования заключается в падении контраста в изображении, усугубляемом к тому же светорассеянием на обратных (нерабочих) скачках кольцевых поясов.

Замена криволинейных образующих прямолинейными (в результате чего меридиональные сечения кольцевых поясов превращаются в сечения усечённых призм) приводит к существенной потере разрешения, которое в пределе ограничивается дифракцией на апертуре кольцевого пояса.

Хроматизм ЛФ с равноширокими поясами, независимо от формы образующих её поясов, не будет отличаться от хроматизма рефракционной линзы, выполненной из того же оптического материала и имеющей равную оптическую силу.

ЛФ с равноглубокими кольцевыми поясами фактически является дифракционной линзой с киноформной структурой, работающей в m -м порядке дифракции, т.е. гармонической киноформной структурой. Волновой фронт, формируемый такой ЛФ, не отличается от фронта, формируемого соответствующей киноформной линзой, и картина дифракции в фокусе является картиной дифракции Фраунгофера на её апертуре. При этом, естественно, такой ЛФ присущи все свойства, характерные для дифракционного элемента, включая спектральную энергетическую зависимость и хроматизм. Кроме того, как показывает строгая теория дифракции, основанная на решении системы уравнений Максвелла, большие глубины рельефа приводят к резкой и несимметричной зависимости дифракционной эффективности от угла падения излучения на ЛФ.

Литература

1. **Слюсарев, Г.Г.** Оптические системы с фазовыми слоями / Г.Г. Слюсарев // Доклады Академии наук СССР. – 1957. – Т. 113, № 4. – С. 780-782.
2. **Слюсарев, Г.Г.** Расчёт оптических систем / Г.Г. Слюсарев. – Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1975. – 640 с.
3. Concentrated solar power experiment with a Fresnel lens [Электронный ресурс]. – URL: https://rimstar.org/renewnrg/concentrated_solar_power_diy_with_fresnel_lens.htm (дата обращения 30.12.2017).
4. Линзовые солнечные панели. Плоские и сферические [Электронный ресурс]. – URL: https://rodovid.me/solar_power/linzovye-solnechnye-paneli.html (дата обращения 30.12.2017).
5. Линза Френеля и осветители на ее основе [Электронный ресурс]. – URL: <http://litedisc.ru/articles/linza-frenelya-i-osvetiteli-na-ee-osnove/> (дата обращения 30.12.2017).
6. Линзы Френеля [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.4glaza.ru/katalog/lupy/linza-frenelya/> (дата обращения 30.12.2017).
7. HTC Vive Teardown [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.ifixit.com/Teardown/HTC+Vive+Teardown/62213> (дата обращения 30.12.2017).
8. Oculus Rift CV1 Teardown [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.ifixit.com/Teardown/Oculus+Rift+CV1+Teardown/60612> (дата обращения 30.12.2017).
9. **Грейсук, Г.И.** Однослойные киноформные элементы для фото- и видеокамер мобильных устройств / Г.И. Грейсук, Е.Г. Ежов, С.В. Казин, С.А. Степанов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 2. – С. 218-226. – DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-2-218-226.
10. **Geary, J.M.** Introduction to lens design: With practical ZEMAX examples / J.M. Geary. – Richmond: Willmann-Bell, Inc., 2002. – 462 p. – ISBN: 978-0-943396-75-0.
11. **Хонина, С.Н.** Сравнительное исследование спектральных свойств асферических линз / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, Р.В. Скиданов, А.А. Морозов // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 363-369. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-363-369.
12. **Buralli, D.A.** Optical performance of holographic kinoforms / D.A. Buralli, G.M. Morris, J.R. Rogers // Applied Optics. – 1989. – Vol. 28, Issue 5. – P. 976-983. – DOI: 10.1364/AO.28.000976.
13. **Грейсук, Г.И.** Эффективность рельефно-фазовых дифракционных элементов при малом числе зон Френеля / Г.И. Грейсук, Е.Г. Ежов, А.В. Калашников, И.А. Левин, С.А. Степанов // Оптика и спектроскопия. – 2012. – Т. 113, № 4. – С. 468-473.
14. **Sweeney, D.W.** Harmonic diffractive lenses / D.W. Sweeney, G.E. Sommargen // Applied Optics. – 1995. – Vol. 34, Issue 14. – P. 2469-2475. – DOI: 10.1364/AO.34.002469.
15. **Харитонов, С.И.** Геометрооптический расчёт фокального пятна гармонической дифракционной линзы / С.И. Харитонов, С.Г. Волоотовский, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 3. – С. 331-337. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-331-337.
16. **Хонина, С.Н.** Анализ фокусировки гармонической дифракционной линзой с учётом дисперсии показателя преломления / С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский, А.В. Устинов, С.И. Харитонов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 3. – С. 338-347. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-338-347.
17. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
18. **Гудмен, Дж.** Введение в Фурье-оптику / Дж. Гудмен. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
19. **Юу, Ф.Т.С.** Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию / Ф.Т.С. Юу. – М.: «Советское радио», 1979. – 304 с.
20. **Грейсук, Г.И.** Сравнительный анализ хроматизма дифракционных и рефракционных линз / Г.И. Грейсук, Е.Г. Ежов, С.А. Степанов // Компьютерная оптика. – 2005. – Вып. 28. – С. 60-65.
21. **Egger, J.R.** Use of Fresnel lenses in optical systems: some advantages and limitations / J.R. Egger // Proceeding of SPIE. – 1979. – Vol. 0193. – P. 63-68. – DOI: 10.1117/12.957873.
22. **Moharam, M.G.** Diffraction analysis of dielectric surface-relief gratings / M.G. Moharam, T.K. Gaylord // Journal of Optical Society of America. – 1982. – Vol. 72, Issue 10. – P. 1385-1392. – DOI: 10.1364/JOSA.72.001385.
23. **Greisukh, G.I.** Comparison of electromagnetic and scalar methods for evaluation of efficiency of diffractive lenses for wide spectral bandwidth / G.I. Greisukh, V.A. Danilov, E.G. Ezhov, S.A. Stepanov, B.A. Usievich // Optics Communication. – 2015. – Vol. 338. – P. 54-57. – DOI: 10.1016/j.optcom.2014.10.037.

Сведения об авторах

Грейсух Григорий Исаевич, 1943 года рождения. В 1965 году окончил Пензенский политехнический институт по специальности «Радиотехника». Заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук (1990 год), профессор. Работает заведующим кафедрой физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства. Является членом Европейского оптического общества (EOS) и Российского оптического общества им. Д.С. Рождественского. Г.И. Грейсух – специалист в области расчета оптических систем, дифракционной и градиентной оптики. В списке научных работ Г.И. Грейсуха более 170 статей, 3 монографии, 9 авторских свидетельств. E-mail: grey@pguas.ru.

Степанов Сергей Алексеевич, 1951 года рождения. В 1974 году окончил Куйбышевский государственный университет (ныне Самарский университет) по специальности «Физика». Доктор физико-математических наук (1999 г.), профессор (2001 г.), работает профессором кафедры физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства. Является членом Европейского оптического общества (EOS) и Российского оптического общества им. Д.С. Рождественского. С.А. Степанов – специалист в области расчета оптических систем, дифракционной и градиентной оптики. В списке научных работ С.А. Степанова более 150 статей, 2 монографии, 5 авторских свидетельств. E-mail: asut@pguas.ru.

Антонов Артем Иванович, 1993 года рождения. В 2014 окончил бакалавриат Пензенского государственного университета по направлению «Физика». В 2016 окончил магистратуру Пензенского государственного университета по направлению «Физика». Аспирант кафедры физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства по направлению «Приборы и методы экспериментальной физики». В списке научных работ А.И. Антонова 2 статьи и 1 авторское свидетельство. E-mail: grey@pguas.ru.

ГРНТИ: 29.31.29.

Поступила в редакцию 15 января 2018 г. Окончательный вариант – 14 февраля 2018 г.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE FRESNEL LENS AND THE KINOFORM LENS

G.I. Greisukh¹, S.A. Stepanov¹, A.I. Antonov¹

¹Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia

Abstract

Based on a unified approach in the ray approximation, the focusing properties of Fresnel lenses and kinoform lenses are considered and compared. Particular attention is paid to the energy efficiency, chromatic focal shift and resolving power of these elements. It is shown that the Fresnel lens with same-depth segments is an analogue of the harmonic kinoform lens operating in high diffraction orders. A mechanism of the formation of the diffraction pattern in the focal plane of a Fresnel lens with equidistant annular segments is analyzed. It is shown to differ from the corresponding diffraction pattern formed by a conventional refractive lens by a smaller amount of energy coming to the main maximum and a significant proportion of energy transferred to the side maxima. The target audience of this article is students and graduate students, as well as specialists in the fields of science and technology where optical methods and instruments play an ever increasing role.

Keywords: Fresnel lens, equally broad and equally deep annular sections, kinoform lens, Fresnel zone, tautochronism, diffraction efficiency, chromatic shift, resolution power.

Citation: Greisukh GI, Stepanov SA, Antonov AI. Comparative analysis of the Fresnel lens and the kinoform lens. *Computer Optics* 2018; 42(3): 369-376. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-369-376.

References

- | | |
|--|---|
| <p>[1] Slyusarev GG. Optical systems with phase layers [In Russian]. Dokl Akad Nauk SSSR 1957; 113(4): 780-782.</p> <p>[2] Slyusarev GG. Design of optical systems [In Russian]. Leningrad: Mashinostroenie; 1975.</p> <p>[3] Concentrated solar power experiment with a fresnel lens. Source: https://rimstar.org/renewnrg/concentrated_solar_power_diy_with_fresnel_lens.htm.</p> <p>[4] Solar panels of the lenses. Flat and spherical [In Russian]. Source: https://rodovid.me/solar_power/linzovye-solnechnye-paneli.html.</p> | <p>[5] Fresnel lens and illuminators based on it [In Russian]. Source: http://litedisc.ru/articles/linza-frenelya-i-osvetiteli-na-ee-osnove/.</p> <p>[6] Fresnel lens [In Russian]. Source: https://www.4glaza.ru/katalog/lupy/linza-frenelya/.</p> <p>[7] HTC Vive Teardown. Source: https://www.ifixit.com/Teardown/HTC+Vive+Teardown/62213.</p> <p>[8] Oculus Rift CV1 Teardown. Source: https://www.ifixit.com/Teardown/Oculus+Rift+CV1+Teardown/60612.</p> <p>[9] Greisukh GI, Ezhov EG, Kazin SV, Stepanov SA. Single-layer kinoforms for cameras and video cameras of mobile</p> |
|--|---|

- communication devices. *Computer Optics* 2016; 40(5): 217-226. DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-2-218-226.
- [10] Geary JM. Introduction to lens design: With practical ZEMAX examples. Richmond: Willmann-Bell, Inc.; 2002. ISBN: 978-0-943396-75-0.
- [11] Khonina SN, Ustinov AV, Skidanov RV, Morozov AA. Comparative study of the spectral characteristics of aspheric lense. *Computer Optics* 2015; 39(3): 363-369. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-363-369.
- [12] Buralli DA, Morris GM, Rogers JR. Optical performance of holographic kinoforms. *Appl Opt* 1989; 28(5): 976-983. DOI: 10.1364/AO.28.000976.
- [13] Greisukh GI, Ezhov EG, Kalashnikov AV, Levin IA, Stepanov SA. The efficiency of the relief-phase diffractive elements at a small number of Fresnel zones. *Optics and Spectroscopy* 2012; 113(4): 425-430. DOI: 10.1134/S0030400X12100037.
- [14] Sweeney DW. Harmonic diffractive lenses. *Appl Opt* 1995; 34(14): 2469-2475. DOI: 10.1364/AO.34.002469.
- [15] Kharitonov SI, Volotovskiy SG, Khonina SN. Geometric-optical calculation of the focal spot of a harmonic diffractive lens [In Russian]. *Computer Optics* 2016; 40(3): 331-337. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-331-337.
- [16] Honina SN, Volotovskiy SG, Ustinov AV, Kharitonov SI. Analysis of focusing light by a harmonic diffractive lens taking into account the refractive index dispersion [In Russian]. *Computer Optics* 2017; 41(3): 338-347. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-338-347.
- [17] Born M, Wolf E. Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 2nd ed. Oxford: Pergamon Press; 1964.
- [18] Goodman JW. Introduction to Fourier optics. San Francisco: McGraw-Hill Companies, Inc; 1968.
- [19] Yu FTS. Introduction to diffraction, information processing, and holography. Cambridge: The MIT Press, 1973. ISBN: 978-0-26224015-4.
- [20] Greysukh GI, Ezhov EG, Stepanov SA. Comparative analysis of chromatism of diffraction and refractive lenses [In Russian]. *Computer Optics* 2005; 28: 60-65.
- [21] Egger JR. Use of Fresnel lenses in optical systems: some advantages and limitations. *Proc SPIE* 1979; 0193: 63-68. DOI: 10.1117/12.957873.
- [22] Moharam, MG, Gaylord TK. Diffraction analysis of dielectric surface-relief. *J Opt Soc Am* 1982; 72(10): 1385-1392. DOI: 10.1364/JOSA.72.001385.
- [23] Greisukh GI, Danilov VA, Ezhov EG, Stepanov SA, Usievich BA. Comparison of electromagnetic and scalar methods for evaluation of efficiency of diffractive lenses for wide spectral bandwidth. *Opt Commun* 2015; 338: 54-57. DOI: 10.1016/j.optcom.2014.10.037.

Author's information

Grigoriy Isaevitch Greisukh (b. 1943) graduated (1965) from Penza Polytechnical Institute, majoring in Radio Engineering. He is the deserved worker of the Russian Higher School. He received his Doctor in Technical (1990) degrees from Leningrad Institute of Precision Mechanics and Optics. He is chief of the Physics and Chemistry department of the Penza State University of Architecture and Construction. G.I. Greisukh is EOS and D.S. Rozhdestvensky Optical Society member. His current research interests include design of optical system, diffractive and gradient-index optics. He is co-author of 150 scientific papers, 3 monographs, and 9 inventions.

Sergei Alekseevich Stepanov (b. 1951) graduated (1974) from the Kuibyshev State University (presently, Samara National Research University), majoring in Physics. He received his Doctor in Physics & Maths (1999) degrees from Samara State Aerospace University, professor (2001). He is professor in the Physics and Chemistry department of the Penza State University of Architecture and Construction. He is a EOS and D.S. Rozhdestvensky Optical Society member. His current research interests include design of optical system, diffractive and gradient-index optics. He is co-author of more 120 scientific papers, 2 monographs, and 5 inventions.

Artyom Ivanovich Antonov (b. 1993). In 2014 he graduated from Penza State University, direction of "Physics", as bachelor. In 2016 he acquired the master degree of direction of "Physics". Now he is a post-graduate student of the Physics and Chemistry department of the Penza State University of Architecture and Construction in the direction "Devices and Methods of Experimental Physics". A.I. Antonov is co-author of two articles and one invention.

Received January 15, 2018. The final version – February 14, 2018.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ АМПЛИТУДЫ И ИНТЕНСИВНОСТИ В ТРЁХМЕРНОЙ ФИГУРЕ РАССЕЯНИЯ, ФОРМИРУЕМОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ ОСЕВОМ РАСПОЛОЖЕНИИ ТОЧЕЧНОГО ОБЪЕКТА

С.Н. Корешев¹, Д.С. Смородинов¹, О.В. Никаноров¹, М.А. Фролова¹

¹Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация

Дана количественная оценка глубины резкости оптических систем. Приведены результаты расчёта распределения комплексной амплитуды и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, формируемой оптической системой при осевом расположении точечного объекта. Работа выполнена в интересах разработки оптических систем с увеличенной глубиной резкости применительно к синтезированной голограмме точечного объекта, расположенного на перпендикуляре, восстановленном из центра голограммы.

Ключевые слова: глубина резкости, трёхмерная фигура рассеяния, разность хода, разность фаз, векторная сумма, синтез голограмм.

Цитирование: Корешев, С.Н. Распределение комплексной амплитуды и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, формируемой оптической системой при осевом расположении точечного объекта / С.Н. Корешев, Д.С. Смородинов, О.В. Никаноров, М.А. Фролова // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 377-384. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-377-384.

Введение

Глубина резко изображаемого пространства является одной из важнейших характеристик оптических систем, поскольку отражает допустимую величину сдвига вдоль оптической оси относительно плоскости фокусировки, при которой изображение все еще можно считать достаточно резким [1].

В настоящее время существует несколько подходов к количественной оценке глубины резкости оптической системы. Так, например, в традиционной оптике под глубиной резкости принято понимать такое смещение плоскости наблюдения изображения, при котором изображение точечного объекта, представляемое в виде геометрической точки, размывается в круг, диаметр которого равен диаметру центрального кружка картины дифракции Эйри. Выражение, позволяющее определить глубину резкости оптической системы в соответствии с этим критерием [2], имеет вид:

$$|b| = \pm (\lambda n / 2A^2), \quad (1)$$

где A – числовая апертура оптической системы; λ – длина волны используемого излучения; n – показатель преломления среды (в случае воздуха $n = 1$).

В соответствии с выражением (1) изображение точечного объекта считается достаточно резким до тех пор, пока его диаметр не превысит диаметр первого минимума в картине функции рассеяния точки при отсутствии aberrаций, то есть пока центральный максимум не сливается с первым кольцом [2, 3].

Однако очевидно, что далеко не вся энергия, прошедшая через оптическую систему, распределяется исключительно внутри области, ограниченной величинами, рассчитанными на основании выражения (1). Так, в работе [4] приведена другая формула, полученная на основании интерференционной теории формирования изображений:

$$|b| \ll 2\lambda n / A^2. \quad (2)$$

Она не позволяет рассчитать глубину резкости, а лишь ограничивает сверху ее максимальное значение. Нетрудно заметить, что предельный диапазон сдвига относительно фокусного расстояния в этом случае отличается от величины, полученной в соответствии с выражением (1). В то же время, как следует из обеих формул, если считать длину волны неизменной, то на величину глубины резкости оказывает влияние фактически только один параметр – числовая апертура оптической системы.

Это является серьезной проблемой при разработке оптических систем с максимально возможной глубиной резкости. В частности, при разработке оптических проекционных систем, предназначенных для работы при больших числовых апертурах в коротковолновых областях спектра. К таким системам, например, относятся фотолитографические проекционные объективы. Свойственные им малые глубины резко отображаемого пространства обуславливают необходимость обеспечения высокой точности позиционирования полупроводниковой пластины, на поверхности которой формируется изображение, что приводит к значительному усложнению и удорожанию фотолитографических проекционных установок.

В настоящее время известны различные методы, позволяющие увеличить глубину резкости. В некоторых из них предлагается использование дополнительных фазовых масок [5], модификаций оптических установок [6], особой цифровой обработки изображений на стадии их регистрации [7]. Однако эти методы слабо подходят для применения в фотолитографии – обработка изображений после регистрации в данном случае, очевидно, невозможна, а модификация проекционного оборудования дополнительно усложнит конст-

рукцию и без того сложных фотолитографических объектов.

Метод, позволяющий обойти ограничения традиционных оптических систем, предложен в работе [8]. Он основан на замене традиционного проекционного объектива на синтезированную голограмму-проектор, формирующую требуемое изображение на поверхности полупроводниковой пластины. Причем синтез этой голограммы осуществляется в виртуальном пространстве, что позволяет использовать дополнительные корректировки формы представления объекта, недоступные для реализации в действительном физическом пространстве, например, в силу конструктивных ограничений установки для записи голограмм. Синтезированная таким образом голограмма при ее восстановлении формирует не одно, а сразу несколько параллельно расположенных на некотором заданном расстоянии друг от друга одинаковых изображений фотошаблона. Использование метода позволяет существенно увеличить глубину резкости изображения, проецируемого на поверхность полупроводниковой пластины. Синтез необходимой для его реализации голограммы требует применения такой объектной волны, которая фактически представляла бы собой суперпозицию нескольких объектных волн, формируемых одним и тем же заданным фотошаблоном при нескольких расстояниях между объектом и плоскостью синтеза голограммы, различающихся между собой на некоторую заданную величину сдвига Δ , не превышающую глубину резкости голограммы. При этом оптимизация величины сдвига, оказывающей существенное влияние на глубину резкости голограммы, невозможна без знания распределений комплексной амплитуды и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, формируемой оптической системой, роль которой в данном случае выполняет голограмма-проектор.

1. Расчёт распределения фазы и интенсивности в фигуре рассеяния, соответствующей изображению точки на оптической оси

Прямой расчет распределения фазы и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, соответствующей изображению точечного объекта, требует точного решения задачи дифракции [9]. Полученные таким образом результаты точны, но чрезвычайно сложны для восприятия и не удобны для анализа. Вместе с тем применение принципа Гюйгенса–Френеля в сочетании с графическим методом сложения колебаний [10] позволяет получить значительно более удобные для последующего анализа результаты. Покажем это на примере изображения точечного объекта, формируемого голограммой-проектором и располагаемого на перпендикуляре, восстановленном из центра голограммы. Отметим, что для традиционной оптической системы этот случай соответствует изображению точечного объекта, располагаемому на оптической оси

системы. Для простоты анализа ограничимся случаем одномерной голограммы.

Итак, пусть поверхность голограммы совпадает с осью X (рис. 1), где точка O является центром голограммы, а точкой F обозначено положение восстановленного с ее помощью изображения точечного объекта в плоскости наилучшей установки.

В этом случае в точке F интенсивность света в фигуре рассеяния будет максимальной, а величину сдвига фазы для этой точки можно принять равной 0. Определим для начала величины сдвига фазы и интенсивности в точке K , сдвинутой вдоль оптической оси относительно F на величину Δ .

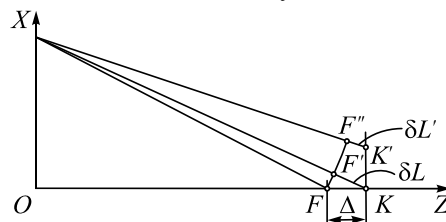


Рис. 1. Восстановление изображения точечного источника при сдвиге относительно плоскости наилучшей установки

Общая интенсивность света в точке K будет складываться как сумма комплексных амплитуд, приходящих от всех точек голограммы, возведённая по модулю в квадрат. Для расчётов выберем некоторую точку X , лежащую на плоскости голограммы. Поскольку мы условились считать суммарную фазу в точке F нулевой, то величина фазы во всех точках, лежащих на окружности с центром в точке X , будет одинакова. Соответственно, набег фазы в точке K относительно F будет зависеть от разности хода между лучами XK и XF' , иначе говоря [10]:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (XK - XF') = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (XK - XF), \quad (3)$$

где λ – рабочая длина волны; δl – разность хода между лучами. В случае осевого луча она равна величине сдвига Δ , то есть расстоянию FK . Для других случаев величина разности хода будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta l &= XK - XF = \\ &= \sqrt{OX^2 + (OF + \Delta)^2} - \sqrt{OX^2 + OF^2} = \\ &= \sqrt{OX^2 + OF^2 + \Delta^2 + 2 \cdot OF \cdot \Delta} - \sqrt{OX^2 + OF^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Это выражение также может быть дополнено для общего случая, когда точка K не лежит на оптической оси. В этом случае добавляется параметр KK' – величина вертикального сдвига, направленного перпендикулярно оптической оси. Тогда разность хода будет считаться, как:

$$\begin{aligned} |\delta l'| &= XK' - XF'' = XK' - XF = \\ &= \sqrt{(OX - KK')^2 + (OF + \Delta)^2} - \sqrt{OX^2 + OF^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Раскладывая выражение (4) в ряд Маклорена для квадратного корня [11], получаем:

$$\delta l = OF \left\{ \sqrt{1 + \frac{OX^2}{OF^2} + \frac{2\Delta}{OF} + \frac{\Delta^2}{OF^2}} - \sqrt{1 + OX^2/OF^2} \right\} =$$

$$= OF \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{OX^2}{OF^2} + \frac{2\Delta}{OF} + \frac{\Delta^2}{OF^2} \right) - \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{OX^2}{OF^2} + \frac{2\Delta}{OF} + \frac{\Delta^2}{OF^2} \right)^2 - \left(-1 - \frac{OX^2}{2 \cdot OF^2} + \frac{OX^4}{8 \cdot OF^4} \right) \right] \right\}. \quad (6)$$

После раскрытия скобок и упрощения выражение (6) можно привести к следующему виду:

$$\delta l = \Delta - OF \left\{ \frac{\Delta^3}{2OF^3} \left(1 + \frac{\Delta}{4OF} \right) + \frac{OX^2 \cdot \Delta}{2OF^3} \left(1 + \frac{\Delta}{2OF} \right) \right\}. \quad (7)$$

При незначительных по сравнению с фокусным расстоянием системы величинах сдвига Δ значения сумм в круглых скобках приближаются к 1, что позволяет ещё более упростить выражение:

$$\delta l = \Delta - \left(\frac{\Delta \cdot OX^2}{2 \cdot OF^2} + \frac{\Delta^3}{2 \cdot OF^2} \right) =$$

$$= \Delta \left(1 - \frac{OX^2}{2 \cdot OF^2} - \frac{\Delta^2}{2 \cdot OF^2} \right). \quad (8)$$

Подставив (8) в (3), получим:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left(1 - \frac{OX^2}{2 \cdot OF^2} - \frac{\Delta^2}{2 \cdot OF^2} \right) \approx$$

$$\approx \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left(1 - \frac{OX^2}{2 \cdot OF^2} \right). \quad (9)$$

Если же мы хотим посчитать изменение длины пути и, соответственно, сдвиг фаз не относительно точки F , а с учётом разности хода для осевого луча, то из (8) нужно вычесть величину сдвига Δ :

$$\delta l'' = (XK - OK) - (XF - OF) =$$

$$= XK - XF - \Delta = - \left(\frac{\Delta \cdot OX^2}{2 \cdot OF^2} + \frac{\Delta^3}{2 \cdot OF^2} \right) \approx$$

$$\approx \frac{\Delta \cdot OX^2}{2 \cdot OF^2},$$

$$\phi'' = - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta \cdot OX^2}{2 \cdot OF^2}. \quad (11)$$

В случае, если сдвиг фаз ϕ'' принять равным 2π , то из выражения (11) можно вывести следующее равенство:

$$|\Delta| = \frac{2\lambda \cdot OF^2}{OX^2} = \frac{2\lambda}{OX^2/OF^2} \approx \frac{2\lambda}{A^2}, \quad (12)$$

где A – числовая апертура. Выражение (12) совпадает с формулой (2) для ограничения глубины резкости.

Как уже было сказано выше, результирующая комплексная амплитуда в точке будет равна сумме дошедших до неё комплексных амплитуд от всех точек голограммы. Поскольку в нашем случае речь идёт о синтезированных голограммах, имеющих дискретную структуру [12, 13], то количество этих точек конечно, а каждая из них фактически представляет собой отдельный точечный источник. Удобнее всего комплексную амплитуду от точечного источника рассматривать в виде вектора, длина которого соответствует амплитуде, а направление – фазе (рис. 2а) [14].

Тогда суммарная комплексная амплитуда в некоторой точке будет представлять собой векторную сумму амплитуд от разных источников (рис. 2б).

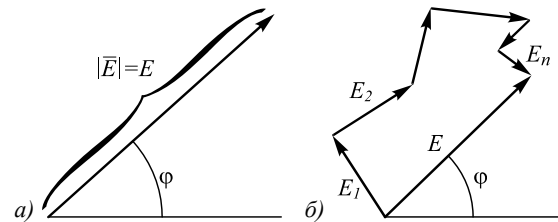


Рис. 2. Представление комплексной амплитуды в виде вектора: единичный вектор (а); суммирование комплексных амплитуд (б)

Далее остаётся найти распределение комплексной амплитуды восстановленной волны в каждой из точек от O до X . Отметим, что значения комплексной амплитуды симметричны относительно начала координат. Сделаем это в обратном ходе лучей, т.е. рассматривая процесс записи голограммы. Поскольку точечный источник распространяет свет во всех направлениях равномерно, исходящее от него излучение можно изобразить в виде сферы, центр которой совпадает по положению с рассматриваемым точечным источником. Тогда естественно предположить, что в единицу времени через поверхность сферы будет проходить одинаковое количество энергии.

Распространяющийся от точечного источника свет достигает плоскости регистрации голограммной структуры. Отношение между комплексными амплитудами в двух разных точках поверхности голограммы в рассматриваемом случае будет равно отношению площадей сфер S_h и S_l , на которых они расположены (рис. 3).

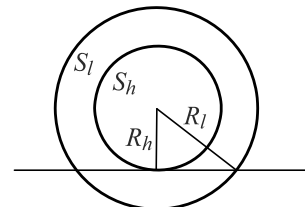


Рис. 3. Распределение комплексной амплитуды по плоскости от точечного источника

Отсюда следует, что в нашем случае, если комплексную амплитуду в точке O принять равной единичной величине E_o , то амплитуда в точке X (рис. 1) будет равна:

$$E_x = \frac{E_o \cdot S_h}{S_l} = \frac{S_h}{S_l} = \frac{4\pi \cdot R_h^2}{4\pi \cdot R_l^2} = \frac{4\pi \cdot OF^2}{4\pi \cdot XF^2} = \frac{OF^2}{XF^2} = \frac{OF^2}{OX^2 + OF^2}. \quad (13)$$

Таким образом, при помощи выражений (9) и (13) с использованием векторной суммы можно рассчитать значение комплексной амплитуды в любой точке на перпендикуляре, восстановленном из центра голограммы, а, возведя его в квадрат, получим значение интенсивности в выбранной точке.

Вычислить суммарную комплексную амплитуду в точке K можно через суммы проекций на координатные оси всех составляющих вектора суммарной комплексной амплитуды (рис. 2б). Если комплексную амплитуду от одной точки считать как E_x , то её проекция на ось абсцисс будет считаться как косинус угла наклона вектора, равного сдвигу фазы, на ось ординат – как синус. В общем обе составляющие будут складываться из всех значений амплитуды и фазы, пришедших от каждой из точек, лежащих на плоскости от O до X :

$$E_{\cos} = \sum_{x=0}^{x=X} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left(1 - \frac{x^2}{2 \cdot OF^2} \right) \right) \cdot \frac{OF^2}{x^2 + OF^2}, \quad (14)$$

$$E_{\sin} = \sum_{x=0}^{x=X} \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left(1 - \frac{x^2}{2 \cdot OF^2} \right) \right) \cdot \frac{OF^2}{x^2 + OF^2}. \quad (15)$$

Итоговое значение интенсивности в этом случае будет равно:

$$I = E_{\sin}^2 + E_{\cos}^2. \quad (16)$$

Количество отсчётов на участке OX , которое необходимо взять для получения суммарного распределения интенсивности с достаточной точностью, в целом зависит от типа оптической системы. Нетрудно заметить, что в случае, если фокусное расстояние OF значительно превышает радиус выходного зрачка OX , значение выражения $x^2/2 \cdot OF^2$ приближается к 0, а выражения $OF^2/(x^2 + OF^2)$ – наоборот, стремится к 1. К примеру, уже в случае $OF = 4x$, первое выражение приобретает значение 0,03125; а второе – 0,94. Следовательно, в таких случаях большее влияние на суммарное значение будет оказывать величина сдвига Δ . В то же время, если $OF \approx OX$, указанные выражения влияют сильнее. Кроме того, распределение комплексной амплитуды на плоскости голограммы, в целом, не во всех случаях будет соответствовать выражению (13). Например, если падающая объектная волна является плоской, то распределение уже не будет определяться отношением площадей сфер.

В нашем случае выбор количества отсчётов определялся результатами работы [12], в соответствии с которыми для успешной голографической регистрации период дискретизации голограммы должен быть как минимум в 4 раза меньше характеристического размера объекта. То есть если размер голографируемой точки a_i принять равным 80×80 нм, то размер одного пикселя на плоскости регистрации её голо-

граммы должен быть не более 20×20 нм. Таким образом, отсчёты вдоль OX брались каждые 20 нм.

Следует особенно отметить относительную простоту полученных формул, позволяющих определить относительную интенсивность в любой точке на основании значений положения исследуемой точки относительно фокуса (значения Δ , Δ' – для случая, когда точка расположена вне оси), по сравнению с известными выражениями, основанными на вычислении функций Ломмеля [9]:

$$I(u, v) = \left(\frac{2}{u} \right)^2 [U_1^2(u, v) + U_2^2(u, v)] I_0, \quad (17)$$

где I_0 – интенсивность в точке фокуса; $U_1(u, v)$ и $U_2(u, v)$ – функции Ломмеля:

$$U_n(u, v) = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{u}{v} \right)^{n+2s} J_{n+2s}(v). \quad (18)$$

Здесь u и v – особые параметры, определяющие положение точки и зависящие от её непосредственных координат x, y, z следующим образом:

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{f} \right)^2 z; \quad v = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{f} \right) \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (19)$$

где f – фокусное расстояние; a – радиус выходного отверстия оптической системы. Координаты при этом установлены таким образом, что в точке фокуса $x = y = z = u = v = 0$. Более подробно вывод формул можно узнать в работе [9], в настоящей работе мы на нём останавливаться не будем.

2. Оценка зависимости относительной интенсивности и фазы в изображении точки от смещения относительно плоскости наилучшей установки

На основании (14), (15) и (16) можно построить график зависимости интенсивности от координаты Z (расстояния от плоскости голограммы) на перпендикуляре, восстановленном из центра голограммы.

Все расчёты, выполненные по изложенной выше методике, проводились для условий и параметров синтеза голограмм, приведённых в работе [8]. Сама голограмма считалась внеосевой, полученной при использовании плоской опорной волны, падающей на плоскость синтеза голограммы под углом α , равном $14,7^\circ$. Объектная волна при этом считалась падающей по нормали на плоскость объекта, расположенную параллельно плоскости синтеза голограммы. Рабочая длина волны λ была выбрана равной 13,5 нм; расстояние между плоскостью объекта и плоскостью регистрации голограмм R_h – 20345 нм. Расстояние от плоскости голограммы до плоскости наилучшей установки F также равно 20345 нм, плоскость регистрации изображений будем постепенно смещать относительно неё в обе стороны. Размер точки-объекта (минимального элемента структуры объекта, состоящего из нескольких точек) a_i принят равным 80×80 нм, размер апертуры синтезируемых голограмм при таких условиях составляет 440×440 пикселей при размере каждого 20×20 нм. При

таких параметрах расстояние от O до X состоит из 220 точек, так как ось Z проходит через центр голограммы перпендикулярно её плоскости.

На рис. 4 приведён график зависимости интенсивности на оси пятна рассеивания, представляющего собой трехмерное восстановленное изображение точечного объекта, от координаты Z , при этом максимальное значение интенсивности в точке F принято за 1, а в остальных точках интенсивность оценивается в долях от максимума.

На графике чётко виден центральный максимум вблизи точки фокуса и несколько побочных, значительно менее выраженных на общем фоне. При этом даже на достаточно большом расстоянии от плоскости наилучшей установки интенсивность всё равно превышает нулевое значение, что, вероятно, связано с наличием осевого луча, следующего точно вдоль оси Z .

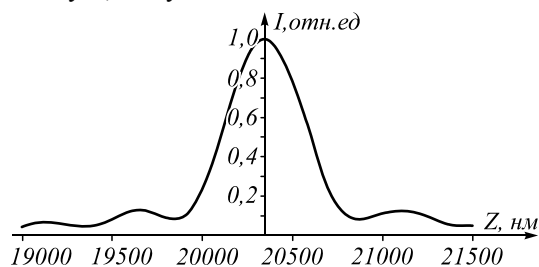


Рис. 4. Зависимость интенсивности в осевых точках от координаты

При описанных выше условиях числовая апертура излучения A , дифрагировавшего на точечном объекте, может быть описана с помощью следующего выражения:

$$A = n \sin \theta = \frac{\lambda}{a_t}, \quad (20)$$

где n – показатель преломления среды, равный для воздуха 1; λ – рабочая длина волны; a_t – размер точки-объекта.

Зная указанные выше условия синтеза голограммы и учитывая выражение (20), можно оценить теоретические пределы глубины резкости изображения. Согласно требованиям, традиционным для оптики (1), при установленных условиях синтеза она будет равна $b_1 = \pm 237$ нм, а в соответствии с интерференционной теорией формирования изображений (2) в целом глубина резкости не должна превышать величины $b_2 = \pm 948$ нм. При положении плоскости наилучшей установки на расстоянии 20345 нм от плоскости голограммы, диапазон возможных смещений плоскости регистрации изображения в пределах, соответствующих величине b_1 , равен [20108, 20582], что примерно соответствует участку графика, на котором интенсивность превышает величину, равную половине от максимума. Диапазон смещений с учётом только величины b_2 более широк: [19397, 21293], он включает не только центральный максимум, но и два побочных, лежащих по обе стороны от него.

Воспользовавшись выражением (5), а также формулами (14) и (15), можно построить изображения

поперечного сечения пятна рассеивания в зависимости от положения плоскости регистрации. На рис. 5 представлены графики, демонстрирующие распределение интенсивности в восстановленном изображении точки при различных положениях плоскости регистрации – от плоскости наилучшей установки до предельного сдвига в соответствии с (2). В целях упрощения картины приведена только половина от распределения интенсивности, так как общая картина симметрична относительно оси Z .

Из приведённых графиков видно, что если плоскость регистрации располагается точно в плоскости наилучшей установки F (график 1 на рис. 5), то картина распределения интенсивности в изображении соответствует дифракционной картине точки [15]. Если сдвиг плоскости регистрации относительно F не превышает величины глубины резкости b_1 (график 2), установленной согласно требованиям традиционной оптики, то интенсивность центрального максимума несколько снижается, но первый минимум и кольца ещё достаточно различимы. При сдвиге, равном b_1 (график 3), центральный максимум фактически сливается с первым побочным. При дальнейшем увеличении сдвига (графики 4 – 6) чёткое изображение точки постепенно разрушается – на больших расстояниях определить максимумы в целом уже невозможно.

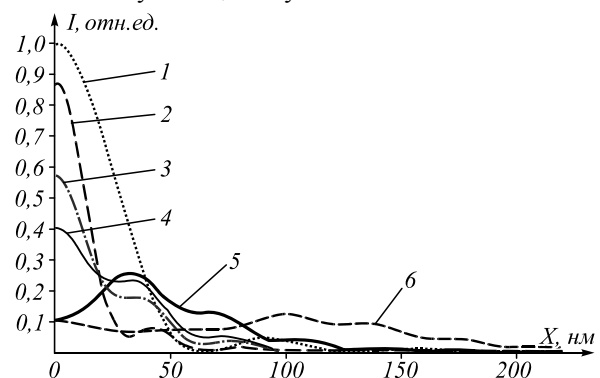


Рис. 5. Распределение интенсивности в восстановленном изображении точки при различных положениях плоскости регистрации: 1 – в фокусной плоскости; 2 – при величине сдвига $\Delta = 118$ нм; 3: $\Delta = 237$ нм; 4: $\Delta = 300$ нм; 5: $\Delta = 474$ нм; 6: $\Delta = 948$ нм

Таким образом, наибольшая часть световой энергии в восстановленном изображении точки оказывается локализованной в объекте, имеющем сигарообразную форму, что соответствует выводам, представленным в работах [4, 9]. Его длина, при приведённых выше параметрах синтеза и восстановления голограммы, составляет порядка 1000 нм, толщина – около 120 нм.

При помощи формул (14–16) можно определить не только зависимость относительной интенсивности от смещения относительно точки фокуса, но и изменение суммарного набегу фазы по мере смещения. Как уже упоминалось выше, при использовании векторного представления длина вектора оказывается величиной интенсивности, а угол его наклона – фазой (рис. 2а). Тогда фазу можно вычислить на основании следующего выражения:

$$\Delta\phi = \arccos\left(\frac{E_{\cos}}{\sqrt{E_{\sin}^2 + E_{\cos}^2}}\right). \quad (21)$$

На рис. 6 представлен график, изображающий зависимость суммарного сдвига определённой с точностью до 2π фазы от смещения плоскости регистрации вдоль оси при указанных выше параметрах синтеза и восстановления голограммы, рассчитанную в соответствии с (21). Значения фазы представлены на участке от 0 до 2π , то есть за вычетом величины $2\pi n$, где $n = 1, 2, \dots$

Хорошо заметна периодичность, при этом период сдвига равен рабочей длине волны.

Однако также видно, что если при положении плоскости регистрации в фокусе суммарный сдвиг фазы считается нулевым, то по мере смещения он далеко не во всех случаях снова достигает 0. Это связано с дискретностью, поскольку сдвиг плоскости регистрации всегда производился на строго установленную величину и не во всех случаях совпадает с реальным смещением, которое требуется для «обнуления» фазы. Из приведенного рисунка можно сделать вывод о том, что распределение фазы вдоль пятна рассеяния полностью определяется фазой, отсчитываемой вдоль главного луча восстановленного пучка лучей. При этом отстоящие от центра участки апертуры голограммы (оптической системы) при сдвиге относительно плоскости наилучшей установки в пределах центрального максимума практически не оказывают никакого влияния на распределение фазы вдоль оси пятна рассеяния.

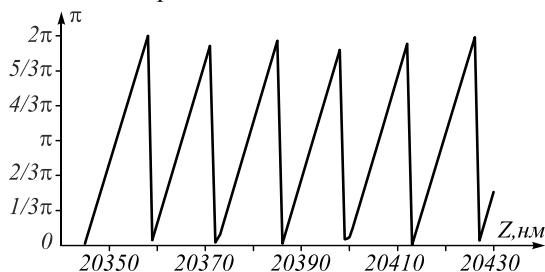


Рис. 6. Зависимость суммарного сдвига фазы в осевых точках от координаты

Заключение

Таким образом, в ходе проведенного исследования был установлен характер изменения комплексной амплитуды, фазы и интенсивности в зависимости от величины сдвига относительно плоскости наилучшей установки и оптической оси. Полученные в результате расчётов выражения значительно проще аналогов, установленных путём решения задачи дифракции. Приведены результаты численных исследований установленных теоретических положений.

Благодарности

Работа выполнена при частичной поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках госзадания (тема № 3.2506.2017/4.6)

Литература

1. Фотокинетехника / Е.А. Иофис. – М.: Советская энциклопедия, 1981. – 447 с.
2. Прикладная оптика. Часть 2: Учеб.-метод. пособие / Г.И. Цуканова, Г.В. Карпова, О.В. Багдасарова, В.Г. Карпов, Е.В. Кривоустова, К.В. Ежова, под ред. проф. А.А. Шехониной. – СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2003. – 83 с.
3. Фотографическая оптика: Учеб. пособие / Д.С. Волосов. – 2-е изд. – М.: Искусство, 1978. – 543 с.
4. Оптика спеклов / М. Франсон; пер. с французского. – М.: Мир, 1980. – 172 с.
5. **Castro A.** Asymmetric phase masks for extended depth of field / A. Castro, J. Ojeda-Castañeda // *Applied Optics*. – 2004. – Vol. 43, Issue 17. – P. 3474-3479. – DOI: 10.1364/AO.43.003474.
6. **Shain, W.J.** Extended depth-of-field microscopy with a high-speed deformable mirror / W.J. Shain, N.A. Vickers, B.B. Goldberg, T. Bifano, J. Mertz // *Optics Letters*. – 2017. – Vol. 42, Issue 5. – P. 995-998. – DOI: 10.1364/OL.42.000995.
7. **Басов, И.В.** Методы увеличения глубины резкости оптико-цифровых регистраторов изображения / И.В. Басов, А.А. Краснобаев // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. – 2010. – № 37. – 32 с.
8. **Корешев, С.Н.** Методы увеличения разрешающей способности и глубины резкости синтезированных голограмм / С.Н. Корешев, О.В. Никаноров, М.А. Фролова, Я.А. Новицкая, Р.И. Хисамов // *Оптический журнал*. – 2016. – Т. 83, № 12. – С. 62-68.
9. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
10. Оптика / Г.С. Ландсберг. – Изд. 6-е, стереотипное. – М.: Физматлит, 2003. – 848 с. – ISBN: 5-9221-0314-8.
11. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – В 3 т. Т. 1. – М.: Физматлит, 2003. – 680 с. – ISBN 5-9221-0156-0.
12. **Корешев, С.Н.** Изображающие свойства дискретных голограмм. I. Влияние дискретности голограммы на восстановленное изображение / С.Н. Корешев, О.В. Никаноров, Д.С. Смородинов // *Оптический журнал*. – 2014. – Т. 81, № 3. – С. 14-19.
13. **Martínez-León, L.** Single-pixel digital holography with phase-encoded illumination / L. Martínez-León, P. Clemente, Y. Mori, V. Climent, J. Lancis, E. Tajahuerce // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25, Issue 5. – P. 4975-4984. – DOI: 10.1364/OE.25.004975.
14. **Никаноров, О.В.** Программный комплекс для синтеза и цифрового восстановления голограмм-проекторов / О.В. Никаноров, Ю.А. Иванов, С.Н. Корешев // *Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики*. – 2009. – № 5(63). – С. 42-47.
15. Основы оптики : конспект лекций / С.А. Родионов. – СПб.: СПб ГИТМО (ТУ), 2000. – 169 с.

Сведения об авторах

Корешев Сергей Николаевич, доктор технических наук, в 1974 году окончил электрофизический факультет ЛЭТИ по специальности «Электроакустика и ультразвуковая техника». С 1974 по 2000 гг. работал в ГОИ им. С.И. Вавилова. В 1986 году защитил кандидатскую диссертацию, в 2000 году получил степень доктора наук. С 2006 года профессор кафедры прикладной и компьютерной оптики Университета ИТМО. Автор более 120

научных работ. Область научных интересов: голография и голограммная оптика, интерферометрия, астрономическая оптика, адаптивная оптика. E-mail: koreshev@list.ru.

Смородинов Денис Сергеевич, кандидат технических наук, в 2013 году окончил факультет оптико-информационных систем и технологий Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики со степенью магистра по направлению «Оптотехника». С осени 2013 года – аспирант кафедры прикладной и компьютерной оптики Университета ИТМО. В июне 2016 года защитил кандидатскую диссертацию. E-mail: smorodinov.denis@gmail.com.

Никаноров Олег Викторович, кандидат технических наук, в 2006 году окончил факультет оптико-информационных систем и технологий Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики, в том же году поступил в аспирантуру. В 2011 году успешно защитил кандидатскую диссертацию. E-mail: nikanorovov@gmail.com.

Фролова Марина Алексеевна, аспирантка кафедры прикладной и компьютерной оптики Университета ИТМО. В июне 2017 года защитила магистерскую работу. E-mail: marrain6@yandex.ru.

ГПТИ: 29.31.33

Поступила в редакцию 19 января 2018 г. Окончательный вариант – 16 февраля 2018 г.

DISTRIBUTION OF THE COMPLEX AMPLITUDE AND INTENSITY IN A 3D SCATTERING PATTERN FORMED BY THE OPTICAL SYSTEM FOR AN ON-AXIS POINT OBJECT

S.N. Koreshev¹, D.S. Smorodinov¹, O.V. Nikanorov¹, M.A. Frolova¹

¹ St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, Russia

Abstract

A quantitative evaluation of the depth of field of optical systems is given. Results of the calculation of the distribution of the complex amplitude and intensity in a three-dimensional scattering pattern formed by the optical system for an on-axis point object are presented. The work was carried out as part of developing optical systems with an extended depth of field for a synthesized hologram of a point object located on a perpendicular constructed to the hologram center.

Keywords: depth of field, 3D scattering pattern, path difference, phase difference, vector sum, synthesis of holograms.

Citation: Koreshev SN, Smorodinov DS, Nikanorov OV, Frolova MA. Distribution of the complex amplitude and intensity in a 3D scattering pattern formed by the optical system for an on-axis point object. Computer Optics 2018; 42(3): 377-384. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-377-384.

References

- [1] Iofis EA. Photo and movie technologies [In Russian]. Moscow: "Sovetskaya Enciklopediya" Publisher; 1981.
- [2] Shekhonin AA, ed, Tsukanova GI, Karpova GV, Bagdasarova OV, Karpov VG, Krivopustova YeV, Yezhova KV. Applied optics. Part 2. Study guide [In Russian]. Saint-Petersburg: "SPb GITMO (TU)" Publisher, 2003.
- [3] Volosov DS. Photographic optic. Study guide [In Russian]. Moscow: "Iskusstvo" Publisher; 1978.
- [4] Françon M. La granularité laser (speckle) et ses applications en optique. Paris: Institut d'Optique et Université de Paris; 1978.
- [5] Castro A, Ojeda-Castañeda J. Asymmetric phase masks for extended depth of field. Appl Opt 2004; 43(17): 3474-3479. DOI: 10.1364/AO.43.003474.
- [6] Shain WJ, Vickers NA, Goldberg BB, Bifano T, Mertz J. Extended depth-of-field microscopy with a high-speed deformable mirror. Opt Lett 2017; 42(5): 995-998. DOI: 10.1364/OL.42.000995.
- [7] Basov IV, Krasnobaev AA. Methods of depth-of-field extending of optical-digital image detectors [In Russian]. Keldysh Institute preprints 2010; 037.
- [8] Koreshev SN, Nikanorov OV, Frolova MA, Novitskaya YaA, Khisamov RI. Methods of increasing the resolving power and depth of field of synthesized hologram-projectors. J Opt Technol 2016; 83(12): 760-764. DOI: 10.1364/JOT.83.000760.
- [9] Born M, Wolf E. Principles of optics. 4th ed. Oxford, London, Edinburg, New York, Paris, Frankfurt: Pergamon Press; 1970.
- [10] Landsberg GS. Optic [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2003. ISBN: 5-9221-0314-8.
- [11] Fichtenholz GM. Course of differential and integral calculus. Vol 1 [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2003.
- [12] Koreshev SN, Smorodinov DS, Nikanorov OV. Imaging properties of discrete holograms. I. How the discreteness of a hologram affects image reconstruction. J Opt Technol 2014; 81(3): 123-127. DOI: 10.1364/JOT.81.000123.
- [13] Martínez-León L, Clemente P, Mori Y, Climent V, Lancis J, Tajahuerce E. Single-pixel digital holography with phase-encoded illumination. Opt Express 2017; 25(5): 4975-4984. DOI: 10.1364/OE.25.004975.
- [14] Nikanorov OV, Ivanov JuA, Koreshev SN. Software for the synthesis and digital reconstruction of hologram projectors. [In Russian]. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics 2009; 63(5): 42-47.
- [15] Rodionov SA. Principles of optics. Lecture notes [In Russian]. Saint-Petersburg: "SPb GITMO (TU)" Publisher; 2000.

Author's information

Sergey Nikolaevich Koreshev, D.Sc. in Engineering, graduated from the Electrophysics faculty LETI in «Electroacoustics and Ultrasonic Equipment» in 1974. From 1974 to 2000 he worked in the State Optical Institute. In 1986 he defended his PhD thesis, in 2000 he became a Doctor of Science. Since 2006 Professor of Applied and Computer Optics department ITMO. Author of more than 80 scientific papers. His research interests are currently focused on holography and holography optics, interferometry, astronomical and adaptive optics. E-mail: koreshev@list.ru.

Denis Sergeevich Smorodinov, PhD in Engineering, graduated from St.Peterburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics in 2013, majoring in Optical Technologies. In June 2016 he defended his PhD thesis. E-mail: smorodinov.denis@gmail.com.

Oleg Viktorovich Nikanorov, PhD in Engineering, graduated from St.Peterburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics in 2006, majoring in Optical Technologies. In 2011 he defended his PhD thesis. E-mail: nikanorovov@gmail.com.

Marina Alexeevna Frolova, postgraduate student of Applied and Computer Optics department ITMO. In June 2017 she defended her Master thesis. E-mail: marrain6@yandex.ru.

Received January 19, 2018. The final version – February 16, 2018.

ВРАЩЕНИЕ ДВУХЛЕПЕСТКОВОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В БЛИЖНЕМ ПОЛЕ ВИХРЕВОГО МИКРОАКСИКОНА

С.С. Стафеев^{1,2}, Л. О'Фаолейн³, М.В. Котляр²

¹ Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия,

³ Технологический институт Корка, Ирландия

Аннотация

С помощью вихревого микроаксикона с топологическим зарядом 2 и числовой апертурой около 0,6, изготовленного по технологии электронной литографии для длины волны 532 нм, продемонстрировано формирование в ближней зоне (несколько микронов от поверхности микроаксикона) вращающегося двухлепесткового лазерного пучка, расчётная скорость вращения которого линейно зависит от расстояния и равна $55^\circ/\text{мкм}$ (теоретическая скорость $53^\circ/\text{мкм}$) и экспериментальная скорость вращения только на некотором участке от 1,5 мкм до 3 мкм была линейной и совпадала с расчётной. На начальном участке от 0 до 1,5 мкм скорость была около $66^\circ/\text{мкм}$, а на конечном участке трассы от 3 мкм до 4,5 мкм – $34^\circ/\text{мкм}$. Достигнутая скорость вращения двухлепесткового пучка больше, чем скорости вращения других известных аналогичных вращающихся двухлепестковых лазерных пучков.

Ключевые слова: бинарная оптика, ближнепольная микроскопия, оптический вихрь, вращающиеся пучки.

Цитирование: Стафеев, С.С. Вращение двухлепесткового лазерного пучка в ближнем поле вихревого микроаксикона / С.С. Стафеев, Л. О'Фаолейн, М.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 385-391. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-385-391.

Введение

Вращающиеся световые поля, у которых при распространении в свободном пространстве вращается вокруг оптической оси распределение интенсивности в поперечном сечении, нашли применение в микроскопии при измерении локализации и ориентации отдельных молекул [1], при зондировании атмосферы и в беспроводных системах связи [2], в передаче информации под водой [3], а также в датчиках магнитного поля [4].

Впервые вращающиеся оптические вихри – когерентные световые поля с сингулярной фазой, которые вращаются при распространении в свободном пространстве, рассмотрены в [5]. В [5] было получено условие для номеров линейной комбинации мод Лагерра–Гаусса (ЛГ), интенсивность которой как целое вращается при распространении. В [6] с помощью цифровой голограммы был сформирован вращающийся вихревой пучок, состоящий из суммы двух мод ЛГ с номерами (0, 0) и (4, 2) и имеющий распределение интенсивности в виде двух лепестков. В [6] экспериментально измерена угловая скорость вращения двухлепесткового пучка (ДЛП), которая оказалась непостоянной и на линейном участке была равна $0,008^\circ/\text{мкм}$. В [7] с помощью фазового дифракционного элемента были сформированы вращающиеся лазерные пучки, состоящие из двух мод Бесселя с топологическими зарядами -1 и -3 . Скорость вращения ДЛП составила $0,006^\circ/\text{мкм}$. В [7] скорость вращения ДЛП, в отличие от [6], была постоянной. В [8] с помощью ДЛП точно (ошибка 1,6%) измерена глубина резкости изображения. В [9] предложено с помощью пространственного модулятора света формировать функцию рассеяния точки в виде двух лепестков, которые вращаются вокруг оптической оси при распространении в пространстве. С помощью оптимизационной процедуры был рассчитан фазовый элемент,

эффективность которого при формировании ДЛП была равна 57%, хотя в эксперименте была достигнута эффективность только 37%. Сформированный ДЛП состоял из линейной комбинации многих мод ЛГ и формировался сферической линзой с числовой апертурой $NA=0,71$. При этом скорость вращения ДЛП вблизи фокуса в диапазоне от $-1,5$ мкм до $1,5$ мкм составляла $50^\circ/\text{мкм}$. В [10] ДЛП, состоящий из двух пучков Бесселя, был сформирован с помощью жидкокристаллического модулятора. Скорость вращения была постоянной и равна $0,003^\circ/\text{мкм}$. В [11] предлагается методика формирования пучков, интенсивность которых вращается вокруг оптической оси с ускорением. В частности, с помощью модулятора сформирован ДЛП, состоящий из двух мод Бесселя с номерами 1 и 3, вращающийся со средней скоростью $0,0005^\circ/\text{мкм}$. В [12] теоретически исследуются ДЛП с неоднородной поляризацией. В [13] с помощью многомодового оптического волокна сформированы ДЛП с различным состоянием поляризации. В [14, 15] с помощью жидкокристаллического модулятора света сформированы ДЛП, состоящие из нескольких мод ЛГ. Скорость вращения ДЛП нелинейная, но на линейном участке длиной около 10 мм она была равна $0,15^\circ/\text{мкм}$. В этой работе исследуется, как аберрации фокусирующей линзы влияют на вращение ДЛП. В [16] исследуется вращение однолепесткового поля вблизи вихревого аксикона.

В работах [1–4] ДЛП применяются для решения конкретных практически важных задач. Так, в [1] предложена схема флуоресцентного микроскопа (глубина фокуса 2 мкм) с поперечным и продольным разрешением 250 нм и 500 нм соответственно и функцией рассеяния точки в виде двух вращающихся лепестков (скорость вращения около $50^\circ/\text{мкм}$). Предложенная схема позволила определить положение и

ориентацию отдельной молекулы с точностью 34 нм. В [2] показано относительно стабильное распространение ДЛП (длина волны 809 нм) на расстоянии 1,6 км в Ерлангене (Германия). Параметр Фрида турбулентности атмосферы был равен 20 мм. В [3] исследуется распространение оптического вихря (длина волны 450 нм) с несколькими лепестками в канале с турбулентной водой (коэффициент затухания $cz = 13$). Коэффициент корреляции пучка на выходе $r = 0,98$. В [4] вращающийся ДЛП пропускали через магнито-оптический кристалл $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$, сам кристалл помещали в магнитное поле, которое приводило к изменению угла поворота ДЛП. Чувствительность этого метода определения магнитного поля равна $28^\circ/\text{тесла}$.

Почти во всех перечисленных выше статьях ДЛП формируются с помощью пространственных модуляторов света. Но если не требуется изменять параметры пучка, то для формирования ДЛП более эффективно использовать дифракционный оптический микроэлемент. В данной работе с помощью простого спирального микроаксикона с топологическим зарядом $m = 2$ и числовой апертурой $NA = 0,60$ сформирован ДЛП (длина волны 532 нм), интенсивность которого вращается в ближней зоне на расстоянии от 1 мкм до 4 мкм со скоростью $55^\circ/\text{мкм}$. Это скорость вращения ДЛП больше, чем во всех приведённых выше работах.

Теоретические основания

В [17] показано, что вращающиеся лазерные пучки можно сформировать с помощью любого известного в оптике вихревого модового базиса (моды Лагерра–Гаусса, Бесселя, гипергеометрические моды, моды Бесселя–Гаусса и т.д.). Лазерный пучок будет вращаться, если он состоит из линейной комбинации специально подобранных мод. Причём скорость вращения для разных мод будет разная. Для вращающегося пучка, состоящего из линейной комбинации мод ЛГ, скорость вращения равна [17]:

$$\varphi = -B \arctg(z/z_0), \quad (1)$$

где

$$B = \frac{2(n - n') + |m| - |m'|}{m - m'} = \text{const}, \quad (2)$$

φ – полярный угол в поперечной плоскости пучка, z – продольная координата, направленная вдоль оптической оси, $z_0 = kw^2/2$ – длина Рэлея, k – волновое число света, w – радиус перетяжки Гауссова пучка, (n, m) – номера моды ЛГ, которые определяют порядок многочлена Лагерра $L_n^{|m|}(x)$. В линейную комбинацию могут входить моды ЛГ, у которых номера (n, m) удовлетворяют условию (2). Из (1) видно, что на расстоянии $z = z_0$ пучок повернется на угол $B\pi/4$, и при больших z пучок повернется на $B\pi/2$. Кроме того, из (1) видно, что скорость вращения пучка не равномерная, а уменьшается с ростом z .

Аналогично можно сформировать парааксиальный вращающийся световой пучок, состоящий из

мод Бесселя. Комплексная амплитуда такого пучка будет равна:

$$E(r, \varphi, z) = \sum_{n,m} C_{nm} J_m(k\alpha_n z) \exp(-ik\alpha_n^2 z/2 + im\varphi), \quad (3)$$

где C_{nm} – произвольные комплексные коэффициенты, $J_m(x)$ – функция Бесселя m -го порядка, α_n – коэффициент, определяющий масштаб функции Бесселя. Скорость вращения пучка с комплексной амплитудой (3) линейно зависит от z и равна:

$$\varphi = kB_1 z/2, \quad (4)$$

где

$$B_1 = \frac{\alpha_n^2 - \alpha_{n'}^2}{m - m'} = \text{const}. \quad (5)$$

Из сравнения (2) и (5) видно, что изменять скорость вращения пучка, состоящего из линейной комбинации мод ЛГ, можно дискретным способом, изменяя номера мод (n, m) . Если вращающийся пучок состоит из суперпозиции мод Бесселя (3), то скорость вращения (4) можно менять непрерывно, изменяя масштабный коэффициент α_n . Другое преимущество мод Бесселя в том, что угол поворота пучка линейно зависит от пройденного расстояния z . Поэтому измерительное устройство на основе мод Бесселя легче калибровать.

В [1] предложена схема определения продольных координат объекта с разрешением большим, чем дифракционный предел, с помощью изображающей оптической системы с вращающейся двухлепестковой функцией импульсного отклика. Идея заключается в следующем: если объектная точка смещается вдоль оптической оси, то её изображение в виде двухлепестковой интенсивности будет вращаться вокруг оптической оси. Так как продольное разрешение идеальной оптической системы, определённое по полуспаду интенсивности, равно [18] (DOF, *depth of focus*)

$$\text{DOF} = \frac{\lambda}{2(\text{NA})^2}, \quad (6)$$

а поперечное разрешение (FWHM, *full width at half maximum*) равно

$$\text{FWHM} = \frac{\lambda}{2(\text{NA})}, \quad (7)$$

где λ – длина волны света, то измерять смещение двух лепестков интенсивности по окружности в поперечной плоскости можно с меньшим шагом (с большим разрешением), чем измерять смещение интенсивности в изображении вдоль оптической оси, в число раз:

$$\text{DOF} / \text{FWHM} = 1 / \text{NA}. \quad (8)$$

На практике точность метода ограничивается также шумом фотоприёмника [1] и абберациями оптической системы [14]. Из (8) видно, что преодоление предела разрешения при измерении угла поворота

ДЛП тем больше, чем меньше числовая апертура изображающей оптической системы. Для микроскопов с высокой числовой апертурой ($NA = 1$) данный метод не позволяет преодолеть продольный дифракционный предел.

В данной работе мы с помощью дифракционного оптического изображающего микроэлемента (спирального аксикона [19] с топологическим зарядом $m=2$), изготовленного по технологии электронной литографии и ионного травления в стекле с показателем преломления, близким к 1,5, сформировали ДЛП, который поворачивается на угол 240 градусов на расстоянии от нуля до 4,5 мкм от микроэлемента. Средняя скорость вращения ДЛП – 55 °/мкм.

Моделирование

Винтовой (или вихревой) аксикон с топологическим зарядом $m=1$ был рассмотрен в [16, 19]. Для формирования ДЛП потребуется вихревой аксикон (ВА) с топологическим зарядом $m=2$. На рис. 1 показан бинарный шаблон для изготовления такого дифракционного ВА. Период кольцевой решетки (рис. 1) равен $T_0=0,9$ мкм, радиус ВА $R=15$ мкм. Микроаксикон имеет 15 периодов. Параметры моделирования: показатель преломления материала аксикона и подложки $n=1,5$, длина волны $\lambda=532$ нм. Числовая апертура ВА $NA=\lambda/T=0,56$. Падающая на аксикон волна плоская с круговой поляризацией. Высота рельефа $H=0,47$ мкм. Область моделирования – $15 \times 15 \times 5,1$ мкм, шаг сетки – $\lambda/30$. Поперечные распределения интенсивности рассчитывались за аксикон на расстоянии до 4 мкм. Расчёт прохождения света через ВА и далее проводился с помощью известного метода FDTD, реализованного в коммерческой программе Fullwave (фирмы RSoft).

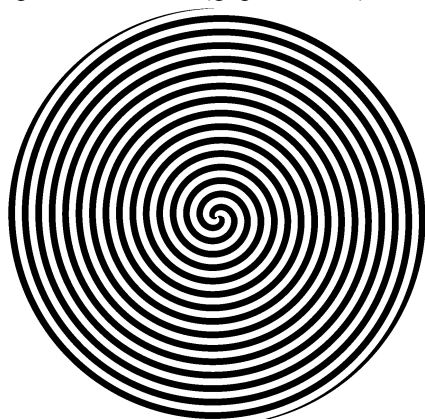


Рис. 1. Шаблон изготавливаемого ВА с топологическим зарядом $m = 2$

На рис. 2 показаны поперечные распределения интенсивности на некоторых плоскостях.

Расстояние между лепестками приблизительно 0,8 мкм. Размеры каждого из лепестков на расстоянии 4 мкм (рис. 2г) по полуспаду интенсивности равны: минимальный FWHM=0,438 мкм ($0,824\lambda$) и максимальный FWHM_y=0,57 мкм ($1,07\lambda$). Рассматриваемый аксикон работоспособен до расстояния 9 мкм. Это

видно из рис. 3, на котором показана зависимость интенсивности вдоль оптической оси аналогичного аксикона, только с топологическим зарядом $m=0$. Заметим, что длина, на которой аксикон проявляет свойство «бездифракционности», не зависит от m , а определяется только радиусом аксикона R и его числовой апертурой NA . Глубина фокусного пятна на рис. 3 составила $DOF=5,96$ мкм по полуспаду интенсивности.

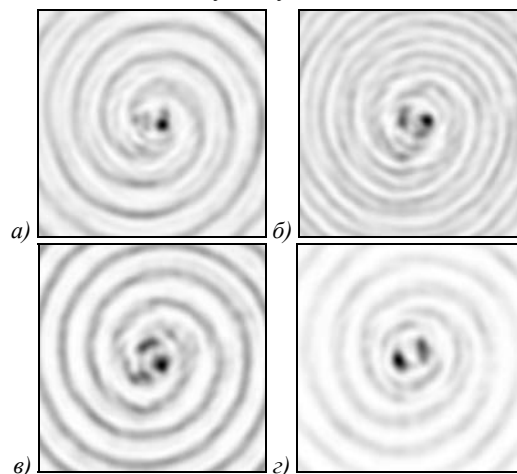


Рис. 2. Распределения интенсивности, рассчитанные на расстояниях от поверхности ВА: 1 мкм (а), 1,5 мкм (б), 2 мкм (в) и 4 мкм (г) (негативные изображения). Размеры кадров – 8×8 мкм

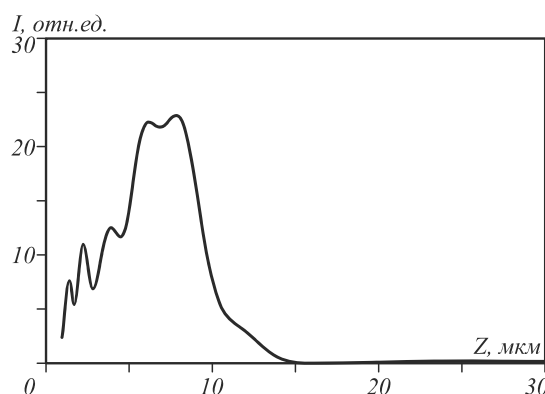


Рис. 3. Зависимость интенсивности на оси от расстояния z для аксикона с $m = 0$

На рис. 4 приведена зависимость угла поворота лепестков на рис. 2 от расстояния по оси z .

Из графика на рис. 4 видно, что максимальное отклонение одной точки данных от усредненной линии составляет не более $\delta=10^\circ$. Средняя скорость вращения максимумов ДЛП равна 55,43 °/мкм. Теоретическая скорость вращения, полученная на основе (4), равна:

$$\frac{\phi}{z} = \frac{k\alpha^2}{2m}. \quad (9)$$

Для аксикона параметр $\alpha = \sin \theta = (\lambda/T)$. В моделировании и эксперименте следующие параметры: $\lambda = 532$ нм, $m = 2$, $T = 0,95$ мкм. Поэтому скорость вращения согласно (9) равна 53 °/мкм. Это значение хорошо согласуется со скоростью (55,43 °/мкм), полученной при строгом моделировании векторной дифракции лазерного пучка на ВА.

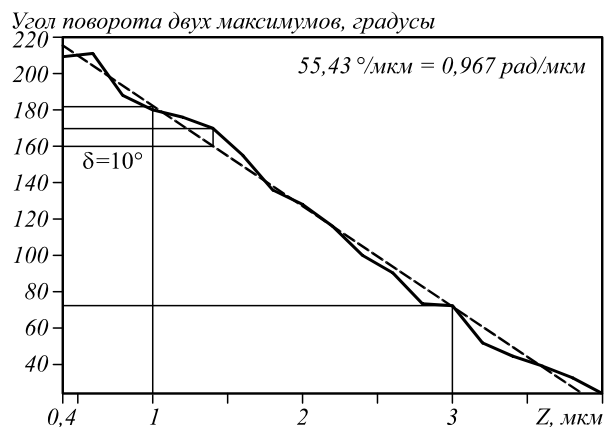


Рис. 4. Скорость вращения ДЛП в диапазоне z от 0,4 мкм до 4 мкм: сплошная прямая – результаты расчёта с шагом по оси $z = 0,2$ мкм, а пунктирная прямая получена путём усреднения наклона линейных участков ломаной сплошной кривой

Изготовление вихревого аксикона

С помощью шаблона (рис. 1) микроаксикон изготавливался по технологии электронной литографии и ионного травления.

На рис. 5 показан рельеф центральной части ВА, измеренный на атомно-силовом микроскопе. Из рис. 5б видно, что период аксикона равен $T = 0,95$ мкм, высота рельефа $H = 470$ нм. Далее с помощью скани-

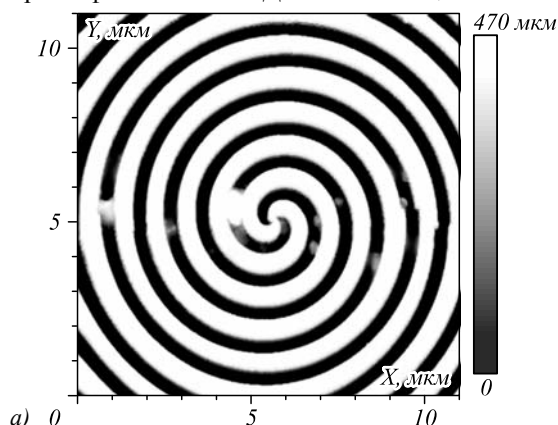


Рис. 5. Рельеф изготовленного ВА с $t = 2$ (а) и его сечение вдоль оси y (б), измеренные на атомно-силовом микроскопе

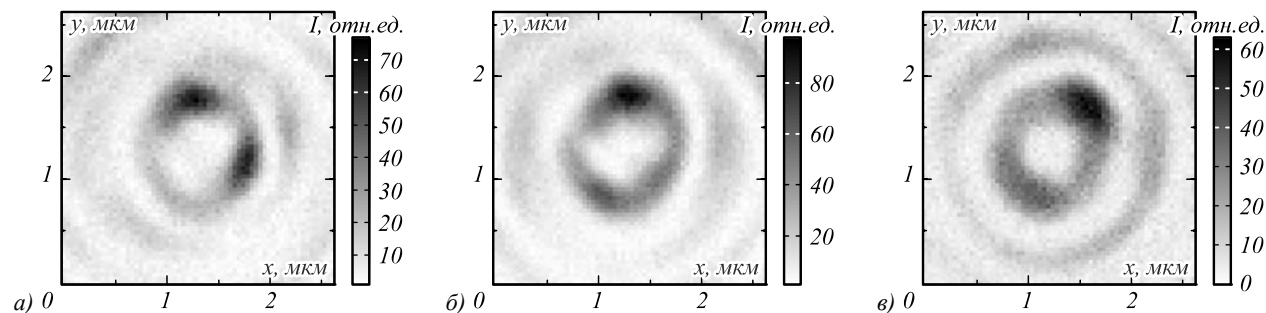


Рис. 6. Распределение интенсивности на расстоянии до поверхности ВА 1 мкм (а), 1,5 мкм (б) и 2 мкм (в) для пучка с правой круговой поляризацией

До расстояния $z = 1,5$ мкм скорость вращения ($66^\circ/\text{мкм}$) больше, чем рассчитанная (рис. 4), а после расстояния $z = 3$ мкм скорость вращения меньше ($34^\circ/\text{мкм}$), чем рассчитанная. Заметим,

рующего ближнепольного микроскопа измерялось прохождение света с круговой поляризацией и длиной волны $\lambda = 532$ нм через ВА с топологическим зарядом $m = 2$. Круговая поляризация получалась из линейной после прохождения четвертьволновой пластинки. Поворотом четвертьволновой пластинки обеспечивалась смена направления поляризации с левой на правую. На рис. 6 приведены поперечные распределения интенсивности, измеренные с помощью сканирующего оптического ближнепольного микроскопа на расстояниях от вихревого аксикона 1 мкм (а), 1,5 мкм (б) и 2 мкм (в).

Из рис. 6 видно, что за 1 мкм пучок повернулся почти на 76 градусов. Отличия в распределении интенсивности ДЛП с правой и левой круговой поляризацией незначительное. На рис. 7 показаны сечения интенсивности ДЛП на одном и том же расстоянии от поверхности ВА.

По данным измерения интенсивности ДЛП на разных расстояниях получен график зависимости угла поворота ДЛП от расстояния z (рис. 8). Моделирование методом FDTD показывает линейный рост угла поворота, в то время как эксперимент демонстрирует нелинейное изменение. Из рис. 8 видно, что скорость вращения не совсем линейная и хорошо совпадает с расчетом ($55^\circ/\text{мкм}$) только в диапазоне расстояний z от 1,5 мкм до 3 мкм.

что на рис. 8 приведены данные двух экспериментов, проведенные с двумя аксиконами, которые отличались друг от друга только глубиной рельефа (на 10%).

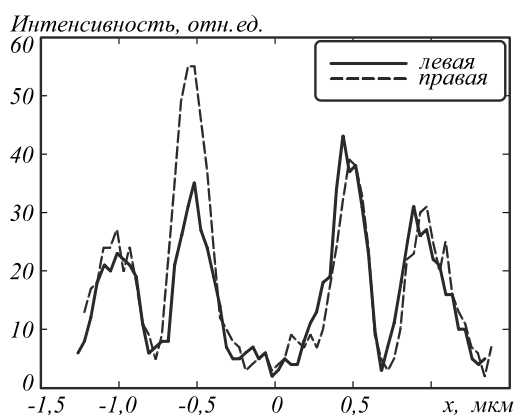


Рис. 7. Сечение интенсивности вдоль оси x для левой (сплошная кривая) и правой (пунктирная кривая) круговой поляризации на расстоянии 1 мкм от ВА

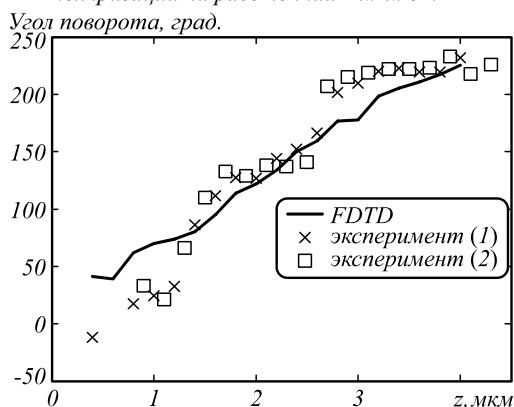


Рис. 8. Зависимость угла поворота максимумов ДЛП от расстояния до поверхности ВА.

Кривая – моделирование методом FDTD, маркеры – измерения для двух разных образцов вихревых аксиконов

Заключение

В работе теоретически, численно и экспериментально показана возможность с помощью простого и хорошо известного компонента микрооптики (вихревого аксикона) с невысокой числовой апертурой (0,6) формировать вращающиеся двухлепестковые лазерные пучки ($55^\circ/\text{мкм}$) на некотором расстоянии (от 0,5 мкм до 4,5 мкм) вблизи аксикона. По измерению поворотов лепестков интенсивности в поперечной плоскости можно определить продольное смещение исследуемого объекта с преодолением продольного дифракционного предела. И чем меньше числовая апертура оптического элемента, формирующего двухлепестковой вращающийся пучок, тем эффективнее применение данного метода. Изготовленный вихревой аксикон может быть использован в микроскопии при измерении локализации и ориентации отдельных молекул, при зондировании атмосферы и в беспроводных системах связи, в передаче информации под водой, а также в датчиках магнитного поля.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Изготовление вихревого аксикона», Федерального агентства на-

учных организаций (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Теоретическое основание» и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-47-630483) в части «Моделирование».

Литература

1. **Backlund, M.P.** The double-helix point spread function enables precise and accurate measurement of 3D single-molecule localization and orientation / M.P. Backlund, M.D. Lew, A.S. Backer, S.J. Sahl, G. Grover, A. Agrawal, R. Piestun, W.E. Moerner // *Proceedings of SPIE*. – 2013. – Vol. 8590. – 85900L. – DOI: 10.1117/12.2001671.
2. **Lavery, M.P.J.** Free-space propagation of high-dimensional structured optical fields in an urban environment / M.P.J. Lavery, C. Peuntinger, K. Gunthner, P. Banzer, D. Elser, R.W. Boyd, M.J. Padgett, C. Marquardt, G. Leuchs // *Science Advances*. – 2017. – Vol. 3, Issue 10. – e1700552. – DOI: 10.1126/sciadv.1700552.
3. **Morgan, K.S.** Free space propagation of concentric vortices through underwater turbid environments / K.S. Morgan, J.K. Miller, B.M. Cochennour, W. Li, Y. Li, R.J. Watkins, E.G. Johnson // *Journal of Optics*. – 2016. – Vol. 18. – 104004. – DOI: 10.1088/2040-8978/18/10/104004.
4. **Yu, S.** Compositing orbital angular momentum beams in Bi₄Ge₃O₁₂ crystal for magnetic field sensing / S. Yu, F. Pung, H. Liu, X. Li, J. Yang, T. Wang // *Applied Physics Letters*. – 2017. – Vol. 111, Issue 9. – 091107. – DOI: 10.1063/1.4989651.
5. **Abramochkin, E.** Spiral-type beams / E. Abramochkin, V. Volostnikov // *Optics Communications*. – 1993. – Vol. 102, Issues 1-3. – P. 336-350. – DOI: 10.1016/0030-4018(93)90406-U.
6. **Schechner, Y.Y.** Wave propagation with rotating intensity distributions / Y.Y. Schechner, R. Piestun, J. Shamir // *Physical Review E*. – 1996. – Vol. 54, Issue 1. – P. R50-R53. – DOI: 10.1103/PhysRevE.54.R50.
7. **Pääkkönen, P.** Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics / P. Pääkkönen, J. Lautanen, M. Honkanen, M. Kuittinen, J. Turunen, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, A.T. Friberg // *Journal of Modern Optics*. – 1998. – Vol. 45, Issue 11. – P. 2355-2369. – DOI: 10.1080/09500349808231245.
8. **Greengard, A.** Depth from diffracted rotation / A. Greengard, Y.Y. Schechner, R. Piestun // *Optics Letters*. – 2006. – Vol. 31, Issue 2. – P. 181-183. – DOI: 10.1364/OL.31.000181.
9. **Pavani, S.R.P.** High-efficiency rotating point spread functions / S.R.P. Pavani, R. Piestun // *Optics Express*. – 2008. – Vol. 16, Issue 5. – P. 3484-3489. – DOI: 10.1364/OE.16.003484.
10. **Rob, R.** Generation and propagation dynamics of obstructed and unobstructed rotating orbital angular momentum-carrying Helicon beams / R. Rob, I.A. Litvin, A. Forbes // *Journal of Optics*. – 2012. – Vol. 14, Issue 3. – 035702. – DOI: 10.1088/2040-8978/14/3/035702.
11. **Schulze, C.** Accelerated rotation with orbital angular momentum modes / C. Schulze, F.S. Roux, A. Dudley, R. Rop, M. Duparré, A. Forbes // *Physical Review A*. – 2015. – Vol. 91, Issue 4. – 043821. – DOI: 10.1103/PhysRevA.91.043821.
12. **Wang, H.** Dynamic propagation of optical vortices embedded in full Poincaré beams with rotationally polarization symmetry / H. Wang, G. Rui, Q. Zhan // *Optics Communications*. – 2015. – Vol. 351. – P. 15-25. – DOI: 10.1016/j.optcom.2015.04.040.

13. **Khan, S.N.** Polarization and propagation characteristics of switchable first-order azimuthally asymmetric beam generated in dual-mode fiber / S.N. Khan, S.K. Chatterjee, P.R. Chaudhuri // *Applied Optics*. – 2015. – Vol. 54, Issue 6. – P. 1528-1536. – DOI: 10.1364/AO.54.001528.
14. **Kotova, S.P.** Aberration influenced generation of rotating two-lobe light fields / S.P. Kotova, N.N. Losevsky, D.P. Prokopova, S.A. Samagin, V.G. Volostnikov, E.N. Vorontsov // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2016. – Vol. 740(1). – 012013. – DOI: 10.1088/1742-6596/740/1/012013.
15. **Volostnikov, V.G.** Generation of two-lobe light fields with a rotating intensity distribution under propagation for single emitter spectroscopy / V.G. Volostnikov, E.N. Vorontsov, S.P. Kotova, N.N. Losevsky, D.V. Prokopova, E.V. Razueva, S.A. Samagin // *EPJ Web of Conferences*. – 2017. – Vol. 132. – 02012. – DOI: 10.1051/epjconf/201713202012.
16. **Degtyarev, S.A.** Photonic nanohelix generated by a binary spiral axicon / S.A. Degtyarev, A.P. Porfirev, S.N. Khonina // *Applied Optics*. – 2016. – Vol. 55, Issue 12. – P. 44-48. – DOI: 10.1364/AO.55.000B44.
17. **Kotlyar, V.V.** Rotation of laser beams with zero of the orbital angular momentum / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Optics Communications*. – 2007. – Vol. 274, Issue 1. – P. 8-14. – DOI: 10.1016/j.optcom.2007.01.059.
18. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – 2-е изд. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
19. **Khonina, S.N.** Trochotron / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, M.V. Shinkaryev, G.V. Uspleniev // *Optics Communications*. – 1992. – Vol. 91, Issues 3-4. – P. 158-162. – DOI: 10.1016/0030-4018(92)90430-Y.

Сведения об авторах

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН). Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля.

E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

О'Фаолейн Лиам (Уильям Веллан-Куртин) из Технологического института Корка, Ирландия. В 2000 году окончил физический факультет Университета города Корк. С 2001 года начал работать в группе микрофотоники Школы физики и астрономии Университета города Сент-Эндрюс (Шотландия) как аспирант по созданию полупроводниковых лазеров. В 2005 году защитил диссертацию и получил степень доктора философии. Область научных интересов: электронная литография для создания фотонных кристаллов. В настоящее время является координатором европейской платформы по наноструктурированию ePIXnet. Соавтор 53 научных статей с высоким индексом цитирования. E-mail: jwwl@st-andrews.ac.uk.

Котляр Мария Викторовна, 1979 года рождения, доктор философии, научный сотрудник лаборатории НИЛ-35 Самарского национального исследовательского университета. В 2001 году окончила физический факультет Самарского государственного университета, в 2005 году защитила диссертацию в университете Сент-Эндрюса (Великобритания). Область научных интересов: нанопотоника. В Scopus 25 публикаций. E-mail: ichteos@km.ru.

ГРНТИ: 29.31.15.

Поступила в редакцию 26 февраля 2018 г. Окончательный вариант – 14 мая 2018 г.

ROTATION OF TWO-PETAL LASER BEAMS IN THE NEAR FIELD OF A SPIRAL MICROAXICON

S.S. Stafeev^{1,2}, L.O'Faolain³, M.V. Kotlyar²

¹ Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Samara, Russia,

² Samara National Research University, Samara, Russia,

³ Cork Institute of Technology, Ireland

Abstract

Using a spiral microaxicon with the topological charge 2 and NA=0.6 operating at a 532-nm wavelength and fabricated by electron-beam lithography, we experimentally demonstrate the rotation of a two-petal laser beam in the near field (several micrometers away from the axicon surface). The estimated rotation rate is 55°/μm and linearly dependent on the on-axis distance, with the theoretical rotation rate being 53°/μm. The experimentally measured rotation rate is found to be linear and coincident with the simulation results only on the on-axis segment from 1.5 to 3 μm. The experimentally measured rotation rate is 66°/μm on the initial on-axis segment from 0 to 1.5 μm and 34°/μm on the final segment of the beam path from 3 to 4.5 μm. The experimentally achieved rotation rate is higher than rotation rates of similar two-petal laser beams reported to date.

Keywords: binary optics, near field microscopy, optical vortex, rotating beams.

Citation: Stafeev SS, O'Faolain L, Kotlyar MV. Rotation of two-petal laser beams in the near field of a spiral microaxicon. *Computer Optics* 2018; 42 (3): 385-391. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-385-391.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Federal Agency for Scientific Organizations under contract No. 007-GZ/Ch3363/26 (Theoretical background), the Russian Foundation

for Basic Research under grant No. 16-47-630483 (Numerical simulation), and the Russian Science Foundation under grant No. 17-19-01186.

References

- [1] Backlund MP, Lew MD, Backer AS, Sahl SJ, Grover G, Agrawal A, Piestun R, Moerner WE. The double-helix point spread function enables precise and accurate measurement of 3D single-molecule localization and orientation. *Proc SPIE* 2013; 8590: 85900L. DOI: 10.1117/12.2001671.
- [2] Lavery MPJ, Peuntinger C, Gunthner K, Banzer P, Elser D, Boyd RW, Padgett MJ, Marquardt C, Leuchs G. Free-space propagation of high-dimensional structured optical fields in an urban environment. *Sci Adv* 2017; 3(10): e1700552. DOI: 10.1126/sciadv.1700552.
- [3] Morgan KS, Miller JK, Cochennour BM, Li W, Li Y, Watkins RJ, Johnson EG. Free space propagation of concentric vortices through underwater turbid environments. *J Opt* 2016; 18: 104004. DOI: 10.1088/2040-8978/18/10/104004.
- [4] Yu S, Pung F, Liu H, Li X, Yang J, Wang T. Compositing orbital angular momentum beams in Bi4Ge3O12 crystal for magnetic field sensing. *Appl Phys Lett* 2017; 111(9): 091107. DOI: 10.1063/1.4989651.
- [5] Abramochkin E, Volostnikov V. Spiral-type beams. *Opt Commun* 1993; 102(1-3): 336-350. DOI: 10.1016/0030-4018(93)90406-U.
- [6] Schechner YY, Piestun R, Shamir J. Wave propagation with rotating intensity distributions. *Phys Rev E* 1996; 54(1): R50-R53. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.R50.
- [7] Pääkkönen P, Lautanen J, Honkanen M, Kuittinen M, Turunen J, Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Friberg AT. Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics. *J Mod Opt* 1998; 45(11): 2355-2369. DOI: 10.1080/09500349808231245.
- [8] Greengard A, Schechner YY, Piestun R. Depth from diffracted rotation. *Opt Lett* 2006; 31(2): 181-183. DOI: 10.1364/OL.31.000181.
- [9] Pavani SRP, Piestun R. High-efficiency rotating point spread functions. *Opt Express* 2008; 16(5): 3484-3489. DOI: 10.1364/OE.16.003484.
- [10] Rop R, Litvin IA, Forbes A. Generation and propagation dynamics of obstructed and unobstructed rotating orbital angular momentum-carrying Helicon beams. *J Opt* 2012; 14(3): 035702. DOI: 10.1088/2040-8978/14/3/035702.
- [11] Schulze C, Roux FS, Dudley A, Rop R, Duparré M, Forbes A. Accelerated rotation with orbital angular momentum modes. *Phys Rev A* 2015; 91(4): 043821. DOI: 10.1103/PhysRevA.91.043821.
- [12] Wang H, Rui G, Zhan Q. Dynamic propagation of optical vortices embedded in full Poincaré beams with rotationally polarization symmetry. *Opt Commun* 2015; 351: 15-25. DOI: 10.1016/j.optcom.2015.04.040.
- [13] Khan SN, Chatterjee SK, Chaudhuri PR. Polarization and propagation characteristics of switchable first-order azimuthally asymmetric beam generated in dual-mode fiber. *Appl Opt* 2015; 54(6): 1528-1536. DOI: 10.1364/AO.54.001528.
- [14] Kotova SP, Losevsky NN, Prokopova DP, Samagin SA, Volostnikov VG, Vorontsov EN. Aberration influenced generation of rotating two-lobe light fields. *J Phys: Conf Ser* 2016; 740(1): 012013. DOI: 10.1088/1742-6596/740/1/012013.
- [15] Volostnikov VG, Vorontsov EN, Kotova SP, Losevsky NN, Prokopova DV, Razueva EV, Samagin SA. Generation of two-lobe light fields with a rotating intensity distribution under propagation for single emitter spectroscopy. *EPJ Web of Conf* 2017; 132: 02012. DOI: 10.1051/epjconf/201713202012.
- [16] Degtyarev SA, Porfirev AP, Khonina SN. Photonic nano-helix generated by a binary spiral axicon. *Appl Opt* 2016; 55(12): 44-48. DOI: 10.1364/AO.55.000B44.
- [17] Kotlyar VV, Khonina SN, Skidanov RV, Soifer VA. Rotation of laser beams with zero of the orbital angular momentum. *Opt Commun* 2007; 274(1): 8-14. DOI: 10.1016/j.optcom.2007.01.059.
- [18] Born M, Wolf E. Principles of Optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 4th ed. Oxford: Pergamon Press; 1970.
- [19] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Shinkaryev MV, Uspleniev GV. Trochoson. *Opt Commun* 1992; 91(3-4): 158-162. DOI: 10.1016/0030-4018(92)90430-Y.

Authors' information

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS). Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Liam O'Faolain (William Whelan-Curtin) is from Cork Institute of Technology (Republic of Ireland) and studied for a degree in Physics at University College Cork. He joined the Microphotonics Research Group of School of Physics and Astronomy of SUPA, School of Physics and Astronomy of the University of St. Andrews (Scotland) in October 2001 to begin a PhD on Modelocked Semiconductor Lasers. He received the PhD degree in Physics in 2005. His other interests are electron beam lithography for photonic crystals. He also keeps records of the groups Fabrication Processes. He is now working as a PostDoc coordinating the ePIXnet Nanostructuring Platform. He is the author and coauthor of 53 scientific papers with high citation index. E-mail: jww1@st-andrews.ac.uk.

Maria V. Kotlyar born in 1979, Ph.D., a researcher at the Laboratory 35 Samara Samara National Research University. In 2001 she graduated from the Physics department of Samara State University, in 2005 defended her thesis at the University of St. Andrews (UK). Research interests: nanophotonics. In the Scopus she has 25 publications. E-mail: ichteos@km.ru.

Received February 26, 2018. The final version – May 14, 2018.

ОБРАТНЫЙ ПОТОК ЭНЕРГИИ ВБЛИЗИ ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ В ОБЛАСТИ ОСТРОГО ФОКУСА ОПТИЧЕСКОГО ВИХРЯ С КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ

В.В. Котляр^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}, С.С. Стафеев^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

С помощью формул Ричардса–Вольфа для дифракционной линзы показано, что при острой фокусировке произвольного оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией в плоскости фокуса на оптической оси имеет место обратный поток световой энергии (осевая проекция вектора Пойнтинга отрицательная). Такой же результат мы получили численно с помощью строгого расчёта FDTD-методом дифракции плоской волны с левой круговой поляризацией на вихревой зонной пластинке с топологическим зарядом 2 и числовой апертурой около 1. Причём величина обратного потока сравнима с прямым потоком энергии. Мы также показали, что обратный поток энергии в рассматриваемом случае имеет место на всей оптической оси, но максимальное по модулю значение имеет в плоскости фокуса и быстро падает при удалении от него. Длина отрезка вдоль оптической оси, на которой значение модуля обратного потока падает в два раза (глубина обратного потока), почти совпадает с глубиной фокуса, а поперечный кружок, в котором поток энергии обратный, примерно совпадает с диском Эйри.

Ключевые слова: вектор Пойнтинга, формулы Ричардса–Вольфа, FDTD-метод, оптический вихрь, «тракторный пучок».

Цитирование: Котляр, В.В. Обратный поток энергии вблизи оптической оси в области острого фокуса оптического вихря с круговой поляризацией / В.В. Котляр, А.Г. Налимов, С.С. Стафеев // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 392-400. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-392-400.

Введение

В 1959 году в своей классической работе Richards и Wolf [1] показали, что при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией с помощью апланатической системы в плоскости фокуса в области у основания основного лепестка интенсивности имеется область, в которой поток световой энергии направлен в обратную сторону по отношению к направлению распространения падающей плоской волны. В этой области продольная проекция вектора Пойнтинга имеет небольшое отрицательное значение, примерно 1% от максимального потока в прямом направлении. Аналогичный результат был получен ранее В.С. Игнатовским [2] еще в 1920 году. Однако значения этому эффекту не придавали из-за его небольшой величины. Работа [1] послужила толчком для широкого фронта теоретических и численных исследований по острой фокусировке лазерных пучков, например, [3–10]. В [3] исследовалась острая фокусировка оптических вихрей с топологическими зарядами 1–3 и линейной поляризацией. Показано, что при больших числовых апертурах световой эллипс в фокусе вытягивается в направлении, перпендикулярном направлению линейной поляризации. В [4] численно и экспериментально показано, что при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом 1 и левой круговой поляризацией в фокусе формируется круглое световое пятно. Острая фокусировка света с круговой поляризацией рассматривается также в [5]. В [6] исследуется фокусировка мод Лагерра–Гаусса (ЛГ) с произвольными номерами (n, m) и эллиптической поляризацией. Показано, что в фокусе формируются эллиптические световые кольца. В [7] исследуется острая фокусировка аномальных мод ЛГ с

номерами $(n + m/2, m)$, а в [8] моделируется острая фокусировка радиально поляризованных пучков Лагерра–Гаусса–Бесселя. В [9] аналогично исследуется фокусировка оптических вихрей с разными топологическими зарядами и неоднородной поляризацией (радиальной и азимутальной). В [10] моделируется поперечный сдвиг фокусного пятна при острой фокусировке оптических вихрей, внедрённых в Гауссов пучок и смещённых с оптической оси.

Но во всех этих работах не исследуется поведение в фокусе вектора Пойнтинга. Первая работа, в которой теоретически было показано наличие отрицательного значения продольной составляющей вектора Пойнтинга на оптической оси, была посвящена линейной комбинации двух пучков Бесселя с ТЕ- и ТМ-поляризациями [11]. Однако как сформировать такой вихревой пучок Бесселя с произвольным топологическим зарядом m , у которого имеются все три компоненты электрического вектора E_r, E_ϕ, E_z в цилиндрической системе координат (r, ϕ, z) , авторы не обсуждают в [11]. Мы нашли только одну работу [12], в которой рассмотрена практически реализуемая ситуация (фокусировка с помощью апланатической системы) и теоретически и численно показано, что при фокусировке моды Лагерра–Гаусса порядка $(0, m) = (0, 2)$ с левой круговой поляризацией ($\sigma = -1$) на оптической оси в фокусе у продольной проекции вектора Пойнтинга имеются отрицательные значения. В данной работе мы обобщаем [12] на случай произвольного оптического вихря с топологическим зарядом $m = 2$. Известны также статьи про «оптический трактор» [13–21], в которых исследуется взаимодействие светового поля с микрочастицами, приводящее к тому, что сила, действующая со стороны поля на частицу, заставляет её дви-

гаться против направления распространения освещающего её пучка. Такую силу называют негативной оптической силой [13]. Если говорить просто, то такая ситуация возникает, когда частица рассеивает больше света вперёд, чем отражает назад, если нет градиентных сил. Поэтому надо различать две эти ситуации: когда поток световой энергии локально направлен против общего потока энергии в пучке и когда сила светового давления заставляет микрочастицу двигаться против освещающего её света и по направлению к источнику света.

В данной работе рассматривается только первая ситуация. С помощью формализма Ричардса–Вольфа для идеальной сферической линзы доказано, что при острой фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом 2 и круговой поляризацией с противоположенным направлением вращения (левой) в плоскости фокуса на оптической оси (и вблизи неё) осевая проекция вектора Пойнтинга принимает отрицательное значение. Из всего этого следует, что в данной области локально поток световой энергии направлен против общего потока энергии в сходящемся вихревом пучке. Ранее наличие обратного потока энергии на оптической оси в фокусе было обнаружено только для пучков Лагерра–Гаусса [12]. Здесь мы обобщили этот результат на произвольный оптический вихрь. Заметим, что недавно авторы численно показали наличие обратного потока на оптической оси в фокусе вихревой металинзы [22].

1. Теоретическое основание

Рассмотрим в формализме Ричардса–Вольфа [1] фокусировку оптического вихря с топологическим зарядом $m = 2$ и левой круговой поляризацией с помощью апланатической системы. Для электрического поля с круговой поляризацией $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + i\sigma E_y \mathbf{e}_y$, где $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ – единичные вектора вдоль декартовых координат, будем считать, что при $\sigma = 1$ – правая поляризация, а при $\sigma = -1$ – левая поляризация, следуя [6]. Хотя, например, в [12] наоборот: при $\sigma = 1$ – левая поляризация, а при $\sigma = -1$ – правая поляризация. Для оптического вихря с топологическим зарядом m и произвольной функцией аподизации зрачка (действительная функция $A_m(\theta)$)

$$A_m(\theta, \varphi) = A_m(\theta) \exp(im\varphi), \quad (1)$$

где (θ, φ) – углы, задающие точку на сфере, запишем проекции электрического вектора $\mathbf{E}$ вблизи фокуса в апланатической системе в цилиндрических координатах (r, φ, z) , следуя [6]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= -i^{m+1} \left(I_{0,m} e^{im\varphi} + \right. \\ &\quad \left. + \gamma_+ I_{2,m+2} e^{i(m+2)\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{i(m-2)\varphi} \right), \\ E_y(r, \varphi, z) &= i^m \left(\sigma I_{0,m} e^{im\varphi} - \right. \\ &\quad \left. - \gamma_+ I_{2,m+2} e^{i(m+2)\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{i(m-2)\varphi} \right), \\ E_z(r, \varphi, z) &= -2i^m \left(\gamma_+ I_{1,m+1} e^{i(m+1)\varphi} - \right. \\ &\quad \left. - \gamma_- I_{1,m-1} e^{i(m-1)\varphi} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{где } I_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\quad \times (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ I_{1,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m\pm 1}(x) d\theta, \\ I_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\quad \times (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где $B = kf/2$, $\alpha = \arcsin(NA)$, $x = kr \sin \theta$, $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$, $J_n(x)$ – функция Бесселя, k – волновое число света, f – фокусное расстояние апланатической системы с числовой апертурой NA . Для оптического вихря с топологическим зарядом $m = 2$ вместо (2) получим:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= i \left(I_{0,2} e^{i2\varphi} + \gamma_+ I_{2,4} e^{i4\varphi} + \gamma_- I_{2,0} \right), \\ E_y(r, \varphi, z) &= - \left(\sigma I_{0,2} e^{i2\varphi} - \gamma_+ I_{2,4} e^{i4\varphi} + \gamma_- I_{2,0} \right), \\ E_z(r, \varphi, z) &= 2 \left(\gamma_+ I_{1,3} e^{i3\varphi} - \gamma_- I_{1,1} e^{i\varphi} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Из (4) при $m = 0$ (нет вихря) и $\sigma = 0$ (линейная поляризация) следуют выражения для компонент электрического вектора в области фокуса, полученных в [1]. Из (4) получим выражение для интенсивности электрического поля (плотность мощности) в плоскости фокуса ($z = 0$):

$$I = 2 \left(I_{0,2}^2 + \gamma_+ I_{2,4}^2 + \gamma_- I_{2,0}^2 + 2\gamma_+ I_{1,3}^2 + 2\gamma_- I_{1,1}^2 \right). \quad (5)$$

Заметим, что все интегралы в (3) при $z = 0$ являются действительными функциями. Из (5) следует, что распределение интенсивности в фокусе не зависит от полярного угла φ , то есть является центрально симметричным (в виде кольца). В центре фокусного пятна ($r = 0$) на оптической оси интенсивность вихревого пучка с правой поляризацией будет равна нулю $I_+ = 2(I_{0,2}^2 + I_{2,4}^2 + 2I_{1,3}^2) = 0$, а интенсивность на оси для пучка с левой поляризацией будет отлична от нуля $I_- = 2(I_{0,2}^2 + I_{2,0}^2 + 2I_{1,1}^2) \neq 0$ (локальный минимум). Это следует из того, что только у интенсивности I_- есть слагаемое $I_{2,0}$, у которого под интегралом в (3) стоит функция Бесселя нулевого порядка, которая отлична от нуля на оптической оси: $J_0(x=0) = 1$. Все другие слагаемые в (5) на оптической оси равны нулю.

Далее с помощью уравнения Максвелла для монохроматического поля с циклической частотой ω : $i\omega \mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{E}$ и с помощью формул (2), (3) можно найти поперечные компоненты вектора магнитного поля (продольная компонента пока не нужна для дальнейшего):

$$\begin{aligned} H_x &= \gamma_+ e^{i4\varphi} \left(\frac{6}{kr} I_{1,3} - \bar{I}_{2,4} \right) + e^{i2\varphi} \left[\sigma \bar{I}_{0,2} - \right. \\ &\quad \left. - 2i \sin \varphi (\cos \varphi + i\sigma \sin \varphi) \bar{I}_{1,2} \right] + \gamma_- \left(\bar{I}_{2,0} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right), \\ H_y &= i\gamma_+ e^{i4\varphi} \left(-\frac{6}{kr} I_{1,3} + \bar{I}_{2,4} \right) + ie^{i2\varphi} \left[\bar{I}_{0,2} + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos \varphi (\cos \varphi + i\sigma \sin \varphi) \bar{I}_{1,2} \right] + i\gamma_- \left(\bar{I}_{2,0} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned}\bar{I}_{0,2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_2(x) d\theta, \\ \bar{I}_{1,2} &= B \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_2(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,4} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_4(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,0} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_0(x) d\theta.\end{aligned}\quad (7)$$

С помощью (2), (3), (6) и (7) найдем осевую проекцию вектора Пойнтинга [1] $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}([\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*])/8\pi$:

$$S_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*) \quad (8)$$

с точностью до константы $c/8\pi$, где c – скорость света в вакууме, $\operatorname{Re}(\dots)$ – действительная часть числа, и в плоскости фокуса ($z=0$):

$$\begin{aligned}S_z &= 2I_{0,2}(\bar{I}_{0,2} + \bar{I}_{1,2}) + 2\gamma_+ I_{2,4} \left(\bar{I}_{2,4} + \bar{I}_{1,2} - \frac{6}{kr} I_{1,3} \right) + \\ &+ 2\gamma_- I_{2,0} \left(\bar{I}_{2,0} + \bar{I}_{1,2} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right).\end{aligned}\quad (9)$$

Из (9) следует выражение для левой поляризации при $\sigma = -1$:

$$\begin{aligned}S_z^- &= 2I_{0,2}(\bar{I}_{0,2} + \bar{I}_{1,2}) + 2I_{2,0}\bar{I}_{1,2} + \\ &+ 2I_{2,0} \left(\bar{I}_{2,0} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right).\end{aligned}\quad (10)$$

Из (9) и (10) следует, что поток энергии $S_z(r, z=0)$ в плоскости фокуса обладает центральной симметрией (так как не зависит от полярного угла φ). Из (10) можно найти поток энергии в плоскости фокуса только вдоль оптической оси ($r=0$). При этом в (10) отличным от нуля будет только третье слагаемое $2I_{2,0}(\bar{I}_{2,0} - 2I_{1,1}/kr) \neq 0$. Тогда получим:

$$\begin{aligned}S_z^-(r=0, z=0) &= \\ &= -2B^2 \left(\int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 \leq 0.\end{aligned}\quad (11)$$

Уравнение (11) является основным результатом работы и показывает, что при любой действительной функции аподизации зрачка $A_2(\theta)$ и при любой числовой апертуре ($\alpha = \arcsin(NA)$) при идеальной фокусировке сферической линзой оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией в плоскости фокуса в центре светового кольца на оптической оси поток энергии будет распространяться в обратном направлении по отношению к направлению распространения освещающего пучка. Для простого случая $A_2(\theta) = 1$ – постоянная засветка зрачка, и при максимальной апертуре $a = \pi/2$ ($NA = 1$) интеграл в (11) можно вычислить. Тогда вместо (11) получим:

$$S_z^-(r=0, z=0) = -2B^2 \left(\frac{4}{15} \right)^2 = -1,4 \left(\frac{f}{\lambda} \right)^2. \quad (12)$$

Можно показать, что при любом другом положительном топологическом заряде $m \neq 2$ и при любой однородной поляризации $\sigma = 0, \pm 1$ на оптической оси в плоскости фокуса не возникает обратного потока энергии. Он локально возникает в других местах фокальной плоскости, и его величина по модулю меньше, чем прямой поток энергии. Например, в [1] показано, что обратный поток энергии возникает при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией в плоскости фокуса вблизи первого темного кольца и составляет по модулю всего 1% от максимальной величины прямого потока энергии. Можно показать, что результат, аналогичный (10), получится при $m = -2$ и $\sigma = 1$.

Покажем далее, что обратный поток (как и прямой) в плоскости фокуса вращается вокруг оптической оси. Для этого запишем продольную проекцию вектора напряжённости магнитного поля ($m = 2, \sigma = \pm 1$):

$$\begin{aligned}H_z &= -i \left[\gamma_+ \left(\bar{I}_{2,3} + \frac{4}{kr} I_{0,2} \right) e^{i3\varphi} - \right. \\ &\left. - \bar{I}_{0,1} (\sigma \cos \varphi + i \sin \varphi) e^{i2\varphi} + \gamma_- \bar{I}_{2,1} e^{i\varphi} \right].\end{aligned}\quad (13)$$

В (13) обозначены следующие интегралы:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{0,1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 + \cos \theta) J_1(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,3} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 - \cos \theta) J_3(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 - \cos \theta) J_1(x) d\theta.\end{aligned}\quad (14)$$

Из (13) следует выражение для продольной проекции магнитного поля с левой круговой поляризацией:

$$H_{z-} = -i(\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{0,1}) e^{i\varphi}. \quad (15)$$

С помощью (15), а также (4) и (6) можно найти поперечные составляющие вектора Пойнтинга $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]/8\pi$ в плоскости фокуса:

$$\begin{aligned}S_x &= -Q(r) \sin \varphi, \quad S_y = Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= (I_{0,2} + I_{2,0})(\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{0,1}) + \\ &+ 2I_{1,1} \left(\bar{I}_{0,2} - \bar{I}_{2,0} + \frac{2}{kr} I_{1,1} \right).\end{aligned}\quad (16)$$

Из (16) следует, что поток энергии в плоскости фокуса вращается либо против, либо по часовой стрелке, в зависимости от знака функции $Q(r)$. Это не противоречит тому, что на самой оптической оси ($r=0$) обратный поток отличен от нуля (11), так как поперечные составляющие обратного потока (16) на оптической оси равны нулю.

2. Моделирование острой фокусировки с помощью формул Ричардса–Вольфа

В этом параграфе на конкретных численных примерах показано наличие обратного потока в фокусе дифракционной линзы не только на оптической оси, но и вблизи неё. А также показано, что величина обратного потока сравнима с величиной прямого потока энергии. В отличие от теоретического распределения в параграфе 1, здесь выбраны $m = -2$ и $\sigma = 1$.

На рис. 1 показаны распределение интенсивности (а) и осевая проекция вектора Пойнтинга (б) в плоскости фокуса дифракционной линзы ($NA = 0,95$) при фокусировке оптического вихря с $m = -2$ и $\sigma = 1$. Функция аподизации дифракционной линзы имеет вид $A_m(\theta) = \cos^{-3/2}(\theta)$ [23]. Расчёт производился с помощью формул Ричардса–Вольфа [1].

На рис. 1 видно, что обратный поток в плоскости фокуса возникает не только на оптической оси (в центре картины), но в некотором круге, радиус которого можно оценить из рис. 2.

На рис. 2 показаны радиальные сечения двумерных распределений интенсивности (а) и осевой проекции

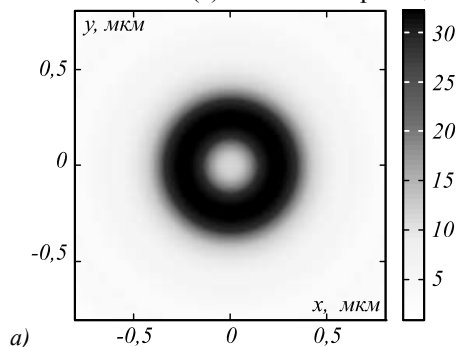


Рис. 1. Интенсивность (негатив) в фокальной плоскости (а) и проекция вектора Пойнтинга (негатив) на ось z в фокальной плоскости (б)

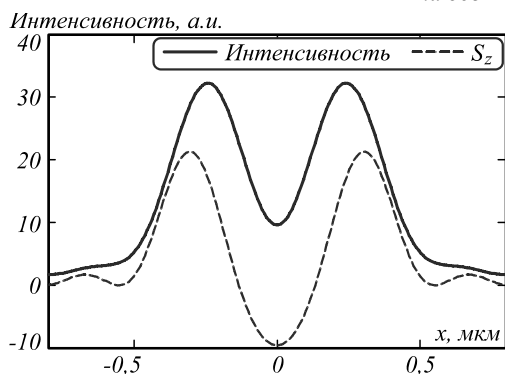


Рис. 2. Сечения вдоль оси x распределений интенсивности (сплошная кривая) и осевой проекции вектора Пойнтинга (пунктирная кривая) в плоскости фокуса (рис. 1)

Из рис. 4а видно, что обратный поток на оптической оси возникает только при $m = -2$ ($\sigma = 1$). А из рис. 4б видно, что значение обратного потока на оптической оси становится сравнимо с прямым потоком (то есть становится заметным) при $NA > 0,9$.

В дополнение к продольному распределению вектора Пойнтинга (рис. 3) на рис. 5 показано распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга

вектора Пойнтинга (б), показанных на рис. 1. Из рис. 2 видно, что обратный поток имеет место в центральном «светлом» круге распределения интенсивности на рис. 1, и радиус круга обратного потока примерно равен расстоянию от центра до первого радиуса, на котором интенсивность спадает в 2 раза. Этот кружок, в котором поток энергии обратный, примерно равен диску Эйри. Из рис. 2 также видно, что максимальное значение обратного потока всего в 2 раза меньше, чем максимальное значение прямого потока (в относительных единицах). На рис. 3 показано распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга (стрелками) в области фокуса (в плоскости YZ) при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом $m = -2$ и правой круговой поляризацией $\sigma = 1$ дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$.

Из рис. 3 видно, что вдоль оси z вектор Пойнтинга направлен в сторону, противоположную направлению распространения пучка. На рис. 4 показано поведение проекции S_z при варьировании параметров: топологического заряда (рис. 4а) и числовой апертуры апланатической линзы (рис. 4б).

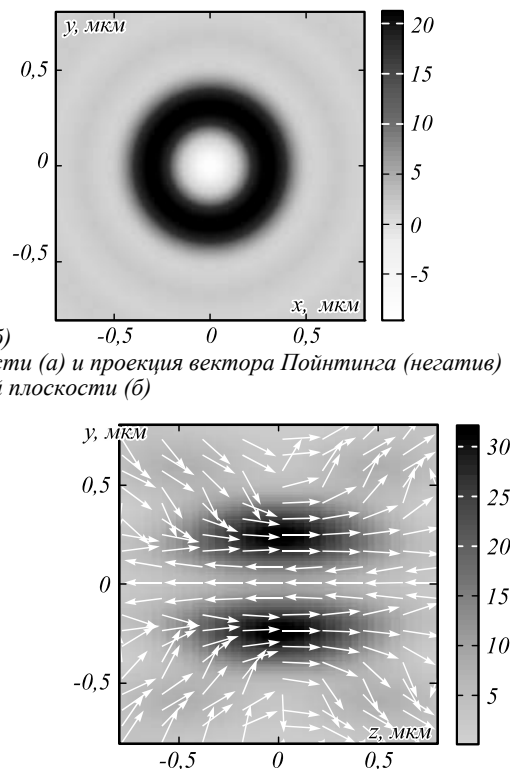


Рис. 3. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в плоскости XY при фокусировке оптического вихря с $m = -2$ и правой круговой поляризацией $\sigma = 1$ дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$

(стрелками) в области фокуса (в плоскости XY) при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом $m = -2$ и правой круговой поляризацией $\sigma = 1$ дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$.

Из рис. 5 видно, что вращение вектора Пойнтинга в плоскости фокуса меняет свое направление – в центре кольца интенсивности вращение происходит по часовой стрелке, а на периферии – против часовой стрелки.

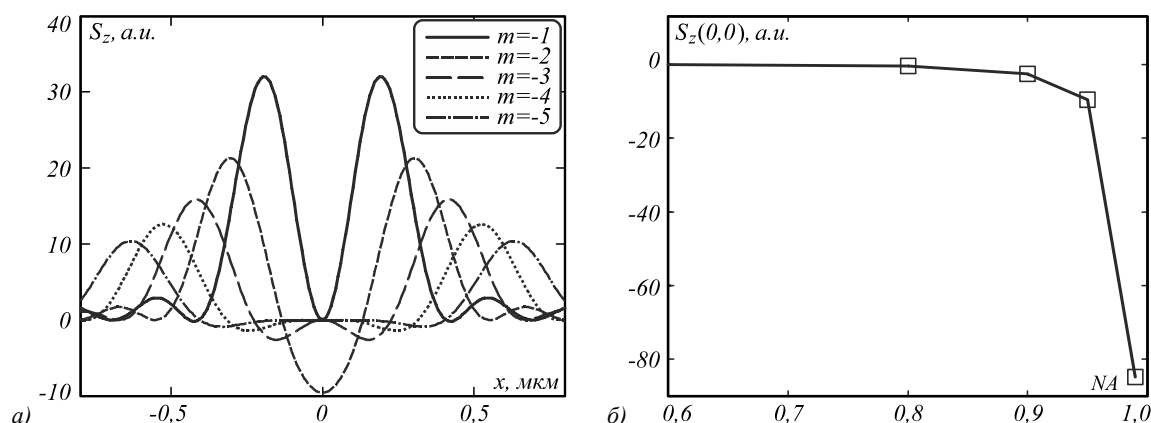


Рис. 4. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z в фокусе апланатической системы при фокусировке оптических вихрей с разными топологическими зарядами $m = -1, -2, \dots, -5$ и круговой правой поляризацией $\sigma = 1$ ($NA = 0,95$) (а) и зависимость S_z только на оптической оси от величины числовой апертуры NA при $m = -2$ и $\sigma = 1$ (б)

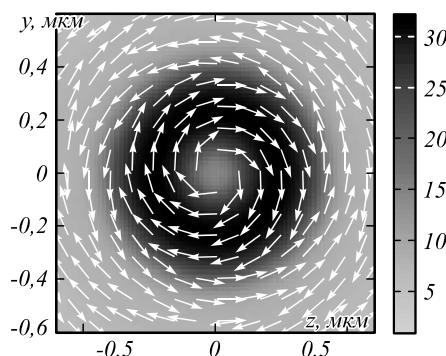


Рис. 5. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в плоскости XY ($z = 0$) при фокусировке оптического вихря с $m = -2$ и правой круговой поляризацией $\sigma = 1$ дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$

3. Моделирование острой фокусировки с помощью FDTD-метода

Ниже приведены результаты моделирования прохождения плоской волны с левой круговой поляризацией ($\sigma = -1$) через бинарную вихревую зонную пластинку (ВЗП) с топологическим зарядом $m = 2$. Падающее световое поле (длина волны $\lambda = 532$ нм) ограничено круглой диафрагмой с диаметром 10 мкм. ВЗП рассчитывалась для фокусного расстояния, равного длине волны $f = \lambda = 532$ нм, в материале с показателем преломления $n = 1,5$ и высотой рельефа 0,532 мкм. Дифракция света на ВЗП рассчитывалась с помощью

численного решения уравнений Максвелла FDTD-методом, реализованным в программе Fullwave.

Из рис. 6 видно, что интенсивность и поток энергии не обладают круговой симметрией, так как сама ВЗП (рис. 6а) не обладает такой симметрией. Из рис. 6б видно, что вблизи оптической оси и вблизи поверхности вихревой микролинзы имеет место обратный поток световой энергии ($S_z < 0$).

На рис. 7 показаны сечения интенсивности I и проекции вектора Пойнтинга S_z вдоль оси x на расстоянии $z = 532$ нм (а) и вдоль оптической оси z при $x = y = 0$ (б). Из рис. 7а видно, что максимальное значение обратного потока почти в 2 раза больше, чем максимальное значение прямого потока (в относительных единицах). А на рис. 7б видно, что максимальное значение обратного потока вдоль оптической оси имеет место в плоскости фокуса ($z = 532$ нм) и быстро падает при удалении от этой плоскости. Причём длина отрезка вдоль оптической оси, на котором обратный поток падает в 2 раза, почти совпадает с глубиной фокуса, которая определяется по полупадению интенсивности и равна $DOF \approx 2\lambda$.

Числовая апертура моделируемой методом FDTD ВЗП (рис. 6а) равна $NA = 0,9944$. Для сравнения на рис. 8 показаны результаты фокусировки оптического вихря с помощью зонной пластинки с такой же числовой апертурой, вычисленные с помощью формул Ричардса–Вольфа.

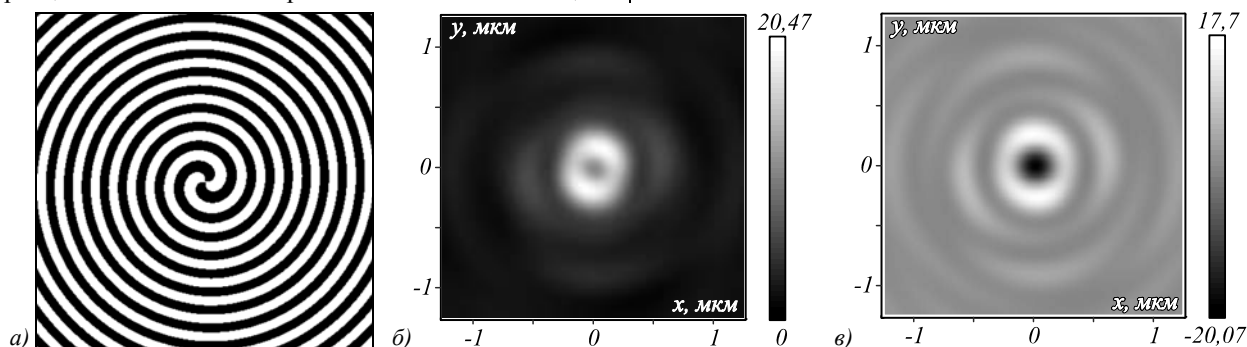


Рис. 6. Бинарная амплитудная маска ВЗП с $m = 2$ размером 10×10 мкм (а), распределение интенсивности на расстоянии $z = 532$ нм (расчётный фокус) (б) и распределение S_z на том же расстоянии (в)

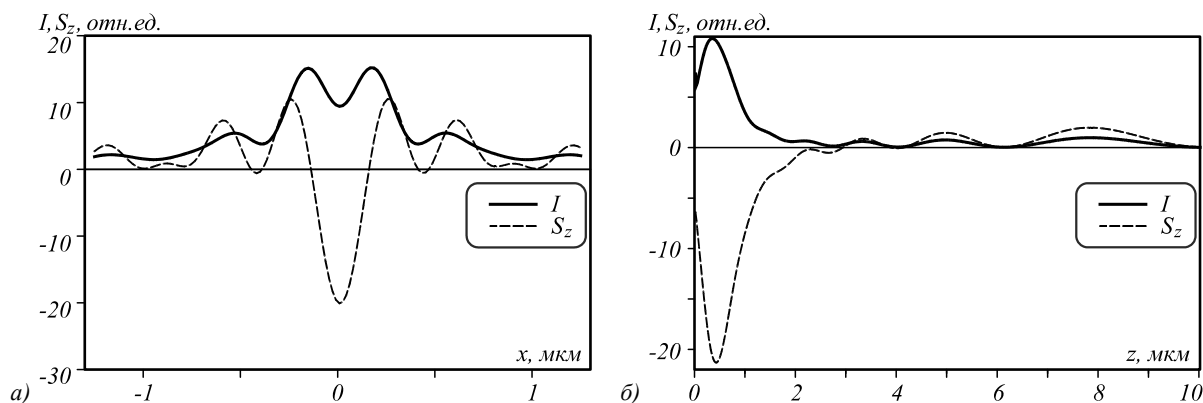


Рис. 7. Сечение интенсивности I и проекции вектора Пойнтинга S_z вдоль оси x ($y = 0$) на расстоянии $z = 532$ нм (а) и вдоль оптической оси z (б)

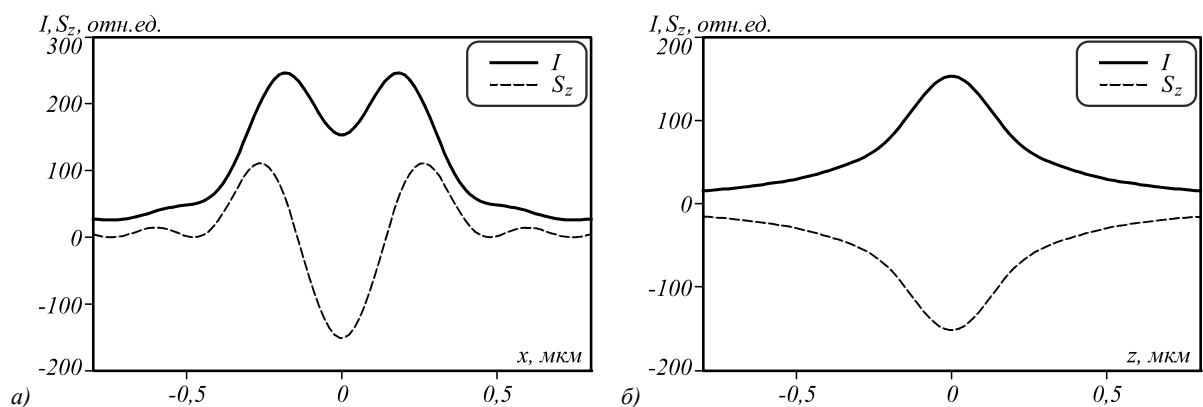


Рис. 8. Сечение интенсивности I и проекции вектора Пойнтинга S_z вдоль оси x в фокусе (а) и вдоль оптической оси z (б), рассчитанные по формулам Ричардса–Вольфа для числовой апертуры $NA = 0,9944$ ($m = -2$, $\sigma = 1$)

Заключение

В работе получены следующие результаты. Впервые, по мнению авторов, в рамках формализма Ричардса–Вольфа доказано, что при острой фокусировке апланатической системой оптического вихря с топологическим зарядом 2, левой круговой поляризацией и произвольной действительной функцией аподизации зрачка в плоскости фокуса на оптической оси имеет место обратный поток световой энергии (осевая проекция вектора Пойнтинга отрицательна). Аналогичный результат получается при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом -2 и правой круговой поляризацией. Численно на основе моделирования с помощью формул Ричардса–Вольфа показано, что максимальная величина обратного потока вдоль оптической оси может быть сравнима с максимальной величиной прямого потока энергии. Также показано, что отрицательные значения вектора Пойнтинга в плоскости фокуса лежат внутри круга с центром на оптической оси и радиусом, равным расстоянию от центра фокусного кольца интенсивности до точки, в которой интенсивность падает почти в 2 раза. Можно сказать, что диаметр круга в плоскости фокуса, в котором поток энергии обратный, примерно равен диаметру диска Эйри. При моделировании FDTD-методом дифракции плоской волны с левой круговой поляризацией на вихревой зонной микропластинке с числовой апертурой почти 1 на расстоянии, равном длине волны света (плоскость фокуса), также имеет место обратный поток энергии вдоль оп-

тической оси. Максимальное значение обратного потока почти в 2 раза больше, чем максимальное значение прямого потока. Отрезок на оптической оси, на котором величина обратного потока падает в 2 раза, совпадает с глубиной фокуса и в рассматриваемом примере равен 2 длинам волны. Показано также, что прямой и обратный потоки энергии в плоскости фокуса вращаются вокруг оптической оси, хотя на самой оптической оси поперечные составляющие вектора Пойнтинга равны нулю.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в параграфе «Теоретическое основание», Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в параграфе «Моделирование острой фокусировки с помощью формул Ричардса–Вольфа», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-47-630483, 17-47-630417, 17-47-630420, 17-42-630008, 18-07-01122, 18-07-01124, 18-07-01380) в параграфе «Моделирование острой фокусировки с помощью FDTD-метода».

Литература

1. Richards, B. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // Proceedings of the Royal Society A. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379. – DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.

2. **Ignatovsky, V.S.** Diffraction by a lens having arbitrary opening / V.S. Ignatovsky // Transactions of the Optical Institute in Petrograd. – 1920. – Vol. 1. – P. 4.
3. **Ganic, D.** Focusing of doughnut laser beams by a high numerical-aperture objective in free space / D. Ganic, X. Gan, M. Gu // Optics Express. – 2003. – Vol. 11, Issue 21. – P. 2747-2752. – DOI: 10.1364/OE.11.002747.
4. **Bokor, N.** Investigation of polarization effects for high-numerical-aperture first-order Laguerre-Gaussian beams by 2D scanning with a single fluorescent microbead / N. Bokor, Y. Iketaki, T. Watanabe, M. Fujii // Optics Express. – 2005. – Vol. 13, Issue 26. – P. 10440-10447.
5. **Maluenda, D.** Synthesis of highly focused fields with circular polarization at any transverse plane / D. Maluenda, R. Martinez-Herrero, I. Juvells, A. Carnicer // Optics Express. – 2014. – Vol. 22, Issue 6. – P. 6859-6867. – DOI: 10.1364/OE.22.006859.
6. **Chen, B.** Tight focusing of elliptically polarized vortex beams / B. Chen, J. Pu // Applied Optics. – 2009. – Vol. 48, Issue 7. – P. 1288-1294. – DOI: 10.1364/AO.48.001288.
7. **Zang, M.** Tight focusing properties of anomalous vortex beams / M. Zhang, Y. Yang // Optik. – 2018. – Vol. 154. – P. 133-138. – DOI: 10.1016/j.ijleo.2017.10.013.
8. **Nie, Z.** Tight focusing of a radially polarized Laguerre-Bessel-Gaussian beam and its application to manipulation of two type of particles / Z. Nie, G. Shi, D. Li, X. Zhang, Y. Wang, Y. Song // Physics Letters A. – 2015. – Vol. 379, Issue 9. – P. 857-863. – DOI: 10.1016/j.physleta.2014.11.029.
9. **Zhang, X.** Focusing properties of cylindrical vector vortex beams / X. Zhang, R. Chen, A. Wang // Optics Communication. – 2018. – Vol. 414. – P. 10-15. – DOI: 10.1016/j.optcom.2017.12.076.
10. **Zhao, X.** Transverse focal shift in vortex beams / X. Zhao, X. Pang, J. Zhang, G. Wan // IEEE Photonics Journal. – 2018. – Vol. 10, Issue 1. – P. 6500417. – DOI: 10.1109/JPHOT.2018.2795597.
11. **Novitsky, A.V.** Negative propagation of vector Bessel beams / A.V. Novitsky, D.V. Novitsky // Journal of the Optical Society of America A. – 2007. – Vol. 24, Issue 9. – P. 2844-2849. – DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
12. **Monteiro, P.B.** Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation / P.B. Monteiro, P.A.M. Neto, H.M. Nussenzveig // Physical Review A. – 2009. – Vol. 79, Issue 3. – P. 033830. – DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
13. **Sukhov, S.** On the concept of "tractor beams" / S. Sukhov, A. Dogariu // Optics Letters. – 2010. – Vol. 35, Issue 22. – P. 3847-3849. – DOI: 10.1364/OL.35.003847.
14. **Novitsky, A.** Single gradientless light beam drags particles as tractor beams / A. Novitsky, C. Qiu, H. Wang // Physics Review Letters. – 2011. – Vol. 107, Issue 20. – P. 203601. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203601.
15. **Sukhov, S.** Negative nonconservative forces: Optical "tractor beams" for arbitrary objects / S. Sukhov, A. Dogariu // Physics Review Letters. – 2011. – Vol. 107, Issue 20. – P. 203602. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203602.
16. **Sáenz, J.J.** Laser tractor beams / J.J. Sáenz // Nature Photonics. – 2011. – Vol. 5. – P. 514-515. – DOI: 10.1038/nphoton.2011.201.
17. **Dogariu, A.** Optically induced 'negative forces' / A. Dogariu, S. Sukhov, J.J. Sáenz // Nature Photonics. – 2012. – Vol. 7. – P. 24-27. – DOI: 10.1038/nphoton.2012.315.
18. **Kajorndejnukul, V.** Linear momentum increase and negative optical forces at dielectric interface / V. Kajorndejnukul, W. Ding, S. Sukhov, C. Qiu, A. Dogariu // Nature Photonics. – 2013. – Vol. 7. – P. 787-790. – DOI: 10.1038/nphoton.2013.192.
19. **Shvedov, V.** A long-range polarization-controlled optical tractor beam / V. Shvedov, A.R. Davoyan, C. Hnatovsky, N. Engheta, W. Krolikowski // Nature Photonics. – 2014. – Vol. 8. – P. 846-850. – DOI: 10.1038/nphoton.2014.242.
20. **Carretero, L.** Periodic trajectories obtained with an active tractor beam using azimuthal polarization: design of particle exchanger / L. Carretero, P. Acebal, C. Garcia, S. Blaya // IEEE Photonics Journal. – 2015. – Vol. 7, Issue 1. – P. 3400112. – DOI: 10.1109/JPHOT.2015.2402123.
21. **Mitri, F.G.** Optical Bessel tractor beam on active dielectric Rayleigh prolate and oblate spheroids / F.G. Mitri // Journal of the Optical Society of America B. – 2017. – Vol. 34, Issue 5. – P. 899-908. – DOI: 10.1364/JOSAB.34.000899.
22. **Котляр, В.В.** Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью метализы / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 5. – С. 645-653. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
23. **Davidson, N.** High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens / N. Davidson, N. Bokor // Optics Letters. – 2004. – Vol. 29, Issue 12. – P. 1318-1320. – DOI: 10.1364/OL.29.001318.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва в должности доцента, в Институте систем обработки изображений РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 78 работ и 3 патентов. E-mail: anton@smr.ru.

Сведения об авторе **Стафеев Сергей Сергеевич** см. стр. 390 этого выпуска.

ГРПТИ: 29.31.01

Поступила в редакцию 26 февраля 2018 г. Окончательный вариант – 8 мая 2018 г.

THE NEAR-AXIS BACKFLOW OF ENERGY IN A TIGHTLY FOCUSED OPTICAL VORTEX WITH CIRCULAR POLARIZATION

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}, S.S. Stafeyev^{1,2}¹ Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia,² Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

Using the Richards-Wolf formulae for a diffractive lens, we show that in the focal plane of a sharply focused left-hand circularly polarized optical vortex with the topological charge 2 there is an on-axis backflow of energy (as testified by the negative axial projection of the Poynting vector). The result is corroborated by the FDTD-aided rigorous calculation of the diffraction of a left-hand circularly polarized plane wave by a vortex zone plate with the topological charge 2 and the $NA \approx 1$. Moreover, the back- and direct flows of energy are comparable in magnitude. We have also shown that while the backflow of energy takes place on the entire optical axis, it has a maximum value in the focal plane, rapidly decreasing with distance from the focus. The length of a segment along the optical axis at which the modulus of the backflow drops by half (the depth of backflow) almost coincides with the depth of focus, and the transverse circle in which the energy flow is reversed roughly coincides with the Airy disk.

Keywords: Poynting vector, Richards-Wolf formulae, FDTD-method, optical vortex, tractor beam.

Citation: Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeyev SS. The near-axis backflow of energy in a tightly focused optical vortex with circular polarization. *Computer Optics* 2018; 42(3): 392-400. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-392-400.

Acknowledgements: This work was partly supported by the Russian Science Foundation under grant No. 18-19-00595 (theoretical investigation), the Federal Agency for Scientific Organizations under Agreement No. 007-Г3/Ч3363/26 (numerical simulation using Richards-Wolf formulae), and the Russian Foundation for Basic Research under grants Nos. 16-47-630483, 17-47-630417, 17-47-630420, 17-42-630008, 18-07-01122, 18-07-01124, 18-07-01380 (numerical simulation using an FDTD method).

References

- [1] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc A* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [2] Ignatovsky VS. Diffraction by a lens having arbitrary opening. *Transactions of the Optical Institute in Petrograd* 1920; 1: 4.
- [3] Ganic D, Gan X, Gu M. Focusing of doughnut laser beams by a high numerical-aperture objective in free space. *Opt Express* 2003; 11(21): 2747-2752. DOI: 10.1364/OE.11.002747.
- [4] Bokor N, Iketaki Y, Watanabe T, Fujii M. Investigation of polarization effects for high-numerical-aperture first-order Laguerre-Gaussian beams by 2D scanning with a single fluorescent microbead. *Opt Express* 2005; 13(26): 10440-10447.
- [5] Maluenda D, Matinez-Herrero R, Juvells I, Carnicer A. Synthesis of highly focused fields with circular polarization at any transverse plane. *Opt Express* 2014; 22(6): 6859-6867. DOI: 10.1364/OE.22.006859.
- [6] Chen B, Pu J. Tight focusing of elliptically polarized vortex beams. *Appl Opt* 2009; 48(7): 1288-1294. DOI: 10.1364/AO.48.001288.
- [7] Zang M, Yang Y. Tight focusing properties of anomalous vortex beams. *Optik* 2018; 154: 133-138. DOI: 10.1016/j.ijleo.2017.10.013.
- [8] Nie Z, Shi G, Li D, Zhang X, Wang Y, Song Y. Tight focusing of a radially polarized Laguerre-Bessel-Gaussian beam and its application to manipulation of two type of particles. *Phys Lett A* 2015; 379(9): 857-863. DOI: 10.1016/j.physleta.2014.11.029.
- [9] Zhang X, Chen R, Wang A. Focusing properties of cylindrical vector vortex beams. *Opt Commun* 2018; 414: 10-15. DOI: 10.1016/j.optcom.2017.12.076.
- [10] Zhao X, Pang X, Zhang J, Wan G. Transverse focal shift in vortex beams. *IEEE Photon J* 2018; 10(1): 6500417. DOI: 10.1109/JPHOT.2018.2795597.
- [11] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. *JOSA A* 2007; 24(9): 2844-2849. DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
- [12] Monteiro PB, Neto PAM, Nussenzveig HM. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation. *Phys Rev A* 2009; 79(3): 033830. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
- [13] Sukhov S, Dogariu A. On the concept of "tractor beams". *Opt Lett* 2010; 35(22): 3847-3849. DOI: 10.1364/OL.35.003847.
- [14] Novitsky A, Qiu C, Wang H. Single gradientless light beam drags particles as tractor beams. *Phys Rev Lett* 2011; 107(20): 203601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203601.
- [15] Sukhov S, Dogariu A. Negative nonconservative forces: optical "tractor beams" for arbitrary objects. *Phys Rev Lett* 2011; 107(20): 203602. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203602.
- [16] Saenz JJ. Laser tractor beams. *Nat Photon* 2011; 5: 514-515. DOI: 10.1038/nphoton.2011.201.
- [17] Dogariu A, Sukhov S, Saenz JJ. Optically induced 'negative forces'. *Nat Photon* 2012; 7: 24-27. DOI: 10.1038/nphoton.2012.315.

- [18] Kajorndejnukul V, Ding W, Sukhov S, Qiu C, Dogariu A. Linear momentum increase and negative optical forces at dielectric interface. *Nat Photon* 2013; 7: 787-790. DOI: 10.1038/nphoton.2013.192.
- [19] Shvedov V, Davoyan AR, Hnatovsky C, Engheta N, Krolikowski W. A long-range polarization-controlled optical tractor beam. *Nat Photon* 2014; 8: 846-850. DOI: 10.1038/nphoton.2014.242.
- [20] Carretero L, Acebal P, Garcia C, Blaya S. Periodic trajectories obtained with an active tractor beam using azimuthal polarization: design of particle exchanger. *IEEE Photon J* 2015; 7: 3400112. DOI: 10.1109/JPHOT.2015.2402123.
- [21] Mitri FG. Optical Bessel tractor beam on active dielectric Rayleigh prolate and oblate spheroids. *JOSA B* 2017; 34(5): 899-908. DOI: 10.1364/JOSAB.34.000899.
- [22] Kotlyar VV, Nalimov AG. A vector optical vortex generated and focused using a metalens [In Russian]. *Computer Optics* 2017; 41(5): 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- [23] Davidson N, Bokor N. High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens. *Opt Lett* 2004; 29(12): 1318-1320. DOI: 10.1364/OL.29.001318.

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 "Mathematical Modeling and Program Complexes", finished it in 2006 with speciality 01.04.05 "Optics". A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 78 papers and 3 inventions. E-mail: anton@smr.ru.

The information about author **Sergey S. Stafeev** you can find on page 391 of this issue.

Received February 26, 2018. The final version – May 8, 2018.

ЧЕТЫРЁХСЕКТОРНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ПОЛЯРИЗАЦИИ, ИНТЕГРИРОВАННЫЙ В КРИСТАЛЛ КАЛЬЦИТА

С.В. Карпеев^{1,2}, В.В. Подлипов^{1,2}, С.Н. Хонина^{1,2}, В.Д. Паранин², А.С. Решетников²

¹ Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

Предложен новый подход к реализации секторных пластин для преобразования поляризационного состояния пучков. Разработана и реализована технология травления кристалла кальцита для интегрирования в него четырёхсекторного преобразователя поляризации. Экспериментально реализован и исследован четырёхсекторный преобразователь поляризации, обеспечивающий попарное ортогональное поляризационное состояние секторов. Проведено сравнение стыков секторов интегрированного преобразователя со стыками секторов из отдельных фрагментов волновых пластин. Проведён анализ спектральных свойств такого преобразователя, определены длины волн, при которых происходит нужное преобразование. Экспериментально показано, что квазипериодическое повторение условий соответствия фазовой задержки замедляется при увеличении длины волны.

Ключевые слова: неоднородная поляризация, секторные поляризационные пластинки, качество стыковки секторов, спектральный метод подбора условия соответствия фазы.

Цитирование: Карпеев, С.В. Четырёхсекторный преобразователь поляризации, интегрированный в кристалл кальцита / С.В. Карпеев, В.В. Подлипов, С.Н. Хонина, В.Д. Паранин, А.С. Решетников // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 401-407. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-401-407.

Введение

Исследованию способов получения цилиндрических векторных пучков посвящено в последние годы значительное число работ. Среди способов получения цилиндрических векторных пучков можно назвать методы, основанные на применении секторных пластинок, в которых сектора представляют собой соответствующим образом ориентированные либо полуволновые пластинки [1, 2], либо плёночные поляризаторы [3]. В первом варианте используется линейно поляризованный освещающий пучок, а во втором случае – пучок с круговой поляризацией. Сектора также могут быть выполнены в виде субволновых отражательных дифракционных решёток [4, 5], которые так же, как и волновые пластинки, обеспечивают поворот плоскости поляризации и используются с линейной поляризацией освещающего пучка. Отличительной особенностью секторных поляризационных преобразователей является простота использования и высокая эффективность готовых устройств при технологической сложности их качественного изготовления.

Преобразователь линейной поляризации, состоящий из секторных полуволновых пластинок, можно использовать для формирования как радиальной, так и азимутальной поляризации. Плёночный преобразователь рассчитан на трансформацию круговой поляризации только в одну из цилиндрических поляризаций. Решёточные преобразователи также делаются отдельно для преобразования линейной поляризации в радиальную [4] либо азимутальную [5].

Эффективное преобразование (практически без энергетических потерь) обеспечивает лишь вариант с полуволновыми пластинками. Понятно, что плёночный преобразователь имеет эффективность в лучшем случае 50%. У преобразователя на основе субволновых решёток эффективность и, следовательно, поляри-

зационный контраст меняются в зависимости от угла поворота плоскости поляризации. Так, в работе [5] поляризационный контраст менялся по секторам от 185:1 до 6:1, что, конечно, не отвечает даже самым минимальным требованиям. Следует также отметить, что это свойство изменения эффективности теоретически следует из самого механизма работы субволновых решёток и не может быть устранено никаким усложнением и без того достаточно сложной технологии их изготовления. Понятно, что и размер таких решёток при современном состоянии технологической базы не может превышать десятых долей миллиметра.

Для решёток, собранных из полуволновых пластин и из поляризационной плёнки, основным фактором, ухудшающим качество сформированных пучков и, соответственно, усложняющим технологию изготовления, является неточная стыковка секторов. Зазоры и перекосы между секторами приводят к появлению высокочастотных шумов в виде дифракционных полос (особенно в ближней зоне) и к дополнительным нарушениям аксиальной симметрии сформированных пучков. Изначальное нарушение осевой симметрии определяется ограниченностью числа секторов (обычно их не более 8).

В работах [1–3] для борьбы с указанными явлениями применяют низкочастотную пространственную фильтрацию полученного пучка при помощи телескопической системы с точечной диафрагмой в фокусе. Это приводит к значительным потерям энергии, хотя дискретность из-за ограниченности числа секторов всё равно частично сохраняется.

Кардинальным решением, устраняющим этот недостаток, является изготовление секторной пластинки в виде одного двулучепреломляющего кристалла, на поверхности которого сектора формируются путём создания микрорельефа. При этом вместо стыков секторов появляется ступенька, которая вносит гораздо

меньше искажений, чем стык двух отдельных пластин. По сути, как и в [4, 5], преобразователь реализуется по технологии ДОО [6], но в отличие от [4, 5] сектора работают как кристаллические пластинки, и, следовательно, полностью устраняются все недостатки субволновых решёток.

ДОО для преобразования поляризации, выполненный на подложке из двулучепреломляющего материала, впервые был предложен в работе [7]. Однако ДОО [7] реализовывал принципиально другой подход к формированию неоднородных поляризаций [8], основанный на интерференции пары лазерных мод. Такой ДОО производит моду ГЭ (0, 1) в обыкновенном и ГЭ (1, 0) в необыкновенном лучах, которые формируются на определённом расстоянии. Далее моды подвергаются дополнительному фазовому преобразованию при помощи второго ДОО, после чего получается радиально-поляризованная мода R-TEM_(0,1). В качестве недостатков метода следует, прежде всего, отметить высокую технологическую сложность изготовления многоуровневого ДОО с максимальной высотой рельефа в несколько длин волн на кварцевой подложке. Видимо, по указанной причине в работе [7] отсутствует натуральный эксперимент с предложенным ДОО.

Другой вариант ДОО на двулучепреломляющем кристалле предложен в работах [9, 10] для формирования радиально- и азимутально-поляризованных пучков. Такой ДОО представляет собой многоуровневую спиральную фазовую пластинку, причём на полной высоте рельефа значение разности хода обыкновенного и необыкновенного лучей должно составлять 2λ . Даже для материала с высокой анизотропией, применённого в работе [10], это около 11 мкм. Таким образом, подход [9, 10] страдает теми же недостатками, что и подход [7]. Кроме того, использование элемента [10] сопряжено с применением иммерсионной кюветы из плавленого кварца со специальным гелем и дополнительными двумя четвертьволновыми и двумя полуволновыми кристаллическими пластинками в оптической схеме.

Следует отметить, что существует и другой механизм формирования неоднородных поляризаций в анизотропных кристаллах [11–13], не связанный с нанесением микрорельефа на поверхность кристалла. Однако этот механизм работает лишь в условиях непараксиальных падающих пучков специального вида, которые также получают при помощи отдельных ДОО.

В настоящей работе рассматривается изготовление и исследование четырёхсекторного преобразователя поляризации на едином кристалле кальцита с интегрированным на его поверхности ДОО, реализующим пару полуволновых пластин.

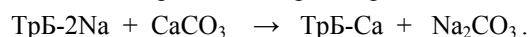
1. Основные параметры и технология изготовления поляризационного преобразователя

В данном параграфе обоснованы основные параметры и описана технология изготовления предложенного элемента. Прежде всего, надо определиться

с геометрическими параметрами и материалом для создания преобразователя.

Как легко понять, единый анизотропный одноосевой кристалл имеет одну ось и дает возможность создания только четырёхсекционного преобразователя. При этом в двух секторах должны быть созданы полуволновые пластинки. Простые расчёты показывают, что для создания необходимой разности хода в видимом диапазоне длин волн ступенька на кристаллическом кварце должна быть более 30 мкм. Такая величина является абсолютно неприемлемой с точки зрения как технологии, так и качества формируемого пучка, поэтому необходим материал с гораздо большей анизотропией, чем кварц. Таких доступных материалов всего два – это кальцит и ниобат лития. Как показали дальнейшие исследования, травление ниобата лития на необходимую глубину реализовать весьма сложно, а вот кальцит при необходимой глубине травления около 2 мкм вполне пригоден.

Для создания микрорельефа секторной пластины в кристалле CaCO₃ использовалось травление в растворе динамической соли этилендиаминтетрауксусной кислоты (C₁₀H₁₄N₂Na₂O₈, трилон Б). Данный процесс обеспечивает относительно высокую скорость травления при сохранении высокого качества полировки обрабатываемой поверхности. Химическая реакция происходит с образованием растворимой соли:



Для приготовления травящего раствора в 45 мл деионизированной воды при температуре 60 °С растворялось 10 г трилона Б, что соответствует теоретическому пределу растворимости при данной температуре. Весь процесс травления производился с поддержанием данной температуры с помощью термостатика с программным управлением.

Травление кристалла CaCO₃ по заданному фотошаблону обеспечивала фоторезистивная маска, для получения которой использовалась оптическая литография. В качестве основы маски был выбран позитивный фоторезист ФП-2512 вследствие его повышенной химической стойкости и возможности получения масок относительно высокой толщины. Литографический процесс состоял из следующих этапов:

- 1) очистка исходного кристалла в IPA с последующим промыванием в деионизированной воде;
- 2) нанесение фоторезиста методом центрифугирования на скорости 1500 об/мин., что обеспечило толщину слоя резиста около 1,5 мкм;
- 3) сушка фоторезиста на термостатике при температуре 130 °С в течение 2 минут;
- 4) экспонирование через контактную маску светодиодным источником с длиной волны 405 нм;
- 5) проявление в УПФ-1Б (на основе щелочи) в течение 30 секунд.

Для предотвращения травления обратной стороны кристалла после формирования фоторезистивной маски на неё была нанесена самоклеящаяся полиамидная пленка с высокой адгезией.

На начальном этапе травления через малые интервалы времени с помощью интерферометрии белого света было произведено несколько контрольных измерений глубины травления для оценки скорости и стабильности процесса травления. Для этого кристалл погружался в ранее приготовленный раствор трилона Б на одну минуту, после чего производилось измерение перепада высот между протравленным и маскированными участками с учётом толщины слоя фоторезиста. Таким образом, была определена скорость травления 0,27 мкм/мин. Дальнейшее травление кристалла осуществлялось с учётом полученной скорости. По окончании процесса растворения с кристалла механически удалялась плёнка полиамида. Фоторезистивная маска удалялась путём растворения в ацетоне с по-

следующей промывкой в изопропиловом спирте и деионизированной воде. Профилограмма полученной ступеньки приведена на рис. 1. На ней видно, что глубина травления составила около 2360 нм при толщине самой пластинки около 1,5 мм. Качество травлёной и нетравлёной поверхностей вполне сравнимо. Размер пластинки – 15×15 мм. Ширина зоны растрова составляет около 40 мкм. Такая относительно большая величина объясняется разностью скоростей травления вдоль и поперек оси кристалла. Вопрос оптимизации величины зоны растрова может быть предметом отдельного исследования. Однако зона растрова в любом случае намного меньше, чем ширина стыков полуволновых пластин при сборке преобразователя из отдельных фрагментов [14].

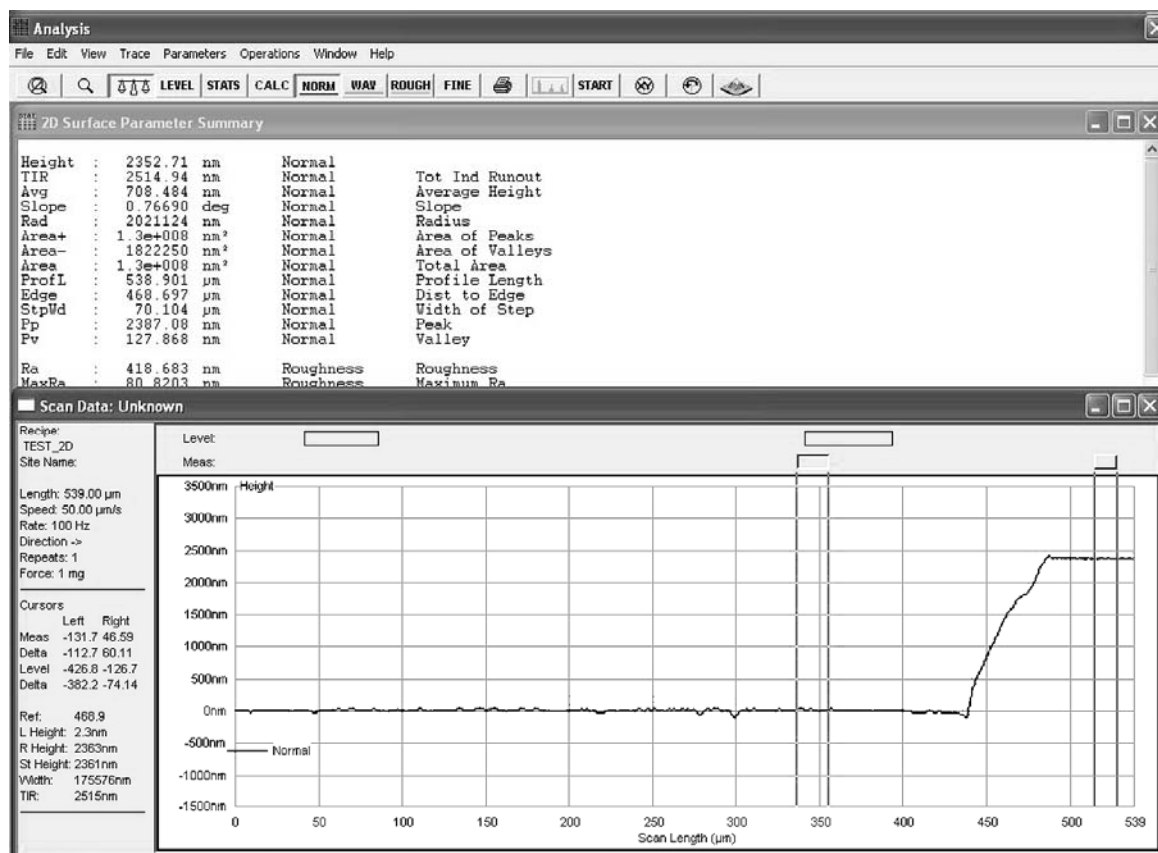


Рис. 1. Профилограмма ступеньки на кристалле кальцита

Для сравнения на рис. 2 приведена фотография под микроскопом типичного стыка двух секций восьмисекторной пластинки на основе полуволновых пластинок мультипорядка [14]. Напомним, что в процессе отработки технологии нарезки секторов выяснилось, что обычная технология лазерной резки (термораскалывание) для произвольной ориентации реза относительно оси кристалла не обеспечивает высокого качества реза (поверхности реза могут отклоняться от строгой перпендикулярности по отношению к поверхности пластинок). В результате резку секторов осуществляли штрипсовой пилой, но и она не дала нужного качества реза. На рис. 2 видно, что промежуток между пластинами составляет около 180 мкм. Края пластин также имеют местные дефекты до 50 мкм в ширину.

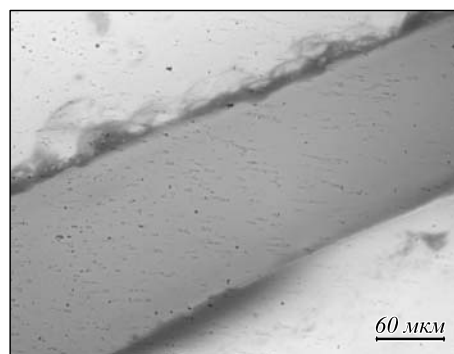


Рис. 2. Микрофотографии типичного стыка двух секций восьмисекторной пластинки на основе полуволновых пластинок мультипорядка [14]

2. Экспериментальное исследование интегрированной на кристалле секторной пластины

Рассмотрим теперь, как работает созданный преобразователь поляризации. Очевидно, что разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучом при отсутствии интерферометрического контроля толщины пластины заранее неизвестна. Поэтому наилучшим решением для испытания пластины является экспериментальный подбор длин волн, на которых получается ортогональное поляризационное состояние пар расположенных по диагонали секторов. Понятно, что даже в видимом диапазоне таких длин волн будет большое количество, поскольку при изменении длины волны происходит периодическое изменение разности фаз по модулю 2π .

На рис. 3 приведены несколько распределений интенсивности света, прошедшего через преобразователь без анализатора и с анализатором для разных длин волн λ на расстоянии 50 мм от преобразователя. Для подбора длины волны использовался перестраиваемый лазер EKSPLA NT-200, который обеспечивает шаг изменения длины волны 0,1 нм. На рисунке хорошо видно, что для красного света полупериод трансформации полуволновой пластины составляет 0,4 нм, а для жёлтого – 0,3 нм.

Сравнение результатов с полученными в работе [14] в ближней зоне показывает существенное улучшение качества пучка по всем параметрам. Так, пятна от разных секторов теперь расположены почти вплотную в отличие от [14], где они располагались отдельно при таком же расстоянии плоскости наблюдения.

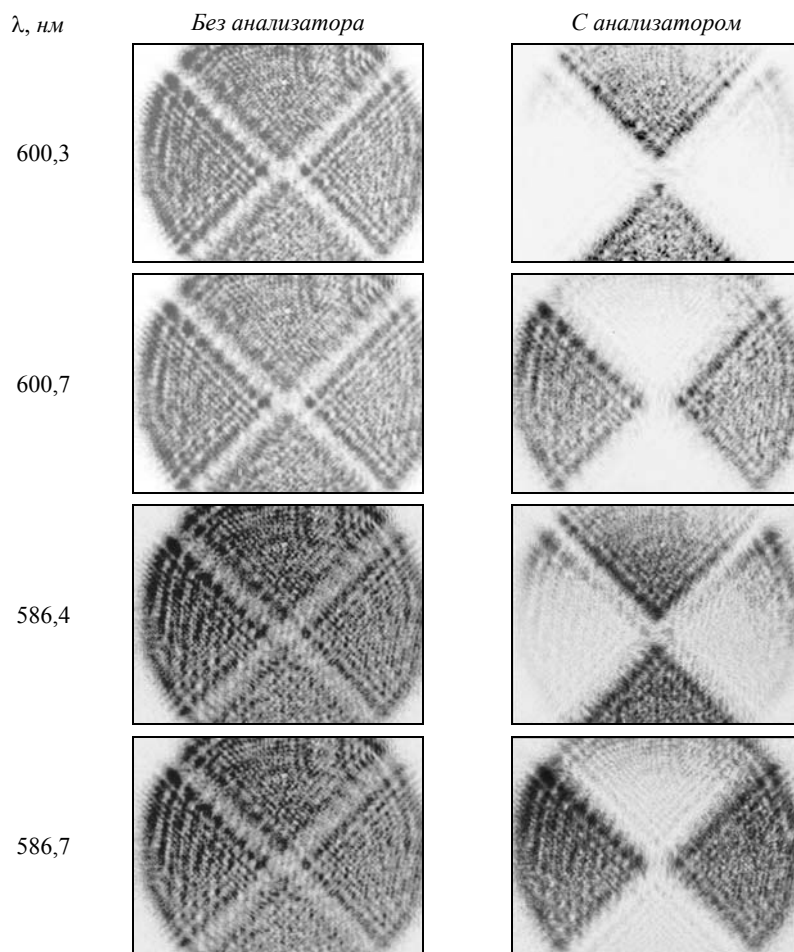


Рис. 3. Распределения интенсивности, сформированные четырёхсекторной пластинкой при различных длинах волн. Размер изображений – 3×4 мм

Заключение

В работе проведено исследование нового метода изготовления секторных пластин для преобразования поляризационного состояния пучков. Разработана и реализована технология травления кристалла кальцита для интегрирования в него секторного преобразователя поляризации. Показано, что стыки секторов при травлении кристалла кальцита получают существенно качественнее, чем стыки секторов отдельных

фрагментов волновых пластин. Реализован и экспериментально исследован четырёхсекторный преобразователь поляризации, обеспечивающий попарное ортогональное поляризационное состояние секторов. Произведён подбор длин волн, при которых происходит нужное преобразование. Экспериментально показано, что квазипериодическое повторение условий соответствия фазовой задержки ускоряется при уменьшении длины волны.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 16-29-11698-офи_м, 16-07-00825-а) и Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26).

Литература

1. **Machavariani, G.** Efficient extracavity generation of radially and azimuthally polarized beams / G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32, Issue 11. – P. 1468-1470. – DOI: 10.1364/OL.32.001468.
2. **Machavariani, G.** Spatially-variable retardation plate for efficient generation of radially- and azimuthally-polarized beams / G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel // *Optics Communications*. – 2008. – Vol. 281, Issue 4. – P. 732-738. – DOI: 10.1016/j.optcom.2007.10.088.
3. **Man, Zh.** Arbitrary vector beams with selective polarization states patterned by tailored polarizing films / Zh. Man, Ch. Min, Y. Zhang, Z. Shen, X.-C. Yuan // *Laser Physics*. – 2013. – Vol. 23, Issue 10. – 105001. – DOI: 10.1088/1054-660X/23/10/105001.
4. **Налимов, А.Г.** Отражающий четырёхзонный субволновый элемент микрооптики для преобразования линейной поляризации в радиальную / А.Г. Налимов, Л. О'Фалейн, С.С. Стафеев, М.И. Шанина, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 229-236.
5. **Стафеев, С.С.** Четырёхзонный отражающий азимутальный микрополяризатор / С.С. Стафеев, А.Г. Налимов, М.В. Котляр, Л. О'Фалейн // *Компьютерная оптика*. – 2015. – Т. 39, № 5. – С. 709-715. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-5-709-715.
6. **Berezny, A.E.** Computer-generated holographic optical elements produced by photolithography / A.E. Berezny, S.V. Karpeev, G.V. Uspleniev // *Optics and Lasers in Engineering*. – 1991. – Vol. 15, Issue 5. – P. 331-340. – DOI: 10.1016/0143-8166(91)90020-T.
7. **Niu, C.H.** A new method for generating axially-symmetric and radially-polarized beams / C.-H. Niu, B.-Y. Gu, B.-Z. Dong, Y. Zhang // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2005. – Vol. 38, Issue 6. – P. 827-832. – DOI: 10.1088/0022-3727/38/6/006.
8. **Khonina, S.N.** Generating inhomogeneously polarized higher-order laser beams by use of DOEs beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2011. – Vol. 28, Issue 10. – P. 2115-2123. – DOI: 10.1364/JOSAA.28.002115.
9. **Phua, P.B.** Mimicking optical activity for generating radially polarized light / P.B. Phua, W.J. Lai, Y.L. Lim, K.S. Tiaw, B.C. Lim, H.H. Teo, M.H. Hong // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32, Issue 4. – P. 376-378. – DOI: 10.1364/OL.32.000376.
10. **Lai, W.J.** Generation of radially polarized beam with a segmented spiral varying retarder / W.J. Lai, B.C. Lim, P.B. Phua, K.S. Tiaw, H.H. Teo, M.H. Hong // *Optics Express*. – 2008. – Vol. 16, Issue 20. – P. 15694-15699. – DOI: 10.1364/OE.16.015694.
11. **Khonina, S.N.** Generation of cylindrical vector beams of high orders using uniaxial crystals / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, V.A. Soifer // *Journal of Optics*. – 2015. – Vol. 17, Issue 6. – 065001. – DOI: 10.1088/2040-8978/17/6/065001.
12. **Khonina, S.N.** Implementation of ordinary and extraordinary beams interference by application of diffractive optical elements / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, A.A. Morozov, V.D. Paraniin // *Journal of Modern Optics*. – 2016. – Vol. 63, Issue 13. – P. 1239-1247. – DOI: 10.1080/09500340.2015.1137368.
13. **Khonina, S.N.** Polarization conversion under focusing of vortex laser beams along the axis of anisotropic crystals / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, V.D. Paraniin, A.A. Morozov // *Physics Letters A*. – 2017. – Vol. 381, Issue 30. – P. 2444-2455. – DOI: 10.1016/j.physleta.2017.05.025.
14. **Алферов, С.В.** Экспериментальное исследование фокусировки неоднородно поляризованных пучков, сформированных при помощи секторных пластинок / С.В. Алферов, С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, О.Ю. Моисеев // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 57-64.

Сведения об авторах

Карпеев Сергей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева; ведущий научный сотрудник Института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, модовые и поляризационные преобразования, волоконная оптика, оптическая обработка изображений.

E-mail: karp@smr.ru.

Подлипов Владимир Владимирович, инженер НИЛ-35 и ассистент кафедры технической кибернетики Самарского университета, инженер лаборатории микро- и нанотехнологий Института систем обработки изображений РАН – филиала Федерального научно-исследовательского центра «Кристаллография и фотоника» Российской академии наук. Область научных интересов: математическое моделирование, электронно-лучевая литография и оптимизация технологических процессов травления в микроэлектронике, дифракционной оптике, технологии обработки и контроля поверхности. E-mail: podlipnovvv@ya.ru.

Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского университета; главный научный сотрудник ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: khonina@smr.ru.

Паранин Вячеслав Дмитриевич, 1986 года рождения, в 2010 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (СГАУ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева) по специальности 210201 «Проектирование и технология радиоэлектронных средств», в 2014 присуждена учёная степень кандидата физико-математических наук.

наук, работает доцентом кафедры наноинженерии Самарского университета. Область научных интересов: методы и средства управления лазерным излучением, оптические измерения. E-mail: yparanin@mail.ru.

Решетников Антон Сергеевич, в 2013 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Проектирование и технология радиоэлектронных средств», инженер кафедры наноинженерии Самарского университета. Область научных интересов: изготовление микро- и наноструктур, литография. E-mail: reshetnikovantonio@yandex.ru.

ГРПТИ: 29.31.15.

Поступила в редакцию 14 марта 2018 г. Окончательный вариант – 4 апреля 2018 г.

A FOUR-SECTOR POLARIZATION CONVERTER INTEGRATED IN A CALCITE CRYSTAL

S.V. Karpeev^{1,2}, V.V. Podlipnov^{1,2}, S.N. Khonina^{1,2}, V.D. Pararin², A.S. Reshetnikov²

¹ Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia,

² Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

A new approach to the implementation of sectorial plates for beam polarization conversion is proposed. Using a newly developed etching technology, a four-sector polarization converter integrated into a calcite crystal is implemented. A four-sector polarization converter, which provides a pairwise orthogonal polarization state of the sectors, is fabricated and experimentally characterized. A comparison is made of inter-sector joints of the integrated converter with those of a converter composed of individual wave-plate fragments. Analysis of the spectral properties of such a converter is carried out, wavelengths at which the necessary polarization conversion takes place are determined. The quasi-periodic repetition of phase matching conditions is experimentally shown to slow down with increasing wavelength.

Keywords: inhomogeneous polarization, sector polarizing plate, the quality of sector coupling, the spectral method for selecting the phase matching condition.

Citation: Karpeev SV, Podlipnov VV, Khonina SN, Pararin VD, Reshetnikov AS. A four-sector polarization converter integrated in a calcite crystal. *Computer Optics* 2018; 42(3): 401-407. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-401-407.

Acknowledgement: This work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants No. 16-29-11698-ofi_m, 16-07-00825-a) and the Federal Agency for Scientific Organizations (agreement No. 007-GZ/C3363/26).

References

- [1] Machavariani G, Lumer Y, Moshe I, Meir A, Jackel S. Efficient extracavity generation of radially and azimuthally polarized beams. *Opt Lett* 2007; 32(11): 1468-1470. DOI: 10.1364/OL.32.001468.
- [2] Machavariani G, Lumer Y, Moshe I, Meir A, Jackel S. Spatially-variable retardation plate for efficient generation of radially- and azimuthally-polarized beams. *Optics Communications* 2008; 281(4): 732-738. DOI: 10.1016/j.optcom.2007.10.088.
- [3] Man Zh, Min Ch, Zhang Y, Shen Z, Yuan X-C. Arbitrary vector beams with selective polarization states patterned by tailored polarizing films. *Laser Phys* 2013; 23(10): 105001. DOI: 10.1088/1054-660X/23/10/105001.
- [4] Nalimov AG, O'Faolain L, Stafeev SS, Shanina MI, Kotlyar VV. Reflected four-zones subwavelength microoptics element for polarization conversion from linear to radial [In Russian]. *Computer Optics* 2014; 38(2): 229-236.
- [5] Stafeev SS, Nalimov AG, Kotlyar MV, O'Faolain L. A four-zone reflective azimuthal micropolarizer. *Computer Optics* 2015; 39(5): 709-715. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-5-709-715.
- [6] Berezny AE, Karpeev SV, Uspleniev GV. Computer-generated holographic optical elements produced by photolithography. *Optics and Lasers in Engineering* 1991; 15(5): 331-340. DOI: 10.1016/0143-8166(91)90020-T.
- [7] Niu C-H, Gu B-Y, Dong B-Z, Zhang Y. A new method for generating axially-symmetric and radially-polarized beams. *J Phys D: Appl Phys* 2005; 38(6): 827-832. DOI: 10.1088/0022-3727/38/6/006.
- [8] Khonina SN, Karpeev SV. Generating inhomogeneously polarized higher-order laser beams by use of DOEs beams. *JOSA A* 2011; 28(10): 2115-2123. DOI: 10.1364/JOSAA.28.002115.
- [9] Phua PB, Lai WJ, Lim YL, Tiaw KS, Lim BC, Teo HH, Hong MH. Mimicking optical activity for generating radially polarized light. *Opt Lett* 2007; 32(4): 376-378. DOI: 10.1364/OL.32.000376.
- [10] Lai WJ, Lim BC, Phua PB, Tiaw KS, Teo HH, Hong MH. Generation of radially polarized beam with a segmented spiral varying retarder. *Opt Express* 2008; 16(20): 15694-15699. DOI: 10.1364/OE.16.015694.
- [11] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV, Soifer VA. Generation of cylindrical vector beams of high orders using uniaxial crystals. *J Opt* 2015; 17(6): 065001. DOI: 10.1088/2040-8978/17/6/065001.
- [12] Khonina SN, Karpeev SV, Morozov AA, Pararin VD. Implementation of ordinary and extraordinary beams interference by application of diffractive optical elements. *J Mod Opt* 2016; 63(13): 1239-1247. – DOI: 10.1080/09500340.2015.1137368.
- [13] Khonina SN, Karpeev SV, Pararin VD, Morozov AA. Polarization conversion under focusing of vortex laser beams.

along the axis of anisotropic crystals. Phys Lett A 2017; 381(30): 2444-2455. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.05.025.
[14] Alferov SV, Karpeev SV, Khonina SN, Moiseev OYu. Experimental study of focusing of inhomogeneously polar-

ized beams generated using sector polarizing plates. Computer Optics 2014; 38(1): 57-64.

Author's information

Sergei Vladimirovich Karpeev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University named after S.P. Korolyov. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: karp@smr.ru.

Vladimir Vladimirovich Podlipnov, an engineer at Samara National Research University's Lab-35, an engineer of the laboratory of Micro- and Nanotechnology of Image Processing Systems Institute of the RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” of the Russian Academy of Sciences. His research interests: mathematical modeling, electron-beam lithography, optimization of etching procedures in microelectronics, diffractive optics and techniques for surface processing and inspection. E-mail: podlipnovvv@ya.ru.

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University. Main researcher of the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: khonina@smr.ru.

Vyacheslav Dmitrievich Paraniin (b.1986), Candidate of Physical and Mathematical Sciences, professor assistant of Samara University. Research interests are methods and devices for controlling of laser radiation, optical measurements. E-mail: vparanin@mail.ru.

Anton Sergeevich Reshetnikov, graduated (2013) from Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (Samara University). He is an engineer of Nanoengineering department of the Samara University. His current research interests are manufacturing of micro- and nanostructures, lithography. E-mail: reshetnikovantonio@yandex.ru.

Received March 14, 2018. The final version – April 4, 2018.

ОБРАТНЫЙ ПОТОК ЭНЕРГИИ ДЛЯ ОПТИЧЕСКОГО ВИХРЯ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЦЕЛЫМ ТОПОЛОГИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ

В.В. Котляр^{1,2}, А.А. Ковалёв^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия,

² Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия

Аннотация

Для произвольного оптического вихря с целым топологическим зарядом m и круговой поляризацией получены явные выражения для всех проекций векторов напряженности электрического и магнитного поля вблизи фокуса, а также выражения для интенсивности (плотности энергии) и потока энергии (проекции вектора Пойнтинга) в плоскости фокуса в апланатической оптической системе. Из полученных выражений следует, что вблизи оптической оси в плоскости фокуса оптического вихря с $m > 2$ и левой круговой поляризацией обратный поток энергии на самой оптической оси равен нулю и растет по модулю как степень $2(m-2)$ радиальной координаты. Также из полученных формул следует, что вблизи плоскости фокуса обратный поток энергии вращается вокруг оптической оси.

Ключевые слова: обратный поток, оптический вихрь, вращающиеся пучки, вектор Умова – Пойнтинга.

Цитирование: Котляр, В.В. Обратный поток энергии для оптического вихря с произвольным целым топологическим зарядом / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 408-413. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-408-413.

Введение

Начиная с работы [1], стало известно об обратном потоке энергии при распространении светового поля в свободном пространстве. В местах обратного потока продольная компонента вектора Пойнтинга принимает отрицательные значения. Этому явлению в оптике посвящено относительно немного работ [1–10]. В [1] показано, что при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией с помощью апланатической системы в плоскости фокуса в области первого тёмного кольца интенсивности имеется область, в которой поток световой энергии направлен в обратную сторону по отношению к направлению распространения падающей плоской волны. В [2] теоретически было показано наличие отрицательного значения продольной составляющей вектора Пойнтинга на оптической оси у линейной комбинации двух пучков Бесселя m -го порядка с ТЕ- и ТМ-поляризациями. В [3] рассмотрена практически реализуемая ситуация (фокусировка с помощью апланатической системы) и теоретически и численно показано, что при фокусировке моды Лагерра–Гаусса порядка $(0, m) = (0, 2)$ и левой круговой поляризации ($\sigma = -1$) на оптической оси в фокусе у продольной проекции вектора Пойнтинга имеются отрицательные значения. В [4] рассмотрена суперпозиция двух произвольных световых полей, у которых разные проекции волнового вектора на продольную ось. Показано, что у таких световых полей имеют место локальные области, в которых продольная компонента силы, действующей на микрочастицу, направлена против волнового вектора светового пучка. В [5] численно показано наличие обратного потока на оптической оси в фокусе вихревой металинзы. В [6] численно показано наличие обратного распространения энергии в векторном пучке Бесселя с дробным топологическим зарядом. Такой световой пучок фактически является линейной комби-

нацией счётного числа обычных мод Бесселя. В [7] теоретически получены выражения для плотности вектора Пойнтинга для векторных Х-пучков и необходимые условия для появления обратного потока энергии. В [8] численно показано наличие обратного течения энергии в непараксиальном ускоряющемся 2D-пучке Эйри. В [9] теоретически с помощью локального волнового вектора рассматриваются условия, которые нужно наложить на световое поле, чтобы оно локально имело обратное распространение (или имел место обратный поток энергии). В [10] численно показано, что в вихревом поле с круговой поляризацией, сформированном спиральной зонной пластинкой, вблизи оптической оси имеет место обратный поток световой энергии. Кроме того, известны теоретические работы по изучению свойств вектора Пойнтинга и вектора орбитального углового момента в произвольных и вихревых скалярных и векторных световых полях [11–14]. В [11] исследуются параксиальные вихревые пучки с несколькими фазовыми сингулярностями в поперечном сечении пучка. В [12] найдены спиральные траектории потока энергии для пучков Бесселя и Лагерра–Гаусса, а в [13] исследуется «оптический ток» (*optical current*) в вихревых пучках.

В данной работе получены общие формулы для проекций электрического и магнитного полей произвольного оптического вихря с целым топологическим зарядом и круговой поляризацией вблизи фокуса апланатической системы, а также выражения для интенсивности и проекций вектора Пойнтинга в плоскости фокуса. Теоретически показано, что при любом $m > 2$ вблизи оптической оси в плоскости фокуса оптического вихря с левой круговой поляризацией имеет место обратный поток энергии, который возрастает по модулю как степень радиальной переменной и вращается вокруг оптической оси по спирали при распространении.

Распределение интенсивности в плоскости фокуса оптического вихря

Рассмотрим с помощью формул Ричардса–Вольфа [1] интенсивность и поток энергии (проекция вектора Пойнтинга) в плоскости острого фокуса произвольного оптического вихря с круговой поляризацией, сфокусированного апланатической системой. Выражения для трёх проекций вектора напряжённости электрического поля оптического вихря в области фокуса были получены в [14]. Ниже мы приведём также три проекции вектора напряжённости магнитного поля, выражение для интенсивности и для трёх проекций вектора Пойнтинга. Для напряжённости электрического поля с круговой поляризацией $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + i\sigma E_y \mathbf{e}_y$, где $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ – единичные векторы вдоль декартовых координат, будем считать, что при $\sigma = 1$ – правая поляризация, а при $\sigma = -1$ – левая поляризация, следуя [14]. Для оптического вихря с топологическим зарядом m и произвольной функцией аподизации зрачка (действительная функция $A_m(\theta)$)

$$A_m(\theta, \varphi) = A_m(\theta) \exp(im\varphi), \quad (1)$$

где (θ, φ) – углы, задающие точку на сходящемся сферическом волновом фронте, запишем проекции электрического вектора $\mathbf{E}$ вблизи фокуса в апланатической системе в цилиндрических координатах (r, φ, z) , следуя [14]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= \\ &= -i^{m+1} e^{im\varphi} (I_{0,m} + \gamma_+ I_{2,m+2} e^{2i\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{-2i\varphi}), \\ E_y(r, \varphi, z) &= \\ &= i^m e^{im\varphi} (\sigma I_{0,m} - \gamma_+ I_{2,m+2} e^{2i\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{-2i\varphi}), \\ E_z(r, \varphi, z) &= -2i^m e^{im\varphi} (\gamma_+ I_{1,m+1} e^{i\varphi} - \gamma_- I_{1,m-1} e^{-i\varphi}), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} I_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ I_{1,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m\pm 1}(x) d\theta, \\ I_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где $B = kf/2$, $\alpha = \arcsin(NA)$, $x = kr \sin \theta$, $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$, $J_\nu(x)$ – функция Бесселя, k – волновое число света, f – фокусное расстояние апланатической системы с числовой апертурой NA .

На основе (2) можно записать выражение для интенсивности в плоскости фокуса ($z = 0$) произвольного оптического вихря (1):

$$\begin{aligned} I_m(r, \varphi, z = 0) &= \\ &= 2 \left[I_{0,m}^2 + \gamma_+ (I_{2,m+2}^2 + 2I_{1,m+1}^2) + \gamma_- (I_{2,m-2}^2 + 2I_{1,m-1}^2) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Из (4) видно, что распределение интенсивности в плоскости фокуса имеет осевую симметрию, так как

не зависит от азимутального угла φ . И так как у интегралов $I_{p,q}$, входящих в (3) и (4), второй индекс показывает порядок функции Бесселя, то из (4) можно заключить, что на оптической оси ($r = 0$) интенсивность будет равна нулю при любом $m > 2$. При $m = 1, 2$ на оптической оси интенсивность оптического вихря с левой круговой поляризацией ($\sigma = -1$) будет отлична от нуля. Но в обоих случаях ($m = 1, 2$) световой поток не будет распространяться вдоль положительного направления оптической оси: при $m = 1$ поток энергии на оси будет нулевой, а при $m = 2$ – обратный.

Продольная проекция вектора Пойнтинга в фокусе оптического вихря

Чтобы доказать наличие обратного потока в фокусе оптического вихря с произвольным целым топологическим зарядом $m \neq 0$, приведём выражения для трёх проекций вектора напряжённости магнитного поля:

$$\begin{aligned} H_x(r, \varphi, z) &= -i^m \sigma \bar{I}_{0,m} e^{im\varphi} + 2i^{m+1} \gamma_+ \sin \varphi \bar{I}_{1,m} e^{i(m+1)\varphi} + \\ &+ 2i^{m+1} \gamma_- \sin \varphi \bar{I}_{1,m} e^{i(m-1)\varphi} + \\ &+ i^m \gamma_+ e^{i(m+2)\varphi} \left(\bar{I}_{2,m+2} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) - \\ &- i^m \gamma_- e^{i(m-2)\varphi} \left(\bar{I}_{2,m-2} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right), \\ H_y(r, \varphi, z) &= -i^{m+1} \bar{I}_{0,m} e^{im\varphi} - 2i^{m+1} \gamma_+ \cos \varphi \bar{I}_{1,m} e^{i(m+1)\varphi} - \\ &- 2i^{m+1} \gamma_- \cos \varphi \bar{I}_{1,m} e^{i(m-1)\varphi} - \\ &- i^{m+1} \gamma_+ e^{i(m+2)\varphi} \left(\bar{I}_{2,m+2} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) - \\ &- i^{m+1} \gamma_- e^{i(m-2)\varphi} \left(\bar{I}_{2,m-2} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right), \\ H_z(r, \varphi, z) &= i^{m+1} \gamma_+ e^{i(m+1)\varphi} \left(\bar{I}_{2,m+1} + \frac{2m}{kr} I_{0,m} \right) - \\ &- i^{m+1} \bar{I}_{3,m-1} e^{im\varphi} (\sigma \cos \varphi + i \sin \varphi) + i^{m+1} \gamma_- \bar{I}_{2,m-1} e^{i(m-1)\varphi}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{I}_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ \bar{I}_{3,m-1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 + \cos \theta) J_{m-1}(x) d\theta, \\ \bar{I}_{1,m} &= B \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) \times e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\times (1 - \cos \theta) J_{m\pm 1}(x) d\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

С помощью (2), (3), (5) и (6) найдём продольную проекцию вектора Пойнтинга [1] $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] / (8\pi)$

$$S_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*), \quad (7)$$

с точностью до константы $c/8\pi$, где c – скорость света в вакууме, $\operatorname{Re}(\dots)$ – действительная часть числа, в плоскости фокуса ($z=0$):

$$\begin{aligned} S_{mz} = & 2I_{0,m}(\bar{I}_{0,m} + \bar{I}_{1,m}) + \\ & + 2\gamma_+ I_{2,m+2} \left(\bar{I}_{2,m+2} + \bar{I}_{1,m} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) + \\ & + 2\gamma_- I_{2,m-2} \left(\bar{I}_{2,m-2} + \bar{I}_{1,m} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Из (8) видно, что продольный поток энергии имеет круговую симметрию. Наличие в (8) слагаемых с отрицательными знаками показывает, что в плоскости фокуса можно найти локальные области, в которых продольная проекция вектора Пойнтинга будет отрицательной. Интересно выяснить, может ли эта локальная область располагаться вблизи оптической оси.

Обратный поток энергии вблизи оптической оси в плоскости фокуса

Из (8) следует, что при $m=1$ продольный поток энергии оптического вихря с левой круговой поляризацией

$$S_{1z-} = 2 \left[I_{0,1}(\bar{I}_{0,1} + \bar{I}_{1,1}) + I_{2,1}(\bar{I}_{2,1} - \bar{I}_{1,1}) \right] \quad (9)$$

на оптической оси ($r=0$) равен нулю, а при $m=2$ продольный поток для левой круговой поляризации

$$S_{2z-} = 2 \left[I_{0,2}(\bar{I}_{0,2} + \bar{I}_{1,2}) + I_{2,0} \left(\bar{I}_{2,0} + \bar{I}_{1,2} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right) \right] \quad (10)$$

на оптической оси обратный:

$$\begin{aligned} S_{2z-}(r=0, z=0) = \\ = -2B^2 \left(\int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 \leq 0. \end{aligned} \quad (11)$$

То есть вблизи оптической оси поток энергии (10) распространяется в обратном направлении по отношению к падающему потоку энергии. При $m=3$ вместо (10) получим:

$$S_{3z-} = 2 \left[I_{0,3}(\bar{I}_{0,3} + \bar{I}_{1,3}) + I_{2,1} \left(\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{1,3} - \frac{4}{kr} I_{1,2} \right) \right]. \quad (12)$$

Из (12) следует, что вблизи оптической оси ($kr \ll 1$) в плоскости фокуса имеет место обратный поток энергии, который на самой оси равен нулю и возрастает по модулю квадратично с ростом радиальной переменной r :

$$\begin{aligned} S_{3z-}(r \rightarrow 0) \approx & -\frac{B^2(kr)^2}{2} \times \\ & \times \left(\int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 < 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Из сравнения (11) и (13) видно, что обратный поток при $m=3$ примерно в 3–4 меньше, чем для $m=2$.

Далее приведём выражение, аналогичное (11) и (13), для оптического вихря с левой круговой поляризацией и произвольным целым топологическим зарядом. Вблизи оптической оси ($kr \ll 1$) в плоскости фокуса для продольной проекции вектора Пойнтинга имеет место приближённое выражение:

$$\begin{aligned} S_{mz-}(r \rightarrow 0) \approx & -\frac{2B^2(kr)^{2(m-2)}}{2^{2(m-2)} [(m-2)!]^2} \times \\ & \times \left(\int_0^a \sin^{m-1} \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 < 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) видно, что при любом целом $m > 2$ на оптической обратной оси поток равен нулю, а вблизи оси с ростом радиальной переменной обратный поток растёт по модулю как степень $2(m-2)$ радиальной переменной.

Поперечные составляющие вектора Пойнтинга в плоскости фокуса

Можно показать, что поперечный поток энергии (как прямой, так и обратный) у оптического вихря с левой круговой поляризацией вблизи плоскости фокуса вращается. Для этого найдём поперечные составляющие вектора Пойнтинга:

$$S_{x-} = -Q_m(r) \sin \varphi, \quad S_{y-} = Q_m(r) \cos \varphi, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} Q_m(r) = & (I_{0,m} + I_{2,m-2})(\bar{I}_{2,m-1} + \bar{I}_{3,m-1}) + \\ & + 2I_{1,m-1} \left(\bar{I}_{0,m} - \bar{I}_{2,m-2} + \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Из (15) видно, что в плоскости фокуса поток энергии вращается вокруг оптической оси по часовой или против часовой стрелки, в зависимости от знака функции $Q_m(r)$. Вблизи плоскости фокуса поток энергии будет вращаться по спирали. Можно показать, что для $m=2$ и $m=3$ с левой круговой поляризации обратный поток энергии будет распространяться вдоль оптической оси по спирали, вращаясь против часовой стрелки. Например, при $m=2$ вместо (16) получим:

$$\begin{aligned} Q_2(r) = & (I_{0,2} + I_{2,0})(\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{3,1}) + \\ & + 2I_{1,1} \left(\bar{I}_{0,2} - \bar{I}_{2,0} + \frac{2}{kr} I_{1,1} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Заменяя в (17) функции Бесселя, входящие в интегралы (3) и (6), первыми членами ряда Тейлора, вблизи оптической оси ($kr \ll 1$) вместо (17) получим приближённое выражение:

$$\begin{aligned} Q_2(r \rightarrow 0) \approx \\ \approx (kr) B^2 \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \times \\ \times \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) d\theta > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

При $a < \pi/2$ и $A_2(\theta) > 0$ выражение (18) положительное, и, значит, поперечный поток энергии для оп-

тического вихря с $m=2$ вблизи оптической оси вращается против часовой стрелки.

Моделирование FDTD-методом дифракции оптического вихря на зонной пластинке Френеля

Мы провели моделирование острой фокусировки оптического вихря зонной пластинкой FDTD-методом. На рис. 1 показаны распределения фазы составляющих E_x и E_y падающего вихревого светового поля при $m=2$ и $m=3$ с левой круговой поляризацией, а также фаза зонной пластинки Френеля (черные кольца – фаза 0, белые кольца – фаза π). Зонная пластинка размером 10×10 мкм в материале с показателем преломления 1,5 и с глубиной бинарного рельефа 532 нм фокусиру-

ет падающее поле с длиной волны $\lambda=532$ нм на расстоянии λ . На рис. 2 показаны распределения продольной составляющей вектора Пойнтинга в фокальной плоскости ($z=\lambda$) при $m=2$ (рис. 2а) и $m=3$ (рис. 2б), а также сечения продольной составляющей вектора Пойнтинга вдоль оси x (рис. 2в) и распределения интенсивности при $m=2$ (рис. 2г) и $m=3$ (рис. 2д). Рис. 2а–д подтверждают наличие обратного потока световой энергии вблизи фокуса и оптической оси (или на самой оптической оси при $m=2$). Стрелки на рис. 2г, д показывают прямой и обратный поток энергии вблизи оптической оси, вращающийся вокруг оптической оси по спирали против часовой стрелки.

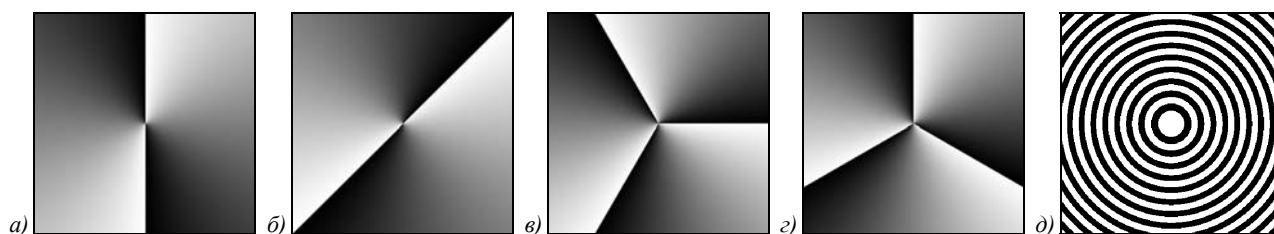


Рис. 1. Распределения фазы составляющих E_x (а, в) и E_y (б, д) падающего поля при $m=2$ (а, б) и при $m=3$ (в, г) соответственно, а также фаза зонной пластинки Френеля, осуществляющей острую фокусировку оптического вихря (д)

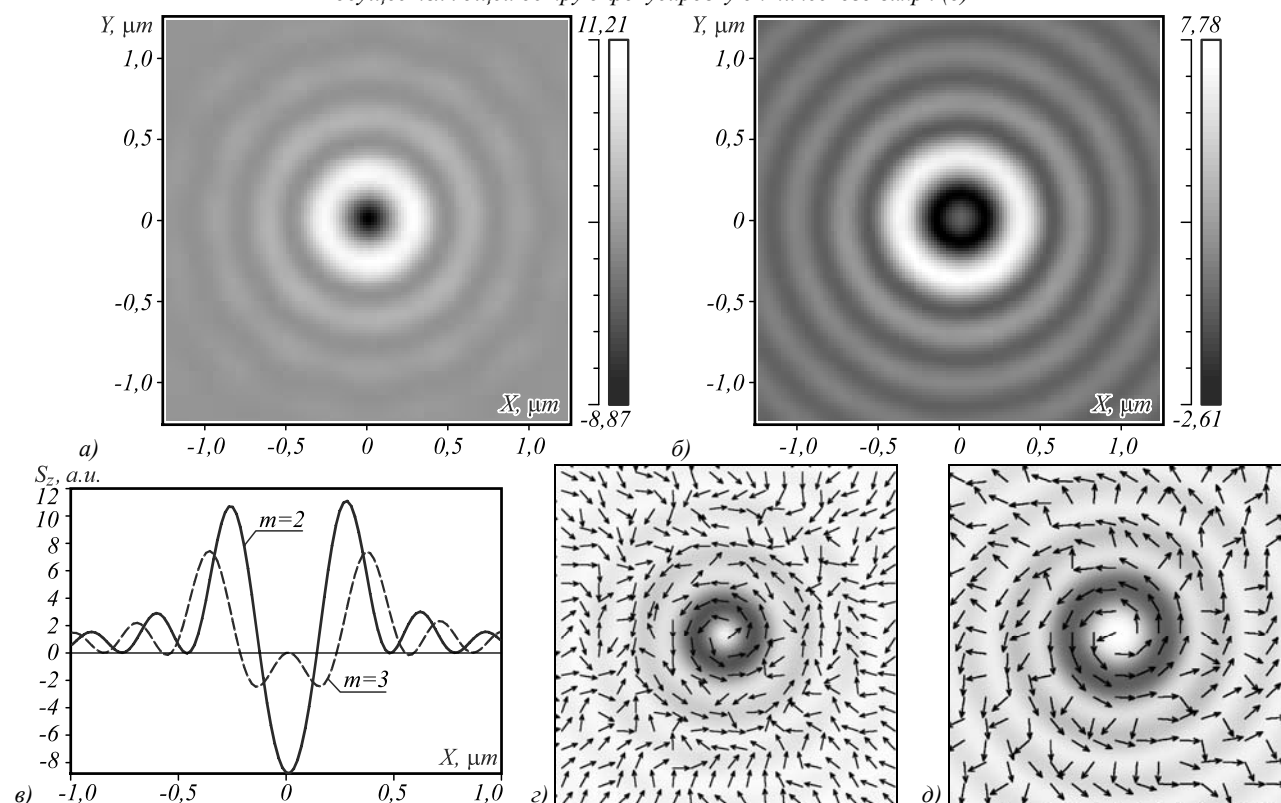


Рис. 2. Распределения продольной составляющей вектора Пойнтинга при $m=2$ (а) и $m=3$ (б) в фокальной плоскости ($z=\lambda$), сечения продольной составляющей вектора Пойнтинга вдоль оси x при $m=2$ (сплошная кривая) и $m=3$ (пунктирная кривая) (в), и распределения интенсивности при $m=2$ (г) и $m=3$ (д), стрелками показаны поперечные направления вектора Пойнтинга. Размер областей на рисунках г, д равен 2×2 мкм

Заключение

В работе получены общие формулы для интенсивности и потока энергии вблизи фокуса для произвольного оптического вихря с топологическим зарядом m и

круговой поляризацией, сфокусированного идеальной сферической линзой (апланатической системой). На основе этих формул было показано, что при $m > 2$ и левой круговой поляризации ($\sigma=-1$) вблизи оптической оси световая энергия распространяется по спирали в обрат-

ном направлении. Причём на самой оси при $m > 2$ обратный поток равен нулю, а вблизи оси растёт по модулю с ростом радиальной переменной как её $2(m-2)$ -я степень. Поведение обратного потока световой энергии вдоль спирали вокруг оптической оси вблизи фокуса было подтверждено FDTD-моделированием острой фокусировки оптического вихря с круговой поляризацией с помощью фазовой зонной пластинки Френеля с числовой апертурой, близкой к 1. Понятно, что для оптических вихрей с отрицательным топологическим зарядом $m < 0$ обратный поток энергии вблизи оптической оси и вблизи фокуса будет иметь место для правой круговой поляризации ($\sigma = 1$). Полученные соотношения позволяют быстро и качественно анализировать поведение интенсивности и потока энергии произвольного оптического вихря вблизи острого фокуса. Микрочастица, захваченная вблизи оптической оси такого острого фокуса, будет двигаться в обратном направлении, демонстрируя эффект «оптического трактора» [15, 16].

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в частях «Продольная проекция вектора Пойнтинга в фокусе оптического вихря» и «Обратный поток энергии вблизи оптической оси в плоскости фокуса», Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Распределение интенсивности в плоскости фокуса оптического вихря», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-47-630483) в части «Моделирование FDTD-методом дифракции оптического вихря на зонной пластинке Френеля».

Литература

1. **Richrds, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richrds, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society A*. - 1959. - Vol. 253, Issue 1274. - P. 358-379. - DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
2. **Novitsky, A.V.** Negative propagation of vector Bessel beams / A.V. Novitsky, D.V. Novitsky // *Journal of the Optical Society of America A*. - 2007. - Vol. 24, Issue 9. - P. 2844-2849. - DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
3. **Monteiro, P.B.** Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation / P.B. Monteiro, P.A.M. Neto, H.M. Nussenzveig // *Physical Review A*. - 2009. - Vol. 79. - P. 033830. - DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
4. **Sukhov, S.** On the concept of "tractor beams" / S. Sukhov, A. Dogariu // *Optics Letters*. - 2010. - Vol. 35, Issue 22. - P. 3847-3849. - DOI: 10.1364/OL.35.003847.
5. **Котляр, В.В.** Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью металлинзы / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика*. - 2017. - Т. 41, № 5. - P. 645-653. - DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
6. **Mitri, F.G.** Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves / F.G. Mitri // *Journal of the Optical Society of America A*. - 2016. - Vol. 33, Issue 9. - P. 1661-1667. - DOI: 10.1364/JOSAA.33.001661.
7. **Salem, M.A.** Energy flow characteristics of vector X-wave / M.A. Salem, H. Bagci // *Optics Express*. - 2011. - Vol. 19, Issue 9. - P. 8526-8532. - DOI: 10.1364/OE.19.008526.
8. **Vaveliuk, P.** Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams / P. Vaveliuk, O. Martinez-Matos // *Optics Express*. - 2012. - Vol. 20, Issue 24. - P. 26913-26921. - DOI: 10.1364/OE.20.026913.
9. **Berry, M.V.** Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation / M.V. Berry // *Journal of Physics A: Mathematical & Theoretical*. - 2010. - Vol. 43, Issue 41. - P. 415302. - DOI: 10.1088/1751-8113/43/41/415302.
10. **Стафеев, С.С.** Поведение продольной компоненты вектора Пойнтинга при острой фокусировке оптических вихрей с круговой поляризацией / С.С. Стафеев, А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика*. - 2018. - Т. 42, № 2. - С. 190-196. - DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-190-196.
11. **Bekshaev, A.Yu.** Transverse energy flow in vectorial fields of paraxial beams with singularities / A.Yu. Bekshaev, M.S. Soskin // *Optics Communications*. - 2007. - Vol. 271, Issue 2. - P. 332-348. - DOI: 10.1016/j.optcom.2006.10.057.
12. **Berry, M.V.** Exact and geometrical optics energy trajectories in twisted beams / M.V. Berry, K.T. McDonald // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. - 2008. - Vol. 10, Issue 3. - P. 035005. - DOI: 10.1088/1464-4258/10/3/035005.
13. **Berry, M.V.** Optical currents / M.V. Berry // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. - 2009. - Vol. 11, Issue 9. - P. 094001. - DOI: 10.1088/1464-4258/11/9/094001.
14. **Chen, B.** Tight focusing of elliptically polarized vortex beams / B. Chen, J. Po // *Applied Optics*. - 2009. - Vol. 48, Issue 7. - P. 1288-1294. - DOI: 10.1364/AO.48.001288.
15. **Dogariu, A.** Optically induced 'negative forces' / A. Dogariu, S. Sukhov, J.J. Saenz // *Nature Photonics*. - 2012. - Vol. 7, Issue 1. - P. 24-27. - DOI: 10.1038/nphoton.2012.315.
16. **Shvedov, V.** A long-range polarization-controlled optical tractor beam / V. Shvedov, A.R. Davoyan, C. Hnatovsky, N. Engheta, W. Krolikowski // *Nature Photonics*. - 2014. - Vol. 8, Issue 11. - P. 846-850. - DOI: 10.1038/nphoton.2014.242.

Сведения об авторах

Сведения об авторах **Котляр Виктор Викторович** и **Налимов Антон Геннадьевич** см. стр. 398 этого выпуска.

Ковалёв Алексей Андреевич 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В списке научных работ более 150 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@smr.ru.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 29 марта 2018 г. Окончательный вариант – 10 мая 2018 г.

BACKWARD FLOW OF ENERGY FOR AN OPTICAL VORTEX WITH ARBITRARY INTEGER TOPOLOGICAL CHARGE

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}

¹ Samara National Research University, Samara, Russia,

² Image Processing Systems Institute of RAS, – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia

Abstract

We analyze the sharp focusing of an arbitrary optical vortex with the integer topological charge m and circular polarization in an aplanatic optical system. Explicit formulas to describe all projections of the electric and magnetic fields near the focal spot are derived. Expressions for the near-focus intensity (energy density) and energy flow (projections of the Poynting vector) are also derived. The expressions derived suggest that for a left-hand circularly polarized optical vortex with $m > 2$, the on-axis backward flow is equal to zero, growing in the absolute value as a power $2(m-2)$ of the radial coordinate. These relations also show that upon the negative propagation, the energy flow rotates around the optical axis.

Keywords: backward energy flow, optical vortex, rotating beams, Umov-Poynting vector.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Backward flow of energy for an optical vortex with arbitrary integer topological charge. *Computer Optics* 2018; 42 (3): 408-413. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-408-413.

Acknowledgements: The work was partially funded by the Russian Science Foundation under grant No. 18-19-00595 (“Longitudinal projection of the Poynting vector in the focus”) and (“Backward near-axis energy flow in the focal plane”), Federal Agency for Scientific Organizations under contract No. 007-GZ/Ch3363/26 (“Intensity distribution in the vortex beam focal plane”), and the Russian Foundation for Basic Research under grant No. 16-47-630483 (“FDTD-aided simulation of diffraction of an optical vortex by a Fresnel zone plate”).

References

- [1] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Roy Soc A* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [2] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. *JOSA A* 2007; 24(9): 2844-2849. DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
- [3] Monteiro PB, Neto PAM, Nussenzveig HM. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation. *Phys Rev A* 2009; 79: 033830. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
- [4] Sukhov S, Dogariu A. On the concept of "tractor beams." *Opt Lett* 2010; 35(22): 3847-3849. DOI: 10.1364/OL.35.003847.
- [5] Kotlyar VV, Nalimov AG. A vector optical vortex generated and focused using a metalens. *Computer Optics* 2017; 41(5): 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- [6] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. *JOSA A* 2016; 33(9): 1661-1667.
- [7] Salem MA, Bagci H. Energy flow characteristics of vector X-wave. *Opt Express* 2011; 19(9): 8526-8532. DOI: 10.1364/OE.19.008526.
- [8] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. *Opt Express* 2012; 20(24): 26913-26921. DOI: 10.1364/OE.20.026913.
- [9] Berry MV. Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation. *J Phys A: Math Theor* 2010; 43(41): 415302. DOI: 10.1088/1751-8113/43/41/415302.
- [10] Stafeev SS, Nalimov AG. Longitudinal component of the Poynting vector of a tightly focused optical vortex with circular polarization. *Computer Optics*, 2018; 42(2): 190-196. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-190-196.
- [11] Bekshaev AY, Soskin MS. Transverse energy flow in vectorial fields of paraxial beams with singularities. *Opt Commun* 2007; 271(2): 332-348. DOI: 10.1016/j.optcom.2006.10.057.
- [12] Berry MV, McDonald KT. Exact and geometrical optics energy trajectories in twisted beams. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2008; 10(3): 035005. DOI: 10.1088/1464-4258/10/3/035005.
- [13] Berry MV. Optical currents. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2009; 11(9): 094001. DOI: 10.1088/1464-4258/11/9/094001.
- [14] Chen B, Po J. Tight focusing of elliptically polarized vortex beams. *Appl Opt* 2009; 48(7): 1288-1294. DOI: 10.1364/AO.48.001288.
- [15] Dogariu A, Sukhov S, Saenz JJ. Optically induced 'negative forces'. *Nat Photon* 2012; 7(1): 24-27. DOI: 10.1038/nphoton.2012.315.
- [16] Shvedov V, Davoyan AR, Hnatovsky C, Engheta N, Krolikowski W. A long-range polarization-controlled optical tractor beam. *Nat Photon* 2014; 8(11): 846-850. DOI: 10.1038/nphoton.2014.242.

Author's information

The information about authors **Victor Victorovich Kotlyar** and **Anton Gennadyevich Nalimov** you can find on page 400 of this issue.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 150 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices.

Received March 29, 2018. The final version – May 10, 2018.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ СПЕКТР СИГНАЛА КОГЕРЕНТНОСТИ ПРИ ДЕФОКУСИРОВКЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ОБЪЕКТА В ЦИФРОВОЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ МИКРОСКОПИИ С ЧАСТИЧНО ПРОСТРАНСТВЕННО КОГЕРЕНТНЫМ ОСВЕЩЕНИЕМ

Д.М. Клычкова^{1,2}, В.П. Рябухо^{1,2}

¹ Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов, Россия,

² Саратовский государственный университет, Саратов, Россия

Аннотация

Рассматривается эффект уменьшения модуля пространственного спектра сигнала когерентности на высоких пространственных частотах при оптической дефокусировке изображения объекта в цифровой голографической микроскопии на пропускание с квазимонохроматическим частично пространственно когерентным освещением. Представлено теоретическое описание эффекта и результаты численного моделирования его проявления для точечного рассеивающего объекта. Проведено экспериментальное исследование эффекта в лазерном частично пространственно когерентном излучении, формируемом с использованием движущегося рассеивателя, для объекта в виде слоя квазиточечных рассеивателей. Представлено сравнение результатов эксперимента с результатами численного моделирования, выполненного на основании теории, и показана высокая степень сходства экспериментальных результатов с теоретическими.

Ключевые слова: интерференционная микроскопия, цифровая голографическая микроскопия, визуализация, численная фокусировка, пространственный спектр голограммы, частичная когерентность, частично пространственно когерентное освещение.

Цитирование: Клычкова, Д.М. Пространственный спектр сигнала когерентности при дефокусировке изображения объекта в цифровой голографической микроскопии с частично пространственно когерентным освещением / Д.М. Клычкова, В.П. Рябухо // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 414-423. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-414-423.

Введение

Цифровая голографическая микроскопия (ЦГМ) в настоящее время является одним из наиболее перспективных методов количественной фазовой визуализации и позволяет измерять оптическую толщину микрообъектов с точностью до долей длины волны, проводить численную фокусировку восстанавливаемых изображений, а также устранять искажения в изображениях, вызываемые другими aberrациями оптической системы [1 – 11].

В ЦГМ чаще всего используется квазимонохроматическое пространственно когерентное излучение с большой длиной продольной когерентности, что при наличии частиц пыли, царапин и т.п. на оптических элементах приводит к возникновению интермодуляционных когерентных шумов – спекл-модуляции – в регистрируемом интерференционном сигнале – в цифровой голограмме и, как следствие, в восстанавливаемом сигнале – в изображении визуализируемого объекта. Эффективное снижение когерентных шумов возможно при помощи использования на этапе записи голограммы частично пространственно когерентного освещения [12–15]. Однако, как показано теоретически в [16], при записи голограмм как в осевой, так и во внеосевой ЦГМ на пропускание использование частично пространственно когерентного освещения, в отличие от использования полностью пространственно когерентного освещения, должно приводить к уменьшению модуля пространственного спектра сигнала когерентности в цифровой голограмме на высоких пространственных частотах при увеличении оптической дефокусировки изображения объекта на этапе записи

голограммы. Это может приводить к снижению поперечного разрешения восстанавливаемых с голограммы численно сфокусированных изображений и, как следствие, к уменьшению возможного диапазона численной перефокусировки, который служит важным параметром при визуализации микрообъектов в объеме контролируемой среды (например, при визуализации биологических клеток в растворе).

Для подтверждения теоретических выводов, представленных в [16], в данной работе поставлена задача экспериментального обнаружения и исследования эффекта уменьшения модуля пространственного спектра сигнала когерентности на высоких пространственных частотах при оптической дефокусировке изображения объекта в ЦГМ на пропускание с квазимонохроматическим частично пространственно когерентным освещением и сравнения результатов эксперимента с результатами численного моделирования, выполненного на основании теории.

1. Подход к исследованию

В линейном режиме работы матричного фотодетектора сигнал ЦГМ (цифровую голограмму) можно считать пропорциональным пространственному распределению интенсивности $I(x, y)$ интерференционного поля, образовавшегося в результате наложения объектного $V_S(x, y)$ и опорного $V_R(x, y)$ полей в плоскости регистрации. Распределение интенсивности $I(x, y)$ можно записать в форме интерференционного уравнения [17, 18] в следующем виде [16, 19]:

$$I(x, y) = I_S(x, y) + I_R(x, y) + \Gamma(x, y) + \Gamma^*(x, y), \quad (1)$$

где $I_S(x, y)$, $I_R(x, y)$ – пространственные распределения интенсивностей объектного и опорного полей в плоскости регистрации, $\Gamma(x, y) = \langle V_S(x, y) V_R^*(x, y) \rangle$ – функция одновременной взаимной когерентности объектного и опорного полей [18],

$$I(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty I(\omega; x, y) d\omega, \quad (2)$$

$$\Gamma(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \Gamma(\omega; x, y) d\omega, \quad (3)$$

$$I(\omega; x, y) = I_S(\omega; x, y) + I_R(\omega; x, y) + \Gamma(\omega; x, y) + \Gamma^*(\omega; x, y), \quad (4)$$

$$\langle V_R(\omega; x, y) V_R^*(\omega'; x, y) \rangle = 2\pi\delta(\omega - \omega') I_R(\omega; x, y), \quad (5)$$

$$\langle V_S(\omega; x, y) V_S^*(\omega'; x, y) \rangle = 2\pi\delta(\omega - \omega') I_S(\omega; x, y), \quad (6)$$

$$\langle V_S(\omega; x, y) V_R^*(\omega'; x, y) \rangle = 2\pi\delta(\omega - \omega') \Gamma(\omega; x, y), \quad (7)$$

ω или ω' – круговая временная частота, $\Gamma(\omega; x, y)$ – взаимная спектральная плотность объектного и опорного полей в точке (x, y) , $I_S(\omega; x, y)$ и $I_R(\omega; x, y)$ – спектральные плотности объектного и опорного полей в точке (x, y) , $V_S(\omega; x, y)$ и $V_R(\omega; x, y)$ пропорциональны распределениям комплексной амплитуды квазимонохроматических компонент объектного и опорного полей в плоскости регистрации, угловые скобки (...) означают усреднение по ансамблю реализаций полей, которое для эргодических полей эквивалентно усреднению по времени, реализуемому фотодетектором в силу его временной инерционности. Из формул (2) и (3) следует, что интенсивность квазимонохроматического поля можно считать пропорциональной спектральной плотности поля: $I(x, y) \sim I(\omega; x, y)$, а функцию одновременной взаимной когерентности объектного и опорного полей – пропорциональной взаимной спектральной плотности: $\Gamma(x, y) \sim \Gamma(\omega; x, y)$. В таком случае при анализе сигнала (1) можно перейти от интенсивности результирующего поля $I(x, y)$ к спектральной плотности $I(\omega; x, y)$, а от функции одновременной взаимной когерентности $\Gamma(x, y)$ – к взаимной спектральной плотности $\Gamma(\omega; x, y)$ [16, 19]. Такое представление интерференционного сигнала (1) дает возможность формального анализа сигнала ЦГМ в целом и его главной информационной составляющей – сигнала когерентности $\Gamma(x, y)$, при использовании как монохроматического, так и частотно широкополосного освещения, когда необходим учёт влияния различных спектральных компонент освещения.

Поскольку в данной работе рассматривается и в экспериментальной части используется высокомонохроматическое лазерное излучение, а режим работы фотодетектора предполагается линейным, то под сигналом когерентности подразумевается часть сигнала ЦГМ, пропорциональная взаимной спектральной плотности объектного и опорного полей $\Gamma(\omega; x, y)$.

В [15, 16, 19, 20] теоретически показано, что в интерференционной микроскопии на пропускание пространственный спектр $\tilde{\Gamma}(\omega; k_x, k_y)$ взаимной спек-

тральной плотности объектного и опорного полей $\Gamma(\omega; x, y)$ в плоскости регистрации голограммы определяется следующим выражением:

$$\tilde{\Gamma}(\omega; k_x, k_y) \sim \tilde{I}_S(\omega; k_x, k_y) \Xi(\omega; k_x, k_y) \sim \sim \tilde{I}_S(\omega; -Mk_x, -Mk_y) \Xi(\omega; k_x, k_y), \quad (8)$$

где $\tilde{I}_S(\omega; k_x, k_y)$ – пространственный спектр поля изображения объекта $t'_S(\omega; x, y)$, $\tilde{I}_S(\omega; -Mk_x, -Mk_y)$ – масштабированный пространственный спектр комплексного коэффициента (функции) пропускания объекта $t_S(\omega; x_S, y_S)$; $\Xi(\omega; k_x, k_y)$ – пространственно спектральная функция, которая при тонком объекте с точечными элементарными рассеивателями и при совпадении задней фокальной плоскости линзы системы освещения (конденсора) с передними фокальными плоскостями микрообъективов объектного и опорного плеч голографического микроскопа задаётся следующим выражением [16]:

$$\begin{aligned} \Xi(\omega; k_x, k_y) = & \exp[-jk\Delta z(n_c - n_{im})] \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_S dy_S \exp[-jM(k_x x_S + k_y y_S)] \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega; x_3, y_3) \times \\ & \times \exp\left[jk\Delta z\left(\sqrt{n_{im}^2 - \frac{x_3^2 + y_3^2}{f'^2}} - n_{im}\right)\right] \times \\ & \times \exp\left[-j\frac{k}{f'}(x_3 x_S + y_3 y_S)\right] dx_3 dy_3 \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_i(\omega; x_0, y_0) \times \\ & \times \exp\left[-jk\Delta z\left(\sqrt{n_c^2 - \frac{x_0^2 + y_0^2}{f_c^2}} - n_c\right)\right] \times \\ & \times \exp\left[-j\frac{k}{f_c}(x_0 x_S + y_0 y_S)\right] dx_0 dy_0, \end{aligned} \quad (9)$$

где j – мнимая единица; $k = \omega/c$ – волновое число, (k_x, k_y) – круговые поперечные пространственные частоты – проекции волнового вектора $\vec{k}$ на оси x и y ; M – увеличение изображающей системы микроскопа; (x_0, y_0) – координаты в плоскости апертуры системы освещения, (x_S, y_S) – координаты в плоскости объекта, (x_3, y_3) – координаты в плоскости апертуры микрообъектива, совпадающей с его задней фокальной плоскостью, $A(\omega; x_3, y_3)$ – функция апертуры микрообъектива (в данной работе под этой функцией подразумевается только амплитудная функция пропускания апертурной диафрагмы микрообъектива),

$$A_i(\omega; x_0, y_0) = I_0(\omega; x_0, y_0) A\left(\omega; -\frac{f'}{f_c} x_0, -\frac{f'}{f_c} y_0\right) -$$

функция апертуры системы освещения, I_0 – интенсивность освещающего поля в плоскости апертуры системы освещения, умноженная на амплитудную

функцию пропускания апертурной диафрагмы системы освещения,

$$A\left(\omega; -\frac{f'}{f'_c}x_0, -\frac{f'}{f'_c}y_0\right) -$$

изображение поля по апертуре микрообъектива в плоскости апертуры системы освещения, f'_c – заднее фокусное расстояние конденсора, f' – заднее фокусное расстояние микрообъектива; Δz – величина дефокусировки; n_{im} – показатель преломления иммерсии микрообъектива, n_c – показатель преломления иммерсии конденсора.

Для пояснения выражения (9) на рис. 1 представлена развертка объектного плеча интерференционного микроскопа на пропускание. Развертка опорного плеча аналогична при отсутствии объекта.

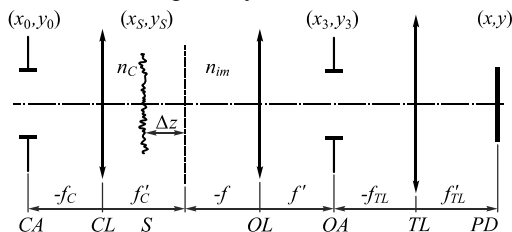


Рис. 1. Развертка объектного плеча интерференционного микроскопа на пропускание: CA – апертура конденсора, CL – линза конденсора, S – объект, OL – микрообъектив изображающей системы, OA – апертура микрообъектива изображающей системы, TL – тубусная линза, PD – матричный фотодетектор; f_c и f'_c , f и f' , f_{TL} и f'_{TL} – переднее и заднее фокусные расстояния конденсора, микрообъектива изображающей системы и тубусной линзы соответственно; (x_0, y_0) , (x_s, y_s) , (x_3, y_3) , (x, y) – координаты в плоскостях апертурной диафрагмы системы освещения, объекта, апертуры микрообъектива и регистрации соответственно

Если объект представляет собой одиночный точечный рассеиватель, расположенный на оптической оси ($x_s = 0, y_s = 0$), то коэффициент пропускания объекта может быть представлен в виде $t_s(\omega; x_s, y_s) = t_s(\omega)\delta(x_s, y_s)$, а соответствующий масштабированный пространственный спектр коэффициента пропускания, следовательно, равен $\tilde{t}_s(\omega; -Mk_x, -Mk_y) = t_s(\omega)$. Тогда, согласно (8), пространственный спектр $\tilde{\Gamma}(\omega; k_x, k_y)$ сигнала когерентности $\Gamma(\omega; x, y)$ пропорционален спектральной функции $\Xi(\omega; k_x, k_y)$:

$$\tilde{\Gamma}(\omega; k_x, k_y) \sim \Xi(\omega; k_x, k_y). \quad (10)$$

Таким образом, с помощью численного анализа модуля спектральной функции $\Xi(\omega; k_x, k_y)$ при различных величинах дефокусировки Δz можно теоретически установить влияние оптической дефокусировки на составляющие пространственного спектра сигнала когерентности [16]. Результаты такого моделирования при $k_y = 0$, выполненного в данной работе, представлены в графической форме на рис. 2а-г.

Из рис. 2а видно, что при $\Delta z = 0$ функция Ξ и, согласно (10), пространственный спектр сигнала когерентности $\tilde{\Gamma}$ отличны от нуля при значениях норми-

рованных пространственных частот, удовлетворяющих следующему соотношению [14]:

$$k_x'^2 + k_y'^2 \leq (NA + NAi)^2. \quad (11)$$

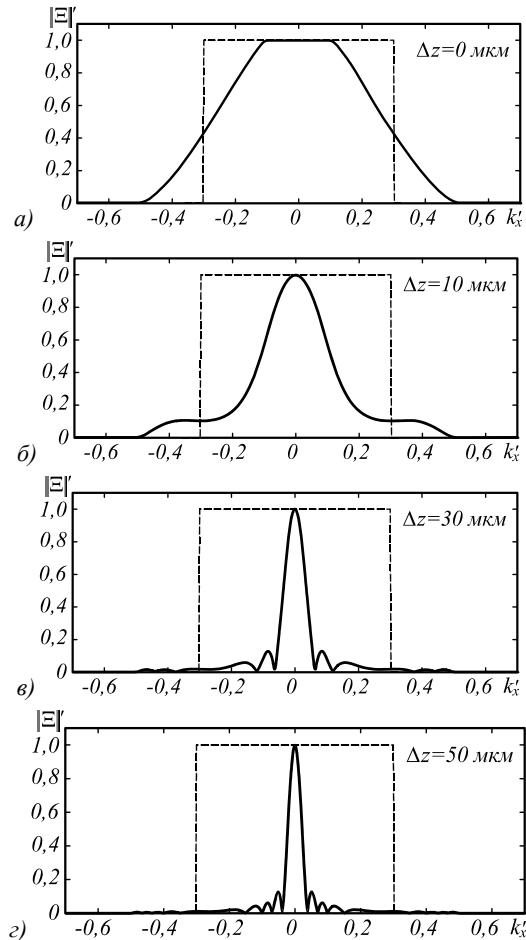


Рис. 2. Зависимость нормированного на единичный максимум модуля $|\Xi'|$ функции $\Xi(\omega; k_x, 0)$ от нормированной пространственной частоты $k_x' = Mk_x/k$ при $\omega = 2,98 \times 10^{15}$ рад/с ($\lambda = 632,8$ нм), $NA = 0,3$. Штриховая линия соответствует когерентному освещению ($NAi = 0$), сплошная линия – частично пространственно когерентному освещению ($NAi = 0,2$)

Чтобы сравнить результаты эксперимента и численного моделирования на основании выражения (8), необходимо использовать в эксперименте объект с известной функцией пропускания t_s . Поскольку найти такой объект довольно трудно, для объективного сравнения результатов численного моделирования и экспериментального исследования вместо выражения (8) может быть использовано следующее выражение, являющееся следствием (8) и не требующее знания функции пропускания объекта t_s :

$$\frac{|\tilde{\Gamma}(\Delta z; \omega; k_x, k_y)|}{|\tilde{\Gamma}(\Delta z = 0; \omega; k_x, k_y)|} = \frac{|\Xi(\Delta z; \omega; k_x, k_y)|}{|\Xi(\Delta z = 0; \omega; k_x, k_y)|}. \quad (12)$$

При малых величинах числовой апертуры освещения NAi эффект значителен лишь на высоких пространственных частотах. В этом случае для экспериментального наблюдения эффекта необходимо ис-

пользовать объект, функция пропускания которого удовлетворяет следующему условию:

$$\tilde{t}_s(\omega; k_x, k_y) \neq 0 \quad (13)$$

для k'_x, k'_y , подчиняющихся соотношению (11).

Т.е. используемый объект должен быть сильно-рассеивающим – должен иметь достаточно широкую индикатрису рассеяния.

$$\Xi(\Delta z = 0; \omega; k_x, k_y) \neq 0 \quad (14)$$

для k'_x, k'_y , подчиняющихся (11).

Согласно выражению (8) и (14), условие (13) эквивалентно следующему условию:

$$\tilde{\Gamma}(\Delta z = 0; \omega; k_x, k_y) \neq 0 \quad (15)$$

для k'_x, k'_y , подчиняющихся (11).

Если использовать слабо рассеивающий объект, то эффект может быть не обнаружен, поскольку при малых величинах числовой апертуры освещения NA_i значительное уменьшение модуля функции Ξ будет только на высоких пространственных частотах, для которых $\tilde{t}_s = 0$ и, согласно (8), $\tilde{\Gamma} = 0$ для всех значений Δz .

2. Экспериментальная установка

Экспериментальное исследование проводилось при помощи ЦГМ на пропускание, собранного по схеме интерферометра Маха–Цендера, в режиме внеосевой голографии с квазимонохроматическим частично пространственно когерентным освещением. Схема микроскопа показана на рис. 3 и аналогична схеме, предложенной в [20, 21]. Частично пространственно когерентное поле освещения создавалось путем прохождения излучения гелий-неонового лазера LS через вращающийся тонкий рассеиватель, систему линз L_1, L_2, L_3 и апертурную диафрагму системы освещения IAS, расположенную в передней фокальной плоскости конденсорной линзы L_3 . Изменением радиуса апертурной диафрагмы IAS регулировалась угловая и, соответственно, числовая апертура освещения NA_i , оцениваемая, примерно, как отношение радиуса отверстия апертурной диафрагмы системы освещения IAS к заднему фокусному расстоянию линзы L_3 . Изменением радиуса отверстия апертурной диафрагмы IAS варьировалась также и длина поперечной когерентности поля освещения $\rho_c \approx \lambda/2NA_i$ [22]. При помощи идентичных микрообъективов MO_S и MO_R (с числовой апертурой $NA = 0,75$) в каждом из плеч интерферометра и тубусной линзы TL, в плоскости сенсора матричного фотодетектора PD формировалась внеосевая картина интерференции объектного и опорного полей. Внеосевой режим записи голограмм был создан путем поперечного смещения светоделительного кубика BS_2 [20] в направлении, указанном стрелкой около BS_2 на рис. 3. Увеличение изображающей системы микроскопа, определяемое отношением фокусных расстояний тубусной линзы и микрообъектива, составляло $M \approx 45,5\times$. В качестве фотодетектора PD использовалась монохромная КМОП-камера (1280×1024 пикселей).

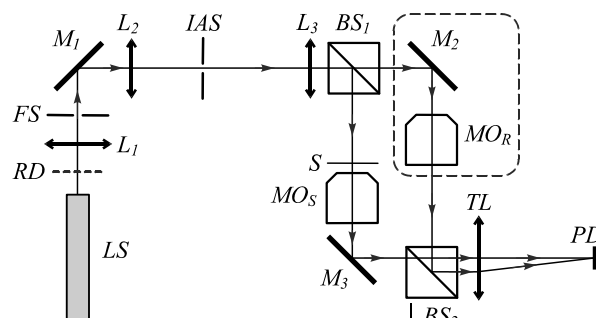


Рис. 3. Схема цифрового голографического микроскопа на пропускание в режиме внеосевой голографии с квазимонохроматическим частично пространственно когерентным освещением: LS – гелий-неоновый лазер; RD – вращающийся рассеиватель; L_1, L_2, L_3 – линзы системы освещения; FS – полевая диафрагма системы освещения; IAS – апертурная диафрагма системы освещения; M_1, M_2, M_3 – плоские зеркала; BS_1, BS_2 – светоделительные кубики; S – объект; MO_S, MO_R – идентичные микрообъективы; TL – тубусная линза; PD – матричный фотодетектор

Для формирования интерференционного изображения с высоким контрастом несущих интерференционных полос в частично пространственно когерентном свете – с малыми длинами поперечной и продольной пространственной когерентности, необходима достаточно высокая степень взаимной когерентности $\gamma(x, y) = \Gamma(x, y)/[I_S(x, y)I_R(x, y)]^{1/2}$ объектного $V_S(x, y)$ и опорного $V_R(x, y)$ полей. В рассматриваемом голографическом микроскопе это обеспечивается прецизионной настройкой интерференционной системы, при которой взаимное смещение $\Delta r(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ интерферирующих полей в отсутствие объекта в системе должно быть существенно меньше длины когерентности каждого поля в направлении смещения: $\Delta x \ll \rho_{cx}, \Delta y \ll \rho_{cy}, \Delta z \ll \rho_{cz}$. Продольный сдвиг объектного поля Δz_s , вносимый относительно толстым предметным стеклом с объектом, может быть компенсирован соответствующим смещением в опорном плече блока зеркала M_2 и микрообъектива MO_R .

3. Эксперимент и обработка экспериментальных данных

Экспериментальное исследование эффекта уменьшения модуля пространственного спектра сигнала когерентности на высоких пространственных частотах при оптической дефокусировке изображения объекта в ЦГМ на пропускание с квазимонохроматическим частично пространственно когерентным освещением состояло из следующих процедур:

1. Запись фоновой голограммы (голограммы, записанной в отсутствие объекта) и объектных голограмм при различных величинах дефокусировки ($\Delta z = 0, 10, 20, 30, 40, 50 \pm 5$ мкм) и при различных величинах числовой апертуры освещения ($NA_i \approx 0,004; 0,008; 0,012; 0,016$) (измеренных с погрешностью $\Delta NA_i \approx 0,002$). В качестве объекта с необходимой для эксперимента шириной индикатрисы рассеяния была использована нанесенная тонким слоем на предметное стекло, а затем вы-

сушенная суспензия мела. В пространственном спектре сигнала когерентности для такого объекта наблюдаются достаточно интенсивные высокочастотные составляющие, необходимые для анализа.

2. Обработка полученных цифровых голограмм.

2.1. Получение центрированного пространственного спектра сигнала когерентности $\tilde{\Gamma}(\Delta z; \omega; k_x, k_y)$ согласно следующему алгоритму цифровой обработки голограмм, предложенному в [20]:

2.1.1. Получение сигнала когерентности фоновой голограммы при помощи пространственной Фурье-фильтрации.

2.1.2. Устранение фазовой модуляции сигнала когерентности, обусловленной внеосевым режимом записи голограмм, путем деления голограммы объекта на сигнал когерентности фоновой голограммы.

2.1.3. Переход к пространственному спектру результата деления, полученного в п. 2.1.2, при помощи быстрого преобразования Фурье (рис. 4а).

2.2. Выделение центрированного пространственного спектра сигнала когерентности и вычисление его модуля (рис. 4б).

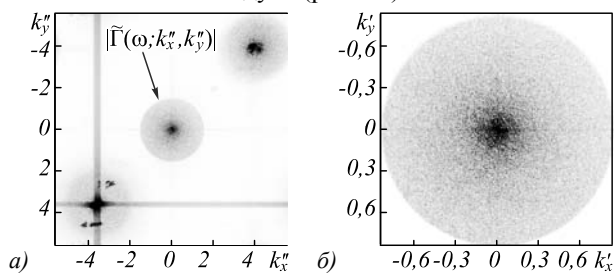


Рис. 4. Модуль пространственного спектра голограммы объекта, делённой на сигнал когерентности фоновой голограммы, в шкале нормированных пространственных частот $k_x'' = 100k_x/k$ и $k_y'' = 100k_y/k$ (а); модуль центрированного пространственного спектра сигнала когерентности в шкале нормированных пространственных частот $k_x' = Mk_x/k$ и $k_y' = Mk_y/k$ (б)

2.3. Построение массива, состоящего из двух столбцов. В первом столбце в порядке возрастания – значения радиальных поперечных пространственных частот $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, соответствующих различным пикселям массива пространственного спектра сигнала когерентности. Во втором столбце – значения модуля пространственного спектра сигнала когерентности $|\tilde{\Gamma}(\Delta z; \omega; k_r)|$, соответствующие значениям радиальных поперечных пространственных частот k_r из первого столбца массива.

2.4. Вычисление среднего значения $|\tilde{\Gamma}(\Delta z; \omega; k_r)|$ совокупности значений модуля пространственного спектра сигнала когерентности $\{|\tilde{\Gamma}(\Delta z; \omega; k_r)|\}$, соответствующих одной радиальной пространственной частоте k_r .

2.5. Сглаживание фильтром скользящего среднего [23] зависимости $|\tilde{\Gamma}(\Delta z; \omega; k_r)| = |\tilde{\Gamma}(k_r)|$.

2.6. Вычисление нормированного модуля пространственного спектра сигнала когерентности $\alpha^{exp}(k_r)$ в зависимости от величины дефокусировки Δz (рис. 5).

$$\alpha^{exp}(k_r) = \frac{|\tilde{\Gamma}(\Delta z; \omega; k_r)|}{|\tilde{\Gamma}(\Delta z = 0; \omega; k_r)|}. \quad (16)$$

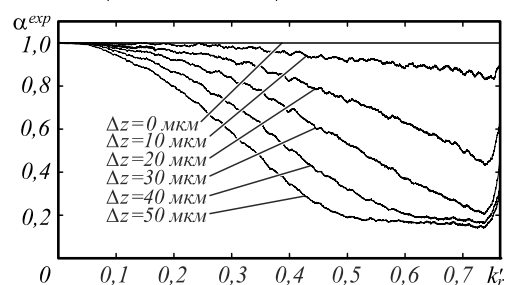


Рис. 5. Зависимость α^{exp} от нормированной радиальной пространственной частоты $k_r' = Mk_r/k$ при различных величинах дефокусировки Δz (0, 10, 20, 30, 40, 50 мкм) и при числовой апертуре освещения $NAi \approx 0,016$

На графиках, представленных на рис. 5, отчетливо наблюдается эффект уменьшения модуля пространственного спектра сигнала когерентности на высоких пространственных частотах. Величина этого эффекта существенно возрастает с увеличением оптической дефокусировки Δz .

Вклад высокочастотных пространственных структур объектного поля уменьшается при визуализации объекта, оптически дефокусированного на этапе записи голограммы. С увеличением дефокусировки расширяется диапазон подавляемых пространственных частот в сторону меньших значений – чем больше величина дефокусировки, тем более низкочастотные структуры объектного поля подавляются.

4. Сравнение результатов экспериментального исследования и численного моделирования

Теоретические зависимости α^{th} :

$$\alpha^{th}(k_r) = \frac{|\Xi(\Delta z; \omega; k_r)|}{|\Xi(\Delta z = 0; \omega; k_r)|}, \quad (17)$$

необходимые для сравнения результатов теории и эксперимента, получены при помощи численного моделирования на основании выражения (9) при $\omega = 2,98 \times 10^{15}$ рад/с ($\lambda = 632,8$ нм), $n_{im} = n_c = 1$, $M = 45,5$, $NA = 0,75$.

На рис. 6а–г представлено сравнение результатов экспериментального исследования и численного моделирования при различных величинах оптической дефокусировки Δz с использованием экспериментальных величин числовой апертуры освещения NAi .

Из рис. 6а видно, что при малой числовой апертуре освещения $NAi = 0,004$ на нормированных пространственных частотах $k_r' < 0,4$ наблюдается достаточно высокая степень сходства экспериментальных зависимо-

стей α^{exp} с теоретическими α^{th} . Зависимости α^{th} , полученные при больших значениях числовой апертуры освещения NAi , имеют сравнительно низкую степень сходства с экспериментальными зависимостями α^{exp} почти на всем интервале частот k_r (рис. 6б–г).

Возможно, это обусловлено тем, что при численном моделировании распределение интенсивности освещающего поля по апертуре системы освещения принималось равномерным – функция апертуры освещения $A_i(\omega; x_0, y_0)$ полагалась круговой [24]. Однако в эксперименте распределение средней интенсивности освещающего поля по отверстию апертурной диафрагмы системы освещения было достаточно неравномерным из-за относительно узкой индикатрисы рассеяния лазерного пучка на движущемся рассеивателе. Поэтому эффективная экспериментальная величина числовой апертуры освещения NAi^{ef} оказывалась меньше экспериментально определенной NAi . Исходя из этого, можно оценить ин-

тервал, в котором находится эффективная величина числовой апертуры освещения NAi^{ef} , как:

$$NAi - \Delta NAi_1 - \Delta NAi_2 < NAi^{ef} < NAi + \Delta NAi_1, \quad (18)$$

где ΔNAi_1 – погрешность определения эффективной величины числовой апертуры освещения NAi^{ef} , которая определяется точностью измерительного средства и, по оценкам в нашем эксперименте, примерно равна 0,002, ΔNAi_2 – погрешность измерения эффективной величины числовой апертуры освещения NAi^{ef} , определяемая неравномерностью распределения средней интенсивности освещающего поля по апертуре системы освещения.

С учетом возникающих погрешностей определения числовой апертуры освещения было проведено сравнение экспериментальных зависимостей α^{exp} с теоретическими α^{th} , полученными при эффективных значениях числовой апертуры освещения NAi^{ef} (рис. 7).

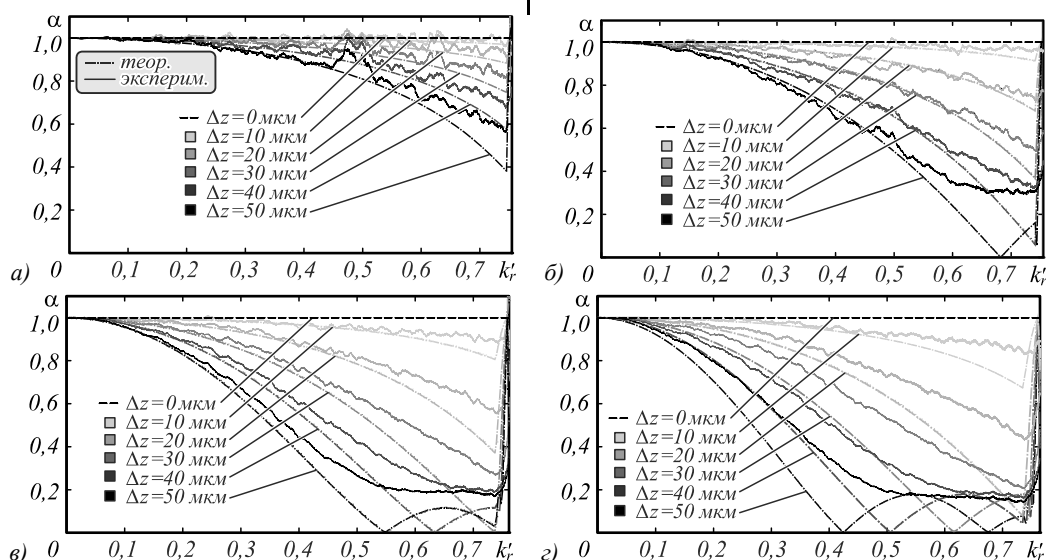


Рис. 6. Сравнение экспериментальных (сплошные) и теоретических (штрихпунктирные) зависимостей α при различных величинах дефокусировки Δz : $NAi = 0,004$ (а); $NAi = 0,008$ (б); $NAi = 0,012$ (в); $NAi = 0,016$ (г)

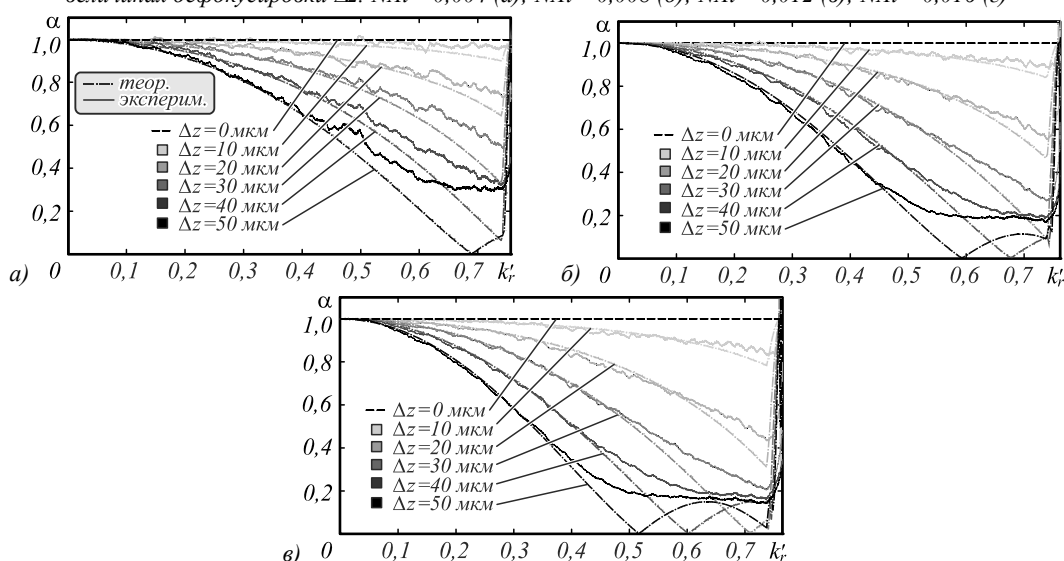


Рис. 7. Сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей α при различных величинах дефокусировки Δz : $NAi = 0,008$, $NAi^{ef} = 0,0085$ (а); $NAi = 0,012$, $NAi^{ef} = 0,011$ (б); $NAi = 0,016$, $NAi^{ef} = 0,013$ (в)

Из рис. 7а–в видно, что теоретические зависимости α^{th} , полученные при эффективных величинах числовой апертуры освещения NAi^{ef} , имеют существенно большую степень схождения с экспериментальными зависимостями α^{exp} , чем теоретические зависимости, полученные при измеренных величинах числовой апертуры освещения NAi . Но все же на высоких частотах теоретические и экспериментальные зависимости заметно отличаются. Вероятно, отличие связано с тем, что теоретическое выражение (8), полученное в паракиальном приближении, справедливо для малых углов (низких частот), тогда как часть анализируемого пространственного спектра находится за пределами паракиальной области. Наличие в теоретических зависимостях осцилляций на высоких частотах и их отсутствие в экспериментальных зависимостях может быть объяснено отличием формы распределения интенсивности освещающего поля по апертуре системы освещения, используемой при численном моделировании, от наблюдаемой в эксперименте.

Обсуждение и заключение

Экспериментальное исследование и теоретический анализ показывают, что при оптической дефокусировке изображения объекта в цифровой голографической микроскопии на пропускание с квазимонохроматическим частично пространственно когерентным освещением наблюдается эффект уменьшения модуля пространственного спектра сигнала когерентности. Сравнение нормированных зависимостей модуля пространственного спектра сигнала когерентности, полученных экспериментально при различных величинах числовой апертуры освещения NAi и оптической дефокусировки Δz , с теоретическими зависимостями, полученными при помощи численного моделирования функции Ξ , показало высокую степень соответствия.

Если в ЦГМ на пропускание в качестве сигнала системы служит сигнал когерентности, то рассмотренная в работе функция Ξ фактически является оптической передаточной функцией (ОПФ) системы. Поведение данной функции имеет сходство со свойствами ОПФ в светлопольной оптической микроскопии. В [17] показано, что в светлопольной оптической микроскопии с пространственно некогерентным (δ -коррелированным) освещением ОПФ системы равна автокорреляционной функции зрачка системы и при оптической дефокусировке спадает на высоких пространственных частотах. В ЦГМ на пропускание с пространственно некогерентным освещением $\Xi(\Delta z=0)=A \otimes A$. В [25] установлено, что в светлопольной оптической микроскопии с частично пространственно когерентным освещением для объекта со слабым контрастом ОПФ системы равна свертке функции распределения энергии на зрачке конденсора и функции зрачка изображающей системы. В ЦГМ на пропускание с частично пространственно когерентным освещением имеем $\Xi(\Delta z=0)=A \otimes A_i$. В [17] показано, что в светлопольной оптической микроскопии с когерентным освещением ОПФ системы равна функции зрачка изо-

бражающей системы. В ЦГМ на пропускание с пространственно когерентным освещением $\Xi(\Delta z=0)=A$.

Рассмотренные в настоящей работе эффекты показывают, что в цифровой голографической микроскопии на пропускание использование частично пространственно когерентного освещения, кроме положительного влияния – снижения уровня когерентных шумов в сигнале микроскопа, при определенных условиях может оказывать и отрицательное влияние, заключающееся в снижении поперечного пространственного разрешения восстанавливаемых численно сфокусированных изображений – в частности, при оптической дефокусировке изображения поверхности объекта или при визуализации объемной структуры объекта.

Благодарности

Авторы выражают благодарность А.А. Гребенюку за плодотворные консультации по теоретическим и экспериментальным вопросам работы.

Исследования выполнены за счёт гранта Российского научного фонда (проект №16-19-10528).

Литература

1. Holography: Research and technologies / ed. by J. Rosen. – Rijeka: InTech, 2011. – 466 p. – ISBN: 978-953-307-227-2.
2. Lee, K.R. Quantitative phase imaging techniques for the study of cell pathophysiology: From principles to applications / K.R. Lee, K. Kim, J. Jung, J.H. Heo, S. Cho, S. Lee, G. Chang, Y.Ju. Jo, H. Park, Y.K. Park // Sensors. – 2013. – Vol. 13, Issue 4. – P. 4170-4191. – DOI: 10.3390/s130404170.
3. Schnars, U. Digital holography and wavefront sensing / U. Schnars, C. Falldorf, J. Watson, W. Jueptner. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2015. – 225 p. – ISBN: 978-3-662-44692-8.
4. Dohet-Eraly, J. Quantitative assessment of noise reduction with partial spatial coherence illumination in digital holographic microscopy / J. Dohet-Eraly, C. Yourassowsky, A. El Mallahi, F. Dubois // Optics Letters. – 2016. – Vol. 41, Issue 1. – P. 111-114. – DOI: 10.1364/OL.41.000111.
5. Claus, D. Accuracy enhanced and synthetic wavelength adjustable optical metrology via spectrally resolved digital holography / D. Claus, G. Pedrini, D. Buchta, W. Osten / Journal of the Optical Society of America A. – 2018. – Vol. 35, Issue 4. – P. 546-552. – DOI: 10.1364/JOSAA.35.000546.
6. Mann, Ch.J. High-resolution quantitative phase-contrast microscopy by digital holography / Ch.J. Mann, L. Yu, Ch.-M. Lo, M.K. Kim // Optics Express. – 2005. – Vol. 13, Issue 22. – P. 8693-8698. – DOI: 10.1364/OPEX.13.008693.
7. Minetti, Ch. Digital holographic microscopy as a tool to study the thermal shape fluctuations of lipid vesicles / Ch. Minetti, V. Vitkova, F. Dubois, I. Bivas // Optics Letters. – 2016. – Vol. 41, Issue 8. – P. 1833-1836. – DOI: 10.1364/OL.41.001833.
8. Kalenkov, G.S. Hyperspectral holography: an alternative application of the Fourier transform spectrometer / S.G. Kalenkov, G.S. Kalenkov, A.E. Shtanko // Journal of the Optical Society of America B. – 2017. – Vol. 34, Issue 5. – P. B49-B55. – DOI: 10.1364/JOSAB.34.000B49.
9. Каленков, С.Г. Пространственно-спектральная цифровая голография микрообъектов в низкокогерентном свете / С.Г. Каленков, Г.С. Каленков, А.Е. Штанько // Радиотехника и электроника. – 2013. – Т. 58, № 12. – С. 1243-1248. – DOI: 10.7868/S0033849413120097.

10. **Kim, M.K.** Principles and techniques of digital holographic microscopy / M.K. Kim // SPIE Reviews. – 2010. – Vol. 1. – 018005. – DOI: 10.1117/6.0000006.
11. **Гребенюк, А.А.** Дефокусировка и численная фокусировка в интерференционной микроскопии с широким временным спектром поля освещения / А.А. Гребенюк, В.П. Рябухо // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 6. – С. 772-780. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-6-772-780.
12. **Dubois, F.** Improved three-dimensional imaging with a digital holography microscope with a source of partial spatial coherence / F. Dubois, L. Joannes, J.-C. Legros // Applied Optics. – 1999. – Vol. 38, Issue 34. – P. 7085-7094. – DOI: 10.1364/AO.38.007085.
13. **Dubois, F.** Partial spatial coherence effects in digital holographic microscopy with a laser source / F. Dubois, M.-L.N. Reuena, C. Minetti, O. Monnom, E. Istasse // Applied Optics. – 2004. – Vol. 43, Issue 5. – P. 1131-1139. – DOI: 10.1364/AO.43.001131.
14. **Slabý, T.** Off-axis setup taking full advantage of incoherent illumination in coherence-controlled holographic microscope / T. Slabý, P. Kolman, Z. Dostál, M. Antoš, M. Lošťák, R. Chmelík // Optics Express. – 2013. – Vol. 21, Issue 12. – P. 14747-14762. – DOI: 10.1364/OE.21.014747.
15. **Grebenyuk, A.A.** Numerical focusing in digital holographic microscopy with partially spatially coherent illumination in transmission / A.A. Grebenyuk, V.P. Ryabukho // Proceedings of SPIE. – 2014. – Vol. 9031. – 903119. – DOI: 10.1117/12.2052837.
16. **Гребенюк, А.А.** Формирование сигнала и свойства визуализации в интерференционной микроскопии : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.04.21 / Гребенюк Антон Александрович. – Саратов, 2014. – 165 с.
17. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф; пер. с англ. – М.: Наука, 1973. – 2-е изд. – 720 с.
18. **Мандель, Л.** Оптическая когерентность и квантовая оптика / Л. Мандель, Э. Вольф; пер. с англ. – М.: Физматлит, 2000. – 896 с. – ISBN: 5-9221-0073-4.
19. **Grebenyuk, A.A.** Theory of imaging and coherence effects in full-field optical coherence microscopy / A.A. Grebenyuk, V.P. Ryabukho. – In: Handbook of full-field optical coherence microscopy. Technology and applications / ed. by A. Dubois. – Singapore: Pan Stanford Publishing, 2016. – Chapter 2. – P. 53-89. – ISBN: 978-981-4669-16-0.
20. **Grebenyuk, A.A.** An off-axis digital holographic microscope with quasimonochromatic partially spatially coherent illumination in transmission / A.A. Grebenyuk, Y.V. Tarakanchikova, V.P. Ryabukho // Journal of Optics. – 2014. – Vol. 16, Issue 10. – 105301. – DOI: 10.1088/2040-8978/16/10/105301.
21. **Гребенюк, А.А.** Численная фокусировка и поле зрения в интерференционной микроскопии / А.А. Гребенюк, Д.М. Клычкова, В.П. Рябухо // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 1. – С. 28-37. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-1-28-37.
22. **Ryabukho, V.P.** Wiener-Khinchin theorem for spatial coherence of optical wave field / V.P. Ryabukho, D.V. Lyakin, A.A. Grebenyuk, S.S. Klykov // Journal of Optics. – 2013. – Vol. 15, Issue 5. – 025405. – DOI: 10.1088/2040-8978/15/2/025405.
23. **Гонсалес, Р.С.** Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р.Е. Вудс; пер. с англ. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с. – ISBN: 978-5-94836-331-8.
24. **Гудмен, Дж.** Введение в фурье-оптику / Дж. Гудмен; пер. с англ. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
25. **Маршалль, А.** Структура оптического изображения. Дифракционная теория и влияние когерентности света / А. Маршалль, М. Франсон; пер. с франц. – М.: Мир, 1964. – 295 с.

Сведения об авторах

Клычкова Дарья Михайловна, магистрант кафедры оптики и биофотоники физического факультета Саратовского государственного университета, стажер-исследователь лаборатории проблем когерентно-оптических измерений в точной механике Института проблем точной механики и управления РАН. Область научных интересов: оптическая микроскопия, интерферометрия, цифровая голография. E-mail: daryaklychkova@mail.ru.

Рябухо Владимир Петрович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры оптики и биофотоники Саратовского государственного университета и заведующий лабораторией проблем когерентно-оптических измерений в точной механике Института проблем точной механики и управления РАН. Область научных интересов: интерферометрия, голография, интерференционная микроскопия, когерентность.

E-mail: rvp-optics@yandex.ru.

ГРНТИ: 29.31.29

Поступила в редакцию 28 марта 2018 г. Окончательный вариант – 11 мая 2018 г.

SPATIAL SPECTRUM OF COHERENCE SIGNAL FOR A DEFOCUSED OBJECT IMAGE IN DIGITAL HOLOGRAPHIC MICROSCOPY WITH PARTIALLY SPATIALLY COHERENT ILLUMINATION

D.M. Klychkova^{1,2}, V.P. Ryabukho^{1,2}

¹ Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences, Saratov, Russia

² Saratov State University, Saratov, Russia

Abstract

We study the effect of a decrease in the magnitude of the coherence signal in high-frequency spatial spectrum for a defocused object image in transmission digital holographic microscopy with quasimonochromatic partially spatially coherent illumination. A theoretical description and results of the numerical simulation of the effect for a point scattering object are presented. The effect is experimentally studied by illuminating layered quasi-point scatterers with partially spatially coherent light.

ent laser light obtained using a moving scatterer. The comparison of the experimental and theory-based numerical results shows them to be in good agreement.

Keywords: interference microscopy, digital holographic microscopy, imaging, numerical focusing, spatial spectrum of hologram, partial coherence, partially spatially coherent illumination.

Citation: Klychkova DM, Ryabukho VP. Spatial spectrum of coherence signal for a defocused object images in digital holographic microscopy with partially spatially coherent illumination. *Computer Optics* 2018; 42(3): 414-423. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-414-423.

Acknowledgements: The authors express their gratitude to A.A. Grebenyuk for the valuable discussion of theoretical and experimental aspects of the work. This research was funded by a grant of the Russian Science Foundation (project No. 16-19-10528).

References

- [1] Rosen J, ed. *Holography: Research and technologies*. Rijeka: InTech; 2011. ISBN: 978-953-307-227-2.
- [2] Lee KR, Kim K, Jung J, Heo JH, Cho S, Lee S, Chang G, Jo YG, Park H, Park YK. Quantitative phase imaging techniques for the study of cell pathophysiology: From principles to applications. *Sensors* 2013; 13(4): 4170-4191. DOI: 10.3390/s130404170.
- [3] Schnars U, Falldorf C, Watson J, Jueptner W. *Digital holography and wavefront sensing*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 2015. ISBN: 978-3-662-44692-8.
- [4] Dohet-Eraly J, Yourassowsky C, El Mallahi A, Dubois F. Quantitative assessment of noise reduction with partial spatial coherence illumination in digital holographic microscopy. *Opt Lett* 2016; 41(1): 111-114. DOI: 10.1364/OL.41.000111.
- [5] Claus D, Pedrini G, Buchta D, Osten W. Accuracy enhanced and synthetic wavelength adjustable optical metrology via spectrally resolved digital holography. *J Opt Soc Am A* 2018; 35(4): 546-552. DOI: 10.1364/JOSAA.35.000546.
- [6] Mann ChJ, Yu L, Lo Ch-M, Kim MK. High-resolution quantitative phase-contrast microscopy by digital holography. *Opt Express* 2005; 13(2): 8693-8698. DOI: 10.1364/OPEX.13.008693.
- [7] Minetti C, Vitkova V, Dubois F, Bivas I. Digital holographic microscopy as a tool to study the thermal shape fluctuations of lipid vesicles. *Opt Lett* 2016; 41(8): 1833-1836. DOI: 10.1364/OL.41.001833.
- [8] Kalenkov SG, Kalenkov GS, Shtanko AE. Hyperspectral holography: an alternative application of the Fourier transform spectrometer. *J Opt Soc Am B* 2017; 34(5): B49-B55. DOI: 10.1364/JOSAB.34.000B49.
- [9] Kalenkov SG, Kalenkov GS, Shtan'ko AE. Spatiospectral digital holography of microobjects in low-coherence light. *Journal of Communications Technology and Electronics* 2013; 58(12): 1200-1204. DOI: 10.1134/S1064226913120097.
- [10] Kim MK. Principles and techniques of digital holographic microscopy. *SPIE Reviews* 2010; 1: 018005. DOI: 10.1117/6.0000006.
- [11] Grebenyuk AA, Ryabukho VP. Defocus and numerical focusing in interference microscopy with wide time-varying spectrum of illumination field [In Russian]. *Computer Optics* 2016; 40(6): 772-780. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-6-772-780.
- [12] Dubois F, Joannes L, Legros J-C. Improved three-dimensional imaging with a digital holography microscope with a source of partial spatial coherence. *Appl Opt* 1999; 38(34): 7085-7094. DOI: 10.1364/AO.38.007085.
- [13] Dubois F, Requena M-LN, Minetti C, Monnom O, Istasse E. Partial spatial coherence effects in digital holographic microscopy with a laser source. *Appl Opt* 2004; 43(5): 1131-1139. DOI: 10.1364/AO.43.001131.
- [14] Slabý T, Kolman P, Dostál Z, Antoš M, Lošťák M, Chmelík R. Off-axis setup taking full advantage of incoherent illumination in coherence-controlled holographic microscope. *Opt Express* 2013; 21(12): 14747-14762. DOI: 10.1364/OE.21.014747.
- [15] Grebenyuk AA, Ryabukho VP. Numerical focusing in digital holographic microscopy with partially spatially coherent illumination in transmission. *Proc SPIE* 2014; 9031: 903119. ISBN: 10.1117/12.2052837.
- [16] Grebenyuk AA. Signal formation and imaging properties in interference [In Russian]. The Dissertation for the Candidate's degree of Physical-Mathematical Sciences. Saratov; 2014.
- [17] Born M, Wolf E. *Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1999. ISBN: 978-0521642224.
- [18] Mandel L, Wolf E. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge: Cambridge University Press; 1995. ISBN: 978-0-521417112.
- [19] Grebenyuk AA, Ryabukho VP. Theory of imaging and coherence effects in full-field optical coherence microscopy. In Book: Dubois A, ed. *Handbook of full-field optical coherence microscopy: Technology and applications*. Chap 2. Singapore: Pan Stanford Publishing; 2016: 53-89. ISBN: 978-981-4669-16-0.
- [20] Grebenyuk AA, Tarakanchikova YV, Ryabukho VP. An off-axis digital holographic microscope with quasimono chromatic partially spatially coherent illumination in transmission. *J Opt* 2014; 16(10): 105301. DOI: 10.1088/2040-8978/16/10/105301.
- [21] Grebenyuk AA, Klychkova DM, Ryabukho VP. Numerical focusing and the field of view in interference microscopy [In Russian]. *Computer Optics* 2018; 42(1): 28-37. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-1-28-37.
- [22] Ryabukho VP, Lyakin DV, Grebenyuk AA, Klykov SS. Wiener-Khinchin theorem for spatial coherence of optical wave field. *J Opt* 2013; 15(5): 025405. DOI: 10.1088/2040-8978/15/2/025405.
- [23] Gonzalez RC, Woods RE. *Digital image processing*. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall; 2008. ISBN: 978-0-13-168728-8.
- [24] Goodman JW. *Introduction to Fourier optics*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill; 1996. ISBN: 978-0-07-024254-8.
- [25] Maréchal A, Françon M. *Diffraction, structure des images: Influence de la cohérence de la lumière*. Paris: Revue d'Optique Theorique et Instrumentale, 1960.

Author's information

Daria Mikhailovna Klychkova is a master student of Optics and Biophotonics department of Saratov State University and an Intern Researcher at the Laboratory of Problems of Coherent-Optical Measurements in Precision Mechanics of the Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences. Research interests: optical microscopy, interferometry, digital holography. E-mail: daryaklychkova@mail.ru.

Vladimir Petrovich Ryabukho, Doctor of Physical-Mathematical Sciences, Professor, is a Professor of Optics and Biophotonics department of Saratov State University and the Head of the Laboratory of Problems of Coherent-Optical Measurements in Precision Mechanics of the Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences. Research interests: interferometry, holography, interference microscopy, coherence. E-mail: rvp-optics@yandex.ru.

Received March 28, 2018. The final version – May 11, 2018.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОПУСТИМЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ РАСПОЛОЖЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ КОСМИЧЕСКОГО ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРА, ПРОЕКТИРУЕМОГО ПО СХЕМЕ ОФФНЕРА

А.А. Расторгуев¹, С.И. Харитонов^{2,3}, Н.Л. Казанский^{2,3}

¹ Акционерное общество «Ракетно-космический центр «Прогресс», Самара, Россия,

² Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника», Самара, Россия,

³ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия

Аннотация

Предложен математический аппарат, проведены исследования изображения в плоскости регистратора гиперспектрометра по схеме Оффнера, определены условные допуски на положение элементов спектрометра. Результат моделирования совместного действия погрешностей показал, что вероятность удачной сборки гиперспектрометра с соблюдением требований по качеству изображения будет не меньше 0,9.

Ключевые слова: гиперспектрометр, погрешность расположения, допуск, схема Оффнера, моделирование.

Цитирование: Расторгуев, А.А. Моделирование допустимых погрешностей расположения оптических элементов для космического гиперспектрометра, проектируемого по схеме Оффнера / А.А. Расторгуев, С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 424-431. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-424-431.

Введение

На сегодняшний день одной из перспективных концепций гиперспектральной аппаратуры является использование компактного гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера [1–8]. По данной теме проведены обширные теоретические [9, 10] и практические работы. В части практических исследована дифракционная решётка на выпуклой зеркальной поверхности, разработана и изготовлена оптомеханика, проведена юстировка оптической схемы макетного образца [11, 12]. В работе [13] рассмотрена точная калибровка гиперспектрометра, приводятся данные экспериментальных исследований.

Необходимо сказать, что конструирование компактного гиперспектрометра по схеме Оффнера, т.е. разработка конкретного варианта изделия, должна проводиться в соответствии с требованиями, обеспечивающими создание качественной аппаратуры. Одним из критериев качества конструируемых соединений данной аппаратуры является технологический показатель качества сборки. При конструировании соединений или сборок стараются достичь их точности, характеризуемой погрешностью расположения оптических элементов относительно базовых элементов. Данная погрешность, являясь результатом действия комбинаций инструментальных первичных погрешностей, называется технологической и характерна для конкретного технологического процесса производства оптического прибора.

Разработка конструкции гиперспектрального прибора должна проводиться исходя из расчётов и оценок, сделанных на проектной стадии. В частности, в рамках проектного этапа определяются предварительные требования по допустимым погрешностям расположения оптических элементов. Данные требования связаны в первую очередь с обеспечением заданных целевых характеристик оптической аппаратуры, а также качества получаемой информации с её

помощью. Полученные на проектном этапе точностные оценки предполагают их выполнение на стадиях конструирования и технологического процесса производства гиперспектральной аппаратуры.

В настоящей работе рассматриваются моделирование и оценка допустимых смещений и разворотов (или погрешностей расположения) оптических элементов гиперспектрального блока по схеме Оффнера в рамках геометрической оптики. Для моделирования использовалась математическая модель гиперспектрометра, изображённая на рис. 1, состоящая:

- из катадиоптрического телескопа с диаметром главного зеркала (ГЗ) 60 мм, вторичного зеркала (ВЗ) 30 мм и фокусным расстоянием ~300 мм;
- гиперспектрального блока по схеме Оффнера, включающего большое сферическое зеркало (БЗ) (радиус кривизны – 159,6 мм), зеркало с дифракционной решёткой (ЗсДР) (радиус кривизны – 80,6 мм) с частотой штрихов 30 лин/мм.

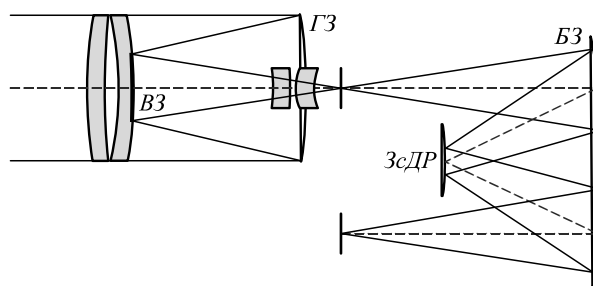


Рис. 1. Оптическая схема гиперспектрометра

Моделирование и оценка допустимых смещений и разворотов, представленные в настоящей статье, носят проектный характер и предваряют первоначальный синтез допусков на первичные погрешности. Полученные результаты призваны ограничить на этапе конструирования допустимые смещения и развороты оптических элементов спектрометра и должны обуславливать заданную точность функционирования

изделия с учётом факторов транспортировки и эксплуатации в условиях космического пространства.

1. Постановка задачи

Проектный расчёт допустимых погрешностей расположения оптических элементов производится на основе анализа влияния параметров смещения и наклонов оптических элементов на качество изображения [14].

Для этого в предметной плоскости необходимо сформировать набор точек, перекрывающих полосу захвата прибора, и провести от них трассировку монохроматических лучей в плоскость регистратора. После этого необходимо провести несколько этапов для определения допустимых погрешностей. На первом этапе необходимо оценить влияние на изображение предварительно внесённых в схему спектрометра погрешностей расположения элементов. На втором этапе – разработать ограничивающие критерии на смещения/развороты элементов. А на третьем – определить условные погрешности и дать оценку адекватности полученных результатов.

Ввиду поставленной задачи возникла необходимость дополнить представленный в работах [9, 10, 15] математический аппарат моделируемыми погрешностями расположения элементов спектрометра.

2. Математический аппарат, используемый при моделировании смещений и разворотов оптических элементов спектрометра по схеме *Оффнера* в рамках геометрической оптики

Рассмотрим моделирование погрешности расположения для спектрометрической части прибора. Анализ разновидностей технологических погрешностей показывает, что они приводят к разворотам и поступательным смещениям оптических элементов. Моделирование смещений и разворотов удобно проводить с использованием векторного подхода. Для этого глобальное пространство спектрометра удобно разбить на пространства зеркал, определив в каждом из них свой локальный базис. Матрица перехода между базисом пространства оптической системы и базисом пространства оптического элемента определяется моделируемой погрешностью.

Случай поступательного смещения

Для случая простого поступательного смещения оптического элемента (погрешности расположения), определяемого вектором $\mathbf{r}_\Delta = \mathbf{r}_\Delta(x_\Delta, y_\Delta, z_\Delta)$, компоненты направляющего вектора $\mathbf{v}$ светового луча в локальном базисе остаются теми же. Если положение точки начала направляющего вектора $\mathbf{v}$ в глобальном базисе (x_0, y_0, z_0) определяется вектором $\mathbf{R}_0$, то в локальном базисе (x', y', z') его положение определяется из соотношения:

$$\mathbf{R}'_0 = \mathbf{R}_0 - \mathbf{r}_\Delta. \quad (1)$$

Справедливо и обратное соотношение в случае перехода в базис оптической системы:

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}'_0 + \mathbf{r}_\Delta. \quad (2)$$

Случай разворота оптического элемента

В общем случае вращение базиса пространства оптического элемента вокруг некой точки пространства оптической системы удобно представить с использованием направляющего вектора, имеющего компоненты $\mathbf{e} = \mathbf{e}(e_x(\theta, \phi), e_y(\theta, \phi), e_z(\theta))$, где (θ, ϕ) – углы в сферической системе координат, и определяющего направление оси OZ оптического элемента. Использование данного подхода обусловлено тем, что вращение оптического элемента может происходить в произвольных плоскостях.

Выбор точки вращения оптического элемента определяется моделируемой погрешностью. Для моделирования децентрировки точка вращения может располагаться как в центре кривизны, так и в вершине сферической поверхности оптического элемента.

Легко заметить, что углы $\phi = \pi/2, 3\pi/2$ соответствуют поворотам в плоскости YZ , а углы $\phi = 0, \pi$ – в плоскости XZ .

Для случая погрешности разворота оптического элемента вектора локального базиса, ориентированного по направляющему вектору $\mathbf{e}$, несложно построить в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}' &= (e_x, e_y, e_z)^T, \\ \mathbf{x}' &= [\mathbf{y} \times \mathbf{z}'] = (e_z, 0, -e_x)^T, \\ \mathbf{y}' &= [\mathbf{z}' \times [\mathbf{y} \times \mathbf{z}']] = (-e_x e_y, e_x^2 + e_z^2, -e_y e_z)^T, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{y} = \mathbf{y}(0, 1, 0)^T$.

Полученные вектора нормируются:

$$\mathbf{x}' = \frac{\mathbf{x}'}{|\mathbf{x}'|}, \quad \mathbf{y}' = \frac{\mathbf{y}'}{|\mathbf{y}'|}, \quad \mathbf{z}' = \frac{\mathbf{z}'}{|\mathbf{z}'|}. \quad (4)$$

Матрица преобразования координат имеет вид:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{z}'] = \begin{bmatrix} e_z & -e_x e_y & e_x \\ 0 & e_x^2 + e_z^2 & e_y \\ -e_x & -e_y e_z & e_z \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Направляющий вектор $\mathbf{v}$ светового луча в новом базисе определяется как:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{M}^T \times \mathbf{v}. \quad (6)$$

Для положения точки начала направляющего вектора луча $\mathbf{R}_0$ в локальном базисе имеем:

$$\mathbf{R}'_0 = \mathbf{M}^{-1} \times \mathbf{R}_0. \quad (7)$$

Соответственно, справедливы обратные соотношения:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_0 &= \mathbf{M} \times \mathbf{R}'_0, \\ \mathbf{v} &= \mathbf{M} \times \mathbf{v}'. \end{aligned} \quad (8)$$

Случай разворота дифракционного зеркала

Для описания поворота дифракционного сферического зеркала дополнительно введём погрешность на отклонение направления штрихов дифракционной решётки от оси OY глобального базиса спектрометра. Допустим данная погрешность в плоскости XY задаётся

углом α или вектором $\mathbf{s} = \mathbf{s}(\sin(\alpha), 0, 0)$. Тогда вектор, определяющий направление штрихов решётки:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} + \mathbf{s}, \quad \tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{y}}(\sin(\alpha), 1, 0). \quad (9)$$

Вектора базиса, ориентированного по вектору $\mathbf{e}$, с учётом погрешности на отклонение направления штрихов решётки от оси OY строятся так же, как в формулах (3), и с учётом нормировки аналогично (4) матрица перехода будет иметь вид:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} e_z & (e_y^2 + e_z^2)\sin(\alpha) - e_x e_y & e_x \\ -e_z \sin(\alpha) & e_x^2 + e_z^2 - e_x e_y \sin(\alpha) & e_y \\ e_y \sin(\alpha) - e_x & -e_z (e_x \sin(\alpha) + e_y) & e_z \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Легко заметить, что при $\alpha = 0$ матрица перехода $\tilde{\mathbf{M}}$ для дифракционного зеркала преобразуется в матрицу $\mathbf{M}$ для поверхности обычного оптического элемента.

3. Анализ исходных параметров и результатов влияния погрешностей расположения на геометрию изображения в плоскости регистратора

Исходные параметры моделирования

Для получения точечной диаграммы, характеризующей геометрические параметры изображения, в предметной плоскости (на расстоянии 500 км) был сформирован набор точечных источников. Для того чтобы перекрыть полосу захвата гиперспектрометра, источники были расположены равномерно по оси Y направления щели спектрометра (с координатой по оси $X = 0$). В данном исследовании полоса захвата 24 км была равномерно перекрыта 9 точечными источниками с шагом в 3 км. Рассматриваемый спектральный диапазон от 400 до 900 нм был равномерно разбит с шагом в 50 нм. В плоскости регистратора гиперспектрометра для первого порядка дифракции формировалась точечная диаграмма средних значений координат по каждому из точечных источников.

Характеристика изображения в плоскости регистратора

Анализ результата моделирования показал, что спектрометрам данного типа свойственна дисторсия. Данная aberrация приводит к нарушению подобия монохроматических линий спектра и описывается как:

- изменение координаты X спектральной линии вдоль Y направления щели, выражающееся как кривизна спектральной линии (рис. 2);
- изменение координаты Y спектра вдоль направления спектральной координаты X , выражающееся как кривизна спектральной полосы (рис. 3);
- трапецидальность спектральных полос, выражающаяся как разнонаправленный наклон спектральных полос в зависимости от координаты щели (рис. 3).

В табл. 1 приведены параметры изображения, дающие полное представление о геометрических искажениях спектра изображения.

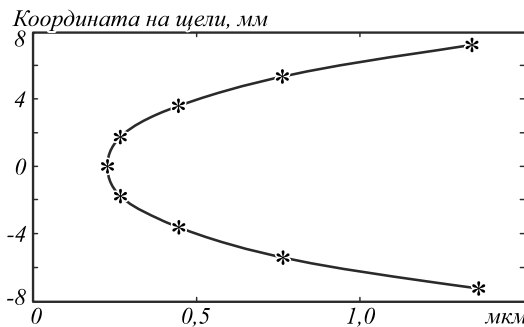


Рис. 2. Кривизна монохроматических линий спектра вдоль направления щели (рис. 1)

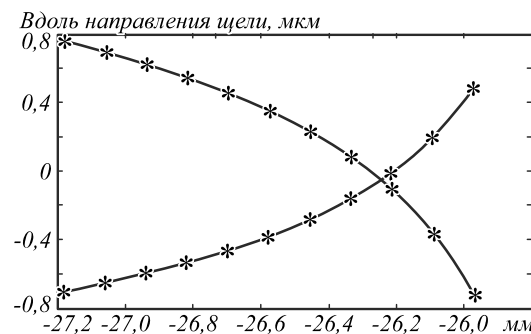


Рис. 3. Относительная кривизна и трапецидальность спектральных полос на противоположных краях щели (рис. 1)

Табл. 1. Геометрические параметры изображения

Параметр	Мин., мкм	Макс., мкм
Кривизна спектральной линии	1,116	1,259
Кривизна спектральной полосы	0,006	0,371
Трапецидальность спектральной полосы	0,001	1,483

Анализ влияния погрешностей расположения на параметры изображения

Следующим этапом исследования стала оценка влияния предварительно внесённых в оптическую схему спектрометра условных погрешностей на качество изображения в плоскости регистратора. Действие условных погрешностей описывается как смещение/разворот отдельного оптического элемента при условии того, что положение остальных элементов соответствует расчётным.

Оценка влияния относительно малых смещений и разворотов элементов спектрометра представлена в табл. 2. Необходимо отметить, что ввиду конструктивной особенности схемы спектрометра вращение зеркал вокруг собственных центров кривизны не оказало какого-либо влияния на качество изображения в плоскости регистратора и может рассматриваться исходя из задач расчёта габаритов и исключения виньетирования световых пучков.

4. Определение условных допусков и оценка адекватности полученных результатов

Исходные параметры и результаты моделирования

Для определения условных допусков [16] необходимо найти максимальные значения отклонений погрешностей расположения для каждого из зеркал спектрометра в предположении того, что все осталь-

ные параметры соответствуют расчётным. Определение условных допусков необходимо проводить с использованием ограничивающих критериев. Исходя из оценок влияния условных погрешностей расположения на параметры изображения, были выделены следующие критерии:

- по допустимому изменению размера пятна рассеяния в пределах пиксела регистратора;
- смещению изображения в плоскости регистратора;
- ортоскопии изображения.

Табл. 2. Оценка влияния условных погрешностей расположения большого зеркала (БЗ) и зеркала с дифракционной решёткой (ЗсДР) спектрометра (изменения изображения расположены по убыванию относительной величины проявления)

Смещение/вращение оптического элемента по оси / вокруг оси		Изменения изображения в плоскости регистратора спектрометра
Тип	Ось	
Смещение	ОХ	Смещение изображения по ОХ
	ОУ	Смещение изображения по ОУ
	ОZ	Увеличение пятна рассеяния
Вращение вокруг вершины	ОХ	Увеличение пятна рассеяния, смещение изображения по ОУ, увеличение трапецидальности спектральной полосы
	ОУ	Увеличение пятна рассеяния, смещение изображения по ОХ, увеличение кривизны спектральной линии
	ОZ	Только для ЗсДР Увеличение трапецидальности спектральной полосы, кривизны спектральной линии, пятна рассеяния

Критерий допустимого изменения пятна рассеяния в пределах пиксела регистратора связан с возможными aberrациями, не приводящими к ухудшению пространственной разрешающей способности гиперспектрометра. Разрешающая способность определялась по критерию анализа распределения световой энергии в плоскости регистратора от двух светящихся точек, расположенных в плоскости изображения гиперспектрометра. Критерий считался выполненным, если по всем точкам изображения величина интенсивности центрального минимума суммарного распределения не превышала 75% от меньшего из соседних максимумов. С этой целью в исходных параметрах моделирования, представленных в параграфе 3 настоящей статьи, точечные источники были дополнены соответствующими парами на необходимом расстоянии, определяющем разрешающую способность оптической системы. В данной работе были выполнены расчёты с учётом сохранения разрешающей способности гиперспектрометра – 20 м и 30 м с расстояния 500 км. В случае 20 м в плоскости изображения расстояния между максимумами ФРТ составило 12 мкм, для 30 м – 18 мкм.

Критерий допустимого смещения изображения в плоскости регистратора связан с погрешностями линейного и углового положения фотозон регистратора относительно установочных баз. Здесь в качестве

критерия выбрана типовая погрешность линейного расположения фотоприёмного устройства 100 мкм.

Критерий сохранения ортоскопии связан с допустимой дисторсией изображения в плоскости регистратора. Для случая сохранения разрешения 20 м и из расчёта шестой части расстояния между ФРТ было принято, что максимальное действие дисторсии по абсолютному значению в плоскости ХУ не должно превышать 2 мкм. Для разрешения 30 м – абсолютное действие дисторсии не более 3 мкм. Полученные результаты представлены в табл. 3, 4.

Табл. 3. Условные допуски с обеспечением разрешающей способности 20 м (вариант 1)

Элемент	Ось	Погрешность положения		Погрешность децентрировки, вокруг осей, град (с.)
		Верх. предел, мкм	Ниж. предел, мкм	
БЗ	ОХ	25	–25	0,0094 (34)
	ОУ	25	–25	0,0094 (34)
	ОZ	14	–12	–
ЗсДР	ОХ	52	–52	0,0375 (135)
	ОУ	52	–52	0,0375 (135)
	ОZ	25	–30	0,0247 (89)

Табл. 4. Условные допуски с обеспечением разрешающей способности 30 м (вариант 2)

Элемент	Ось	Погрешность положения		Погрешность децентрировки, вокруг осей, град (с.)
		Верх. предел, мкм	Ниж. предел, мкм	
БЗ	ОХ	25	–25	0,0094 (34)
	ОУ	25	–25	0,0094 (34)
	ОZ	22	–19	–
ЗсДР	ОХ	52	–52	0,0375 (135)
	ОУ	52	–52	0,0375 (135)
	ОZ	40	–46	0,0717 (258)

Из представленных результатов видно, что наиболее жёсткие требования по точности предъявляются к угловому и линейному положению большого зеркала спектрометра по оси Z (табл. 4). Высокие требования к точности углового положения дифракционного зеркала относительно оси спектрометра обусловлены сохранением надлежащего уровня ортоскопии изображения в плоскости регистратора.

Оценка адекватности полученных результатов

Наиболее точный результат оценки адекватности допусков позволяет дать метод статистического моделирования, где случайным образом выбираются значения погрешностей, распределённых в поле их допуска по заданной функции распределения. Данный метод позволяет получить допуски, соответствующие практическому опыту, а также исключить предъявление завышенных допусков к положению зеркал спектрометра. При этом наиболее разумным представляется использование здесь функции распределения Гаусса, которая, как известно, с хорошим приближением описывает законы распределения технологических погрешностей.

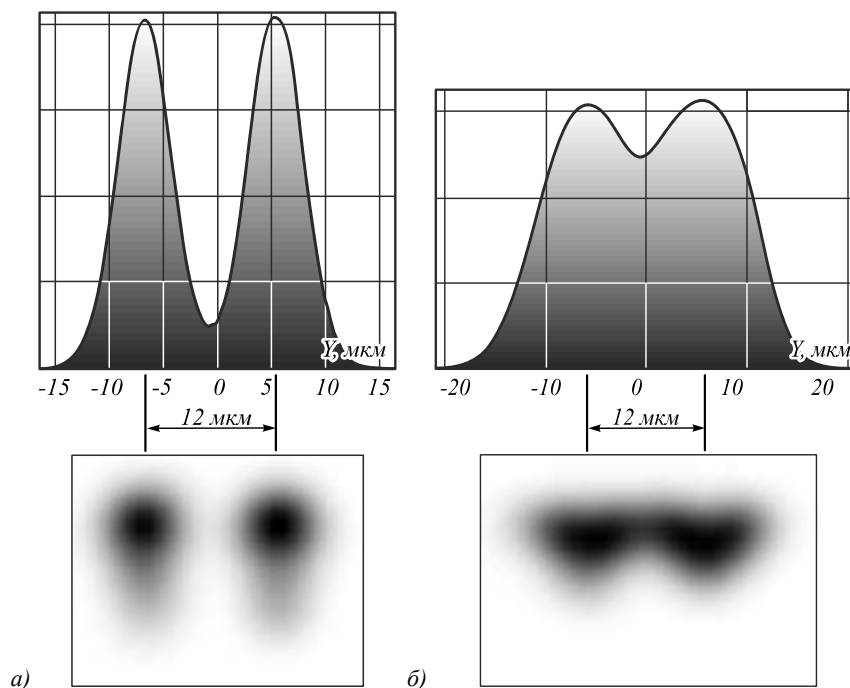


Рис. 4. Профиль (вдоль направления щели) и изображение монохроматических ФРТ (вариант 1):

без погрешности расположения (а); с погрешностью расположения БЗ (14 мкм) (б)

В данном исследовании математическое ожидание погрешностей было принято равным нулю. Предельное рассеяние (с доверительной вероятностью равной 0,997) погрешностей было принято совпадающим с границами поля допуска ($\delta = 3\sigma$). Для допусков с одинаковыми пределами использовался закон Гаусса с симметричным полем, для допусков с разными пределами – закон Гаусса с несимметричными полями. Генерация нормально распределённых независимых выборок проводилась с использованием центральной предельной теоремы. Вектор направления для случая разворотов находился в поле от 0° до 360° и имел равномерное распределение.

Результаты моделирования совместного действия погрешностей представлены в табл. 5.

Табл. 5. Результаты моделирования совместного действия погрешностей

Параметр	Вариант 1	Вариант 2
Всего итераций, шт.	1000	1000
Число удачныхборок, шт.	927	918
Число неудачныхборок, шт.	73	82
Процент удач, %	92,7	91,8
Процент неудач, %	7,3	8,2
Распределение процента неудач по критериям		
Разрешающая способность, % (шт.)	26 (19)	35 (29)
Смещение, % (шт.)	74 (54)	65 (53)
Ортоскопия, % (шт.)	0 (0)	0 (0)

Заключение

В ходе работы был предложен математический аппарат, проведены исследования изображения в

плоскости регистратора гиперспектрометра, определены условные допуски на положение элементов спектрометра. Результат моделирования совместного действия погрешностей показал, что вероятность удачной сборки гиперспектрометра с соблюдением требований по качеству изображения будет не меньше 0,9. Полученные допуски могут быть использованы как ограничения при разработке конструкции гиперспектрального блока с учётом факторов транспортировки и эксплуатации прибора в условиях космического пространства. Разработанный математический аппарат может быть использован для имитации законов распределения технологических первичных погрешностей и получения результата их влияния для конкретной конструкции гиперспектрального блока.

Благодарности

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ № 16-29-11744, № 16-29-09528 и государственного задания ИСОИ РАН (соглашение № 007-ГЗ/43363/26).

Литература

1. Mouroulis, P. Optical design of a compact imaging spectrometer for planetary mineralogy / P. Mouroulis, R.G. Sellar, D.W. Wilson // Optical Engineering. – 2007. – Vol. 46, Issue 6. – 063001. – DOI: 10.1117/1.2749499.
2. Mouroulis, P. Convex grating types for concentric imaging spectrometers / P. Mouroulis, D.W. Wilson, P.D. Maker, R.E. Muller // Applied Optics. – 1998. – Vol. 37, Issue 31. – P. 7200-7208. – DOI: 10.1364/AO.37.007200.
3. Prieto-Blanco, X. The Offner imaging spectrometer in quadrature / X. Prieto-Blanco, C. Montero-Orille, H. González-Nuñez, M.D. Mouriz, E.L. Lago, R. de la Fuente //

- Optics Express. – 2010. – Vol. 18, Issue 12. – P. 12756-12769. – DOI: 10.1364/OE.18.012756.
4. **Prieto-Blanco, X.** Analytical design of an Offner imaging spectrometer / X. Prieto-Blanco, C. Montero-Orille, B. Couce, R. de la Fuente // Optics Express. – 2006. – Vol. 14, Issue 20. – P. 9156-9168. – DOI: 10.1364/OE.14.009156.
5. **Lee, J.H.** Optical design of a compact imaging spectrometer for STSAT3 / J.H. Lee, T.S. Jang, H.-S. Yang, S.-W. Rhee // Journal of the Optical Society of Korea. – 2008. – Vol. 12, Issue 4. – P. 262-268. – DOI: 10.3807/JOSK.2008.12.4.262.
6. **Lee, J.H.** Optomechanical design of a compact imaging spectrometer for a microsatellite STSAT3 / J.H. Lee, Ch.W. Lee, Y.M. Kim, J.W. Kim // Journal of the Optical Society of Korea. – 2009. – Vol. 13, Issue 2. – P. 193-200. – DOI: 10.3807/JOSK.2009.13.2.193.
7. **Lee, J.H.** A very compact imaging spectrometer for the microsatellite STSAT3 / J.H. Lee, K.I. Kang, J.H. Park // International Journal of Remote Sensing. – 2011. – Vol. 32, Issue 14. – P. 3935-3946. – DOI: 10.1080/01431161003801328.
8. **Lee, J.H.** Flight model development of a compact imaging spectrometer for a microsatellite STSAT3 / J.H. Lee, T.S. Jang, K.I. Kang, S.-W. Rhee // Proceedings of the Optical Remote Sensing of the Environment. – 2010. – OMB3. – DOI: 10.1364/ORSE.2010.OMB3.
9. **Казанский, Н.Л.** Моделирование работы гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера, в рамках геометрической оптики / Н.Л. Казанский, С.И. Харитонов, С.И. Карсаков, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 271-280.
10. **Казанский, Н.Л.** Моделирование работы космического гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера / Н.Л. Казанский, С.И. Харитонов, Л.Л. Досколович, А.В. Павельев // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 1. – С. 70-76. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-1-70-76.
11. **Карпеев, С.В.** Исследование дифракционной решётки на выпуклой поверхности как диспергирующего элемента / С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, С.И. Харитонов // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 2. – С. 211-217. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-2-211-217.
12. **Карпеев, С.В.** Юстировка и исследование макетного образца гиперспектрометра по схеме Оффнера / С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, А.Р. Мурдагулов, М.В. Петров // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). – 2016. – Т. 15, № 1. – С. 197-206. – DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-197-206.
13. **Подлипов, В.В.** Калибровка изображающего гиперспектрометра / В.В. Подлипов, Р.В. Скиданов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 6. – С. 869-874. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-6-869-874.
14. Допуски и качество оптического изображения / М.Н. Сокольский. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отделение, 1989. – 221 с. – ISBN: 5-217-00547-5.
15. **Расторгуев, А.А.** Моделирование распределения освещённости в плоскости регистратора космического гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера / А.А. Расторгуев, С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 3. – С. 399-405. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-399-405.
16. Методы расчёта оптических систем / Г.Г. Слюсарев. – 2-е изд. – Л.: Машиностроение, 1969. – 672 с.

Сведения об авторах

Расторгуев Андрей Алексеевич, 1984 года рождения, в 2006 году окончил физический факультет Самарского государственного университета по специальности «Оптика», работает ведущим инженером-конструктором в отделе целевой эффективности и подтверждения ТТХ КК и КС, гиперспектральных комплексов, обработки и взаимодействия с потребителями информации ДЗЗ. С 2016 года обучается в аспирантуре Самарского университета. Область научных интересов: дистанционное зондирование Земли, моделирование работы гиперспектральной аппаратуры. E-mail: goto.anras@gmail.com.

Харитонов Сергей Иванович, 1961 года рождения. Доктор физико-математических наук, доцент кафедры наноинженерии, ведущий научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. 1984 г. – окончил физический факультет Самарского государственного университета. 1993 г. – защитил кандидатскую диссертацию на тему «Асимптотические методы дифракционного расчёта фокусаторов лазерного излучения». 2010 г. – защитил докторскую диссертацию на тему «Асимптотические методы расчёта дифракции когерентного электромагнитного излучения на дифракционных оптических элементах». Область научных интересов: дифракционная, квантовая оптика, физика плазмы. В списке научных работ С.И. Харитонova 87 статей, 5 авторских свидетельств и патентов.

E-mail: prognoz2007@gmail.com.

Казанский Николай Львович, 1958 года рождения. В 1981 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (1996 год), профессор, работает руководителем Института систем обработки изображений РАН – филиала Федерального научно-исследовательского центра «Кристаллография и фотоника» Российской академии наук (ИСОИ РАН), профессором кафедры технической кибернетики Самарского университета. Заведующий базовой (Самарского университета в ИСОИ РАН) кафедрой высокопроизводительных вычислений. Является членом международных научных обществ OSA, SPIE и IAPR. Н.Л. Казанский – специалист в области дифракционной оптики, математического моделирования, обработки изображений и нанофотоники. В списке научных работ Н.Л. Казанского 290 статей, 12 монографий, 53 авторских свидетельства и патента.

Страница в интернете: <http://www.ipsi.smr.ru/staff/kazanskiy.htm>. E-mail: kazanskiy@ssau.ru.

ГРПТИ: 29.31.29.

Поступила в редакцию 11 апреля 2018 г. Окончательный вариант – 26 мая 2018 г.

MODELING OF ARRANGEMENT TOLERANCES FOR THE OPTICAL ELEMENTS IN A SPACEBORNE OFFNER IMAGING HYPERSPECTROMETER

A.A. Rastorguev¹, S.I. Kharitonov^{2,3}, N.L. Kazanskiy^{2,3}

¹Joint Stock Company "Rocket and Space Center" Progress", Samara, Russia,

²Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Samara, Russia,

³Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

We propose mathematical tools and analyze the quality of an image in the detection plane of an Offner imaging hyperspectrometer, evaluating conditional tolerances for the position of the spectrometer elements. The results of modeling of a combined effect of the arrangement errors show that the probability for the hyperspectrometer to be successfully assembled in compliance with the requirements for image quality is not lower than 0.9.

Keywords: hyperspectrometer, arrangement error, tolerances, Offner scheme, modeling.

Citation: Rastorguev AA, Kharitonov SI, Kazanskiy NL. Modeling of arrangement tolerances for the optical elements in a spaceborne Offner imaging hyperspectrometer. Computer Optics 2018; 42(3): 424-431. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-424-431.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research under RFBR grants ## 16-29-11744, 16-29-09528 and under an IPSI RAS state contract (Agreement 007-Г/3/43363/26).

References

- [1] Mouroulis P, Sellar RG, Wilson DW. Optical design of a compact imaging spectrometer for planetary mineralogy. Opt Eng 2007; 46(6): 063001. DOI: 10.1117/1.2749499.
- [2] Mouroulis P, Wilson DW, Maker PD, Muller RE. Convex grating types for concentrator imaging spectrometers. Appl Opt 1998; 37(31): 7200-7208. DOI: 10.1364/AO.37.007200.
- [3] Prieto-Blanco X, Montero-Orille C, González-Núñez H, Mouriz MD, Lago EL, de la Fuente R. The Offner imaging spectrometer in quadrature. Opt Express 2010; 18(12): 12756-12769. DOI: 10.1364/OE.18.012756.
- [4] Prieto-Blanco X, Montero-Orille C, Couce B, R. de la Fuente. Analytical design of an Offner imaging spectrometer. Opt Express 2006; 14(20): 9156-9168. DOI: 10.1364/OE.14.009156.
- [5] Lee JH, Jang TS, Yang H-S, Rhee S-W. Optical Design of A Compact Imaging Spectrometer for STSAT3. Journal of the Optical Society of Korea 2008; 12(4): 262-268. DOI: 10.3807/JOSK.2008.12.4.262.
- [6] Lee JH, Lee CW, Kim YM, Kim JW. Optomechanical design of a compact imaging spectrometer for a microsatellite STSAT3. Journal of the Optical Society of Korea 2009; 13(2): 193-200. DOI: 10.3807/JOSK.2009.13.2.193.
- [7] Lee JH, Kang KI, Park JH. A very compact imaging spectrometer for the micro-satellite STSAT3. International Journal of Remote Sensing 2011; V. 32, Issue 14: 3935-3946. DOI: 10.1080/01431161003801328.
- [8] Lee JH, Jang TS, Kang KI, Rhee SW. Flight model development of a compact imaging spectrometer for a microsatellite STSAT3. Proc Optical Remote Sensing of the Environment 2010: OMB3. DOI: 10.1364/ORSE.2010.OMB3.
- [9] Kazanskiy NL, Kharitonov SI, Karsakov SI, Khonina SN. Modeling action of a hyperspectrometer based on the Offner scheme within geometric optics. Computer Optics 2014; 38(2): 271-280.
- [10] Kazanskiy NL, Kharitonov SI, Doskolovich LL, Pavelyev AV. Modeling the performance of a spaceborne hyperspectrometer based on the Offner scheme. Computer Optics 2015; 39(1): 70-76. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-1-70-76.
- [11] Karpeev SV, Khonina SN, Kharitonov SI. Study of the diffraction grating on a convex surface as a dispersive element. Computer Optics 2015; 39(2): 211-217. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-2-211-217.
- [12] Karpeev SV, Khonina SN, Murdagulov AR, Petrov MV. Alignment and study of prototypes of the Offner hyperspectrometer. Vestnik of the Samara State Aerospace University 2016; 15(1): 197-206. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-197-206.
- [13] Podlipnov VV, Skidanov RV. Calibration of an imaging hyperspectrometer. Computer Optics 2017; 41(6): 869-874. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-6-869-874.
- [14] Sokolsky MN. Tolerances and the quality of the optical image [In Russian]. Leningrad: "Mashinostroenie" Publisher; 1989. ISBN: 5-217-00547-5.
- [15] Rastorguev AA, Kharitonov SI, Kazanskiy NL. Modeling the illuminance distribution in the detection plane of a spaceborne Offner hyperspectrometer. Computer Optics 2017; 41(3): 399-405. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-399-405.
- [16] Slyusarev GG. Methods of calculating optical systems [In Russian]. Leningrad: "Mashinostroenie" Publisher; 1969.

Author's information

Andrey Alekseevich Rastorguev (b. 1984), in 2006 graduated from Physics department of Samara State University, specializing in Optics. He has been working as a leading design engineer with the Progress Center at the department of Target Efficiency and Performance Verification of Space Vehicles, Hyperspectral Complexes, and ERS Data.

Since 2016 he has been studying at a post-graduate course of Samara University. Areas of scientific interests: earth remote sensing, modeling of hyperspectral equipment. E-mail: goto.anras@gmail.com.

Sergey Ivanovich Kharitonov, leading researcher of Diffractive Optics laboratory in the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Doctor of Physical and Mathematical Sciences. 1984 – graduated from Physics department of Samara State University. 1993 – defended his dissertation “Asymptotic methods of calculation of the diffraction of laser radiation focuser”. 2010 – defended his doctoral thesis on “Asymptotic methods for calculating the diffraction of coherent electromagnetic radiation in diffractive optical elements”. Research interests: diffraction, quantum optics, plasma physics. His list of publications contains 87 research articles and 5 patents. E-mail: prognoz2007@gmail.com.

Nikolay Lvovich Kazanskiy (b. 1958), graduated with honors (1981) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University), majoring in Applied Mathematics. He received his Candidate in Physics & Maths (1988) and Doctor in Physics & Maths (1996) degrees from Samara University. He is the director of Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), also holding a part-time position of a professor at Technical Cybernetics sub-department of Samara University, holding the chair at the sub-department of High-Performance Computing at IPSI RAS. He is an OSA-, SPIE- and IAPR-member. He is co-author of 290 scientific papers, 12 monographs, 53 inventions and patents. His current research interests include diffractive optics, mathematical modeling, image processing, and nanophotonics.

Website: <http://www.ipsi.smr.ru/staff/kazanskiy.htm>. E-mail: kazanskiy@ssau.ru.

Received April 11, 2018. The final version – May 26, 2018.

СРАВНЕНИЕ ФОКУСИРОВКИ КОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ ДЕБАЯ

С.Н. Хонина^{1,2}, А.В. Устинов¹, С.Г. Волотовский¹¹Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника», Самара, Россия,²Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

Рассмотрены различные типы импульсов и свойства их частотных спектров. Расчёты показали, что существенное различие между импульсами начинается только при очень малых длительностях (менее периода осцилляции). В этом случае импульс Гаусса становится нефизичным и нужно использовать другие типы импульсов, например, импульс Пуассона. Выполнено сравнительное моделирование фокусировки коротких импульсов апланатическим объективом при различных состояниях поляризации и порядках вихревой сингулярности в приближении Дебая. Показано, что для субциклического импульса Пуассона, имеющего значительную энергию в высоких частотах, состояние поляризации и наличие вихревой фазовой сингулярности существенно влияет на распределение в фокальной области.

Ключевые слова: короткие импульсы, частотный спектр, фокусировка импульсов, острая фокусировка, апланатический объектив, приближение Дебая.

Цитирование: Хонина, С.Н. Сравнение фокусировки коротких импульсов в приближении Дебая / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, С.Г. Волотовский // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 432–446. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-432-446.

Введение

Проблема использования коротких импульсов в системах телекоммуникаций [1–4] очень актуальна на сегодняшний день. В статье [1] рассматриваются управляемые пространственно-временные нелинейные эффекты в многомодовых волокнах для систем телекоммуникаций следующего поколения с использованием ультракоротких импульсов. В работе [2] представлено использование 70-фс оптического лазера в телекоммуникациях. Статья [3] показывает мировое распространение петаваттных лазеров. Работа [4] представляет собой исследование поведения сверхкоротких импульсов в многопроводных структурах.

Фокусировка коротких импульсных пучков [5–11] также используется в различных приложениях, таких как обработка материалов [12–17], спектроскопия [18], филаментация [19, 20], формирование наномасштабных структур [21–25], оптический захват и манипулирование [26, 27].

Для описания ультракоротких импульсов использовались разные модели. В нескольких работах используется сложная модель источника с потенциалом Герца [5, 6]. В другом подходе используются векторный и скалярный потенциалы для вывода аналитических выражений для полей сверхкоротких лазерных импульсов [7, 8]. Было обнаружено, что суперпозиция различных частотных Гауссовых пучков даёт тот же результат, что и дифференциальный подход [9]. Однако Гауссово распределение не может быть применено в случае ультракоротких импульсов, так как не обеспечивает отсутствие отрицательных частот [7]. Чтобы избежать такой ситуации, рассматривают частотно-взвешенный Гауссов спектр [8, 28], а также Пуассоновский частотный спектр [7, 9, 29, 30]. При этом увеличивается вклад высоких частот, и происходит относительное уменьшение размера фокального пятна [5, 8]. В работе [31] также был рассмотрен импульс типа Лоренца.

В данной работе рассмотрены различные типы импульсов и свойства их частотных спектров. Иссле-

дование сосредоточено на различиях, которые возникают при очень коротких длительностях (менее периода осцилляции). В этом случае спектр импульса Гаусса может включать отрицательные частоты, поэтому рассматриваются другие типы (частотно-взвешенный Гауссов импульс, импульс Пуассона), свободные от данного недостатка.

Исследовано влияние типа короткого импульса на уменьшение размера фокального пятна при острой фокусировке в приближении Дебая [32] для вихревых пучков при различных поляризационных состояниях. Такое исследование имеет значение для приложений остросфокусированных лазерных пучков, сочетающих фазовую и поляризационную сингулярность.

1. Исследование спектральных свойств различных импульсов

Распределение по частотам (частотный спектр) вычисляется как преобразование Фурье от временного импульса:

$$A(\omega) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} A(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau, \quad (1)$$

где $A(\tau)$ – функция импульса от времени, $\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ – рассматриваемый временной диапазон, зависит от длительности импульса.

Рассмотрим и сравним различные типы импульсов: Гауссов, Пуассона, Лоренца, Гауссов с частотно-взвешенным спектром.

1.1. Гауссов импульс

$$A_G(\tau) = \exp\left(-(\tau - \tau_0)^2 / \sigma_\tau^2\right) \exp(-i\omega_0\tau), \quad (2)$$

где σ_τ – длительность импульса, τ_0 – сдвиг по времени, который позволяет начать отсчёт с нулевого значения по времени, $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ – базовая частота, λ_0 – базовая длина волны, $c = 0,299$ мкм/фс – скорость света.

Соответствующий частотный спектр (1) импульса (2) можно вычислить аналитически, расширив временной диапазон до бесконечных пределов:

$$A_G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_0)^2}{\sigma_\tau^2}\right) \exp(-i\omega_0\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau =$$

$$= \sqrt{\pi}\sigma_\tau \exp(i(\omega - \omega_0)\tau_0) \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_0)^2 \sigma_\tau^2}{4}\right). \quad (3)$$

Выражение (3) соответствует Гауссову частотному распределению, сдвинутому от нуля на базовую частоту ω_0 . Ширина спектра обратно пропорциональна длительности импульса $\sigma_\omega = 2/\sigma_\tau$. Для очень коротких импульсов ширина спектра может оказаться настолько большой, что часть его будет приходиться на отрицательные частоты (рис. 1).

На рис. 1 показан вид Гауссова импульса при $\tau_0 = 50$ фс и его частотного спектра для базовой частоты $\omega_0 = 1,88$ фс⁻¹ (длина волны $\lambda_0 = 1$ мкм) при различной длительности импульса σ_τ .

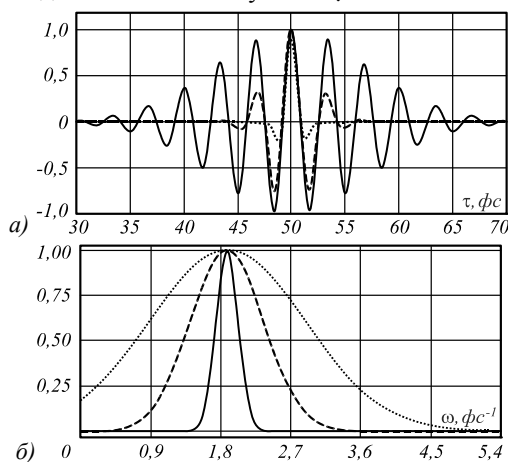


Рис. 1. Вид Гауссова импульса (а) и амплитуда его частотного спектра (б) при различной длительности импульса: $\sigma_\tau = 10$ фс (сплошная линия), $\sigma_\tau = 3$ фс (пунктирная линия), $\sigma_\tau = 1$ фс (точечная линия)

Как видно из рис. 1, частотный спектр уширяется с уменьшением длительности импульса и, когда длительность становится меньше периода осцилляций, начинает заходить в отрицательные частоты. Данная ситуация не является физической, и, чтобы её избежать, часть спектра с отрицательными частотами игнорируют.

Заметим, в некоторых приложениях желательно, чтобы лазерные импульсы удовлетворяли условию отсутствия сил связи («net-force») [33], т.е. интеграл по времени в бесконечных пределах от импульса должен быть равен нулю:

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} A(\tau) d\tau = 0. \quad (4)$$

Гауссов импульс этому условию не удовлетворяет:

$$\eta_G = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_0)^2}{\sigma_\tau^2}\right) \exp(-i\omega_0\tau) d\tau =$$

$$= \sqrt{\pi}\sigma_\tau \exp(-i\omega_0\tau_0) \exp\left(-\frac{\omega_0^2 \sigma_\tau^2}{4}\right) \neq 0. \quad (5)$$

Поэтому рассматривают другие математические модели коротких импульсов.

1.2. Гауссов импульс с частотно-взвешенным спектром

Чтобы решить проблему отрицательных частот, можно использовать спектр Гауссова импульса (3), взвешенный на частоту в некоторой степени:

$$A_{G,n}(\omega) = \omega^n A_G(\omega). \quad (6)$$

Вычислить соответствующий такому спектру импульс можно с помощью обратного преобразования Фурье:

$$A_{G,n}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{\max}} A_{G,n}(\omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega. \quad (7)$$

С учётом сдвига спектра на ω_0 можно расширить пределы интегрирования до бесконечных. Если значение n – целое неотрицательное число, то интеграл (7) вычисляется аналитически с использованием формулы:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \exp(-px^2 - qx) dx =$$

$$= (-1)^n \sqrt{\frac{\pi}{p}} \cdot \frac{d^n}{dq^n} \exp\left(\frac{q^2}{4p}\right). \quad (8)$$

Если нижний предел в (7) оставить равным нулю, то аналитическое выражение можно получить и для некоторых нецелых n , но формулы даже для целых n будут существенно сложнее.

Импульс, соответствующий спектру (6), будет иметь следующий вид:

$$A_{G,n}(\tau) = \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_0)^2}{\sigma_\tau^2}\right) \exp(-i\omega_0\tau) P_n(\tau), \quad (9)$$

где $P_n(\tau)$ – многочлен степени n . В частности,

$$P_0(\tau) = 1,$$

$$P_1(\tau) = -\frac{2i}{\sigma_\tau^2} (\tau - \tau_0) + \omega_0,$$

$$P_2(\tau) = \frac{2}{\sigma_\tau^2} \left(-\frac{2}{\sigma_\tau^2} (\tau - \tau_0)^2 - 2i\omega_0 (\tau - \tau_0) + \frac{\omega_0^2 \sigma_\tau^2}{2} + 1 \right). \quad (10)$$

На рис. 2 показан вид частотно-взвешенного Гауссова спектра (6) для $n = 0, 1, 2$ и соответствующие импульсы (7) длительностью $\sigma_\tau = 1$ фс.

Как видно из рис. 2а, умножение на частоту в некоторой степени смещает спектр в сторону высоких частот. В этом случае базовая частота также увеличивается. Однако существенного увеличения энергии в области высоких частот не наблюдается.

1.3. Импульс Лоренца

В работе [34] среди различных импульсов упоминался импульс Лоренца:

$$A_L(\tau) = \frac{1}{1 + (\tau/\Delta\tau)^2} \exp(-i\omega_0\tau). \quad (11)$$

Соответствующий спектр имеет следующий вид:

$$A_L(\omega) = \pi \Delta\tau \exp(-|\omega - \omega_0| \Delta\tau). \quad (12)$$

Как видно из выражения (12), спектр симметричен относительно базовой частоты. Можно обнулить отрицательные частоты:

$$A_{Lp}(\omega) = A_L(\omega)u(\omega), \quad (13)$$

где

$$u(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega > 0, \\ 0, & \omega \leq 0. \end{cases} \quad (14)$$

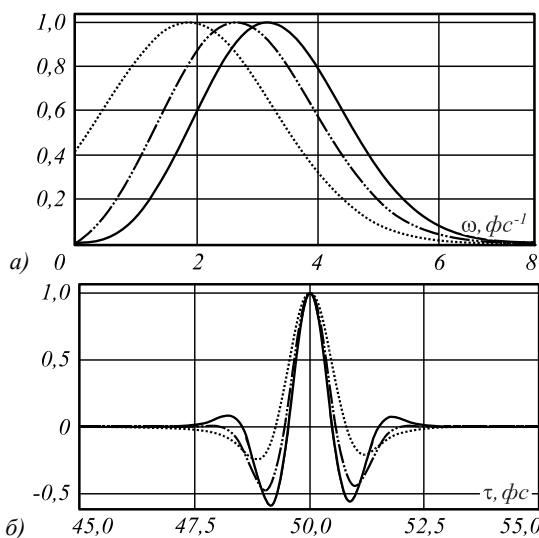


Рис. 2. Вид амплитуды частотно-взвешенного Гауссова спектра (а) и соответствующие импульсы длительностью $\sigma\tau = 1$ фс (б) при различных значениях степени частоты: $n = 0$ (обычный Гауссов импульс, точечная линия), $n = 1$ (спектр, взвешенный на частоту, штрихпунктирная линия), $n = 2$ (спектр, взвешенный на квадрат частоты, сплошная линия)

Тогда соответствующий импульс будет иметь следующий вид:

$$A_{L^*}(\tau) = \left[\frac{1}{1 + (\tau/\Delta\tau)^2} - \frac{\Delta\tau}{2} \cdot \exp(-\omega_0 \Delta\tau) \frac{\exp(i\omega_0 \tau)}{\Delta\tau - i\tau} \right] \times \exp(-i\omega_0 \tau) = \frac{\exp(-i\omega_0 \tau)}{1 + (\tau/\Delta\tau)^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\exp(-\omega_0 \Delta\tau)}{1 - i(\tau/\Delta\tau)}. \quad (15)$$

В данном случае импульс стал физическим, но появилось добавочное слагаемое, которое невелико, но имеет меньшую скорость убывания, чем основное слагаемое.

На рис. 3 показан вид импульса Лоренца (11) при $\tau_0 = 50$ фс и его частотного спектра для базовой частоты $\omega_0 = 1,88$ фс⁻¹ при различной длительности импульса $\Delta\tau$.

Как видно из рис. 3б, данный вид импульса также не гарантирует отсутствия отрицательных частот в спектре для ультракоротких импульсов.

Заметим, что если в (15) положить $\omega_0 = 0$, то получим следующее выражение:

$$A_{L^*}(\tau) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + i(\tau/\Delta\tau)}. \quad (16)$$

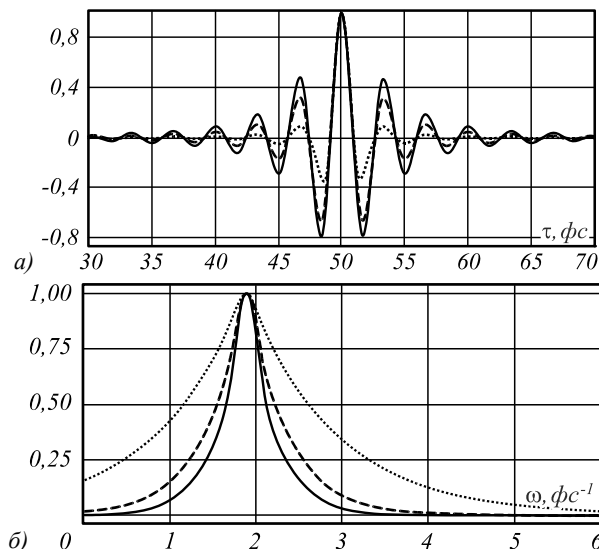


Рис. 3. Вид импульса Лоренца (11) (а) и амплитуда его частотного спектра (б) при различной длительности импульса: $\Delta\tau = 20$ фс (сплошная линия), $\Delta\tau = 5$ фс (пунктирная линия), $\Delta\tau = 1$ фс (точечная линия)

Такую функциональную зависимость можно обобщить, что рассматривается в следующем пункте.

1.4. Импульс Пуассона

В работе [9] был рассмотрен импульс вида:

$$A_P(\tau) = \left(\frac{i\Delta\tau}{\tau + i\Delta\tau} \right)^\alpha, \quad (17)$$

где параметры α и $\Delta\tau$ определяют длительность импульса (полуширина по уровню $1/e$ модуля импульса):

$$T = \Delta\tau \sqrt{\exp\left(\frac{2}{\alpha}\right) - 1}. \quad (18)$$

В работе [9] для импульса (17) был выписан спектр следующего вида:

$$A_P(\omega) = \left[\frac{\pi(\Delta\tau)^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \right] |\omega|^{\alpha-1} \exp(-|\omega| \Delta\tau). \quad (19)$$

где $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция.

Однако (19) не является Фурье-образом (17). В частности, выражению (19) должна соответствовать действительная функция.

Рассмотрим спектр типа распределения Пуассона, который близок к выражению (19):

$$A_{P^*}(\omega) = 2 \left[\frac{\pi(\Delta\tau)^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \right] \omega^{\alpha-1} \exp(-\omega \Delta\tau) u(\omega). \quad (20)$$

Спектру (20) соответствует импульс:

$$A_{P^*}(\tau) = \left(\frac{-i\Delta\tau}{\tau - i\Delta\tau} \right)^\alpha, \quad (21)$$

который комплексно сопряжён импульсу (17).

Пик спектра (20) будет наблюдаться на частоте:

$$\omega_m = \frac{\alpha - 1}{\Delta\tau}. \quad (22)$$

Чтобы сравнить этот импульс с Гауссовым, нужно согласовать их по длительности, т.е. согласовать T и σ_τ . Для чего желательно в (18) оставить один параметр, например, $\Delta\tau$, а второй зафиксировать.

Для $\alpha = 2/\ln 2 \approx 2,88$ получаем простое соотношение $T = \Delta\tau$. Однако для малых длительностей импульса удобнее использовать большие значения α . Это также следует из (18): $\exp(2/\alpha) = (T/\Delta\tau)^2 + 1$, т.е. $T \rightarrow 0$. Поэтому нельзя использовать фиксированное значение какого-либо параметра.

В данной работе, чтобы учесть сдвиг по времени и базовую частоту, аналогично импульсу Гаусса (2), будем использовать следующее выражение, которое будем называть импульсом Пуассона первого типа:

$$A_P(\tau) = \left(\frac{i\Delta\tau}{(\tau - \tau_0) + i\Delta\tau} \right)^\alpha \exp(-i\omega_0\tau). \quad (23)$$

Заметим, что похожее на (23) выражение только при $\alpha = 1$ использовалось в работе [31] и называлось импульсом Лоренца:

$$A_L(\tau) = A_0 \left(\frac{T}{T - i\tau} \right) \exp(-i\omega_0\tau). \quad (24)$$

Выражение (24) отличается от (23) множителем, а также меньшей общностью из отсутствия степени α .

Выражение (24) также с точностью до множителя соответствует импульсу (17). Таким образом, физически реализуемый импульс Лоренца (17) или (24) – это частный случай импульса Пуассона первого типа (23).

На рис. 4 показан вид импульса Пуассона (23) при $\tau_0 = 50$ фс и его частотного спектра для базовой частоты $\omega_0 = 1,88$ фс⁻¹ при различной длительности импульса $\Delta\tau$. Чтобы согласовать результаты с Гауссовым импульсом, параметры α и $\Delta\tau$ нужно выбирать так, чтобы длительность была близка к Гауссову импульсу, а максимальная частота на основе формулы (22) была примерно одинаковой. Однако это сделать сложно, поэтому был зафиксирован параметр $\alpha = 10$, а за счёт $\Delta\tau$ менялась длительность импульса.

Как видно из рис. 4б, проблемы отрицательных частот в спектре для ультракоротких импульсов Пуассона (23) остаются. При этом спектр смещается в зону низких частот, т.е. базовая частота не сохраняется, но гарантируется наличие высоких частот не выше максимальной (22).

Заметим, что спектр на рис. 4 имеет резкий спад справа от максимума, в отличие от теоретического спектра (20), который должен гарантировать отсутствие отрицательных частот. Это связано с тем, что импульс вида (23) является аналогом (17), а не (21). Напомним, что импульсы (17) и (21) являются комплексно-сопряжёнными, а, следовательно, их спектры будут зеркально симметричными. Т.е. спектр на рис. 4 является симметричным отражённым относительно максимальной частоты (22). Таким образом, операция комплексного сопряжения импульса является нетривиальной операцией в физическом смысле.

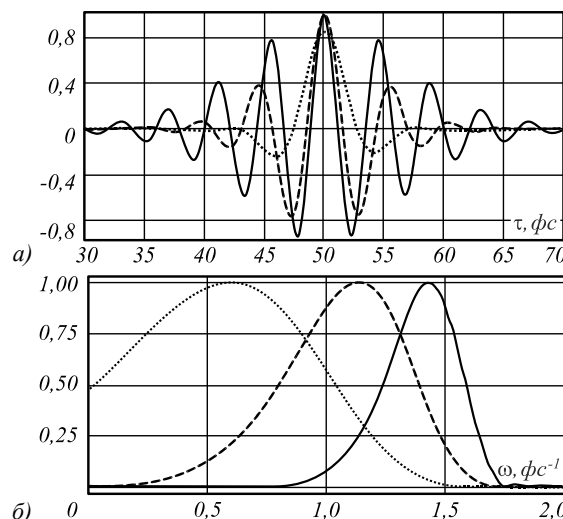


Рис. 4. Вид импульса Пуассона (23) при $\alpha = 10$ (а) и амплитуда его частотного спектра (б) при различной длительности импульса: $\Delta\tau = 20$ фс (сплошная линия), $\Delta\tau = 12$ фс (пунктирная линия), $\Delta\tau = 7$ фс (точечная линия)

Как следует из предыдущих рассуждений, импульс вида (23) неудобен для использования, так как трудно подобрать подходящее соотношение длительности импульса и максимальной частоты. Довольно удобное для расчётов выражение для импульса Пуассона было использовано в работе [29]:

$$A_{P_2}(\tau) = \left(1 - \frac{i\omega_0\tau}{s} \right)^{-(s+1)}, \quad (25)$$

где длительность импульса определялась по формуле:

$$T = \sqrt{2s}/\omega_0. \quad (26)$$

Удобство представления (25) состоит в явном наличии базовой частоты ω_0 как параметра (который можно зафиксировать) и возможности варьировать длительность импульса за счёт одного параметра s .

Можно показать, что импульс вида (25) приводит к виду (17) следующей заменой:

$$\begin{aligned} \Delta\tau &= s/\omega_0, \\ \alpha &= s + 1. \end{aligned} \quad (27)$$

Подставив эти выражения в формулу (22), получим, что максимум спектра будет наблюдаться на частоте $\omega_m = \omega_0$. Если же подставить выражения (27) в (18), получим длительность импульса (25) как полуширину по уровню $1/e$ модуля:

$$T = \frac{s}{\omega_0} \sqrt{\exp\left(\frac{2}{s+1}\right) - 1}, \quad (28)$$

что совпадает с (18) при больших s :

$$T \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{s}{\omega_0} \sqrt{\frac{2}{s+1}} \approx \frac{\sqrt{2s}}{\omega_0}. \quad (29)$$

Так как импульс вида (25) аналогичен (17), то, как было замечено при анализе рис. 4, спектр (в конвенции (1)) будет заходить в отрицательные частоты. Поэтому далее мы будем использовать сдвинутый и

комплексно-сопряжённый аналог (25), который будем называть импульсом Пуассона второго типа:

$$A_{P_2^*}(\tau) = \left(1 + \frac{i\omega_0(\tau - \tau_0)}{s}\right)^{-(s+1)}. \quad (30)$$

На рис. 5 показаны для сравнения импульс Гаусса и импульс Пуассона второго типа (30) с примерно одинаковой длительностью $\sigma\tau = 1$ фс. Чтобы получить такое соответствие, параметр s был выбран равным $s = (\omega_0\sigma\tau)^2/2 \approx 2$.

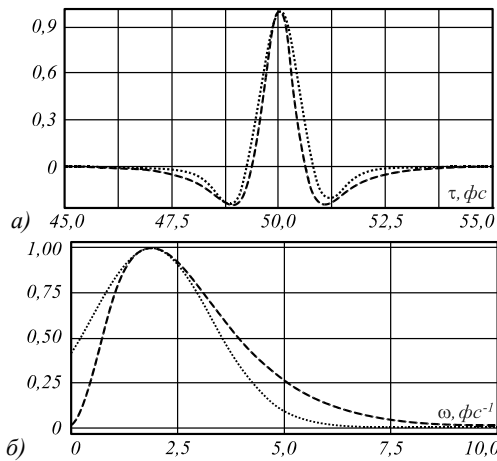


Рис. 5. Вид Гауссова импульса (2) (точечная линия) и импульса Пуассона (30) (пунктирная линия) при длительности $\sigma\tau = 1$ фс (а), а также амплитуды соответствующих частотных спектров (б)

Как видно из рис. 5б, частотный спектр импульса Пуассона (30) не имеет отрицательных частот, максимум не смещается от базовой частоты, но имеет больше энергии в области высоких частот, чем Гауссов спектр. Импульс Пуассона довольно близок по форме к импульсу Гаусса, но медленнее «спадает» (приближается к нулевым значениям). Это означает, что импульсы Пуассона должны разделяться большим временным интервалом, чем импульсы Гаусса.

Кроме отсутствия отрицательных частот, импульс Пуассона обладает ещё одним важным свойством – удовлетворяет условию (4), т.е. интеграл от импульса по времени равен нулю:

$$\begin{aligned} \eta_P &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{i\omega_0(\tau - \tau_0)}{s}\right)^{-(s+1)} d\tau = \\ &= \left[x = \frac{\omega_0\tau}{s}\right] = \frac{s}{\omega_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+ix)^{(s+1)}} = \\ &= \frac{s}{\omega_0} \cdot \frac{1}{is} \cdot \frac{1}{(1+ix)^s} \Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{1}{i\omega_0} \cdot \frac{(1-ix)^s}{(1+x^2)^s} \Big|_{-\infty}^{\infty} = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

2. Расчёт поля в фокусе в приближении Дебая

Рассмотрим влияние типа короткого импульса на размер фокального пятна при острой фокусировке с помощью апланатического объектива в приближении Дебая [32]. Наиболее интересными для рассмотрения

являются Гауссов импульс (2), так как он часто используется при теоретическом анализе, и импульс Пуассона второго типа (30), как корректно удовлетворяющий физическим свойствам коротких пучков.

Для вихревого поля $B(\theta, \phi) = R(\theta) \exp(im\phi)$, имеющего также заданное распределение по частотам $A(\omega)$, распределение в фокальной области в приближении Дебая определяется следующим выражением [35]:

$$\begin{aligned} E(\rho, \phi, z, \omega) &= -\frac{i\omega f}{2\pi c} A(\omega) \int_0^\alpha R(\theta) T(\theta) Q_m(\rho, \phi, \theta) \times \\ &\times \sin \theta \exp\left(i \frac{\omega}{c} n(\omega) z \cos \theta\right) d\theta, \end{aligned} \quad (32)$$

где θ – азимутальный угол, соответствующий радиальной координате по правилу $r = f \sin \theta$, f – фокусное расстояние фокусирующей системы, $\sin \alpha$ – числовая апертура системы, $T(\theta) = \sqrt{\cos \theta}$ – функция аподизации зрачка для апланатического объектива.

Вектор $Q_m(\rho, \phi, \theta)$ зависит от порядка оптического вихря и типа поляризации падающего пучка ($t = \omega\rho \sin \theta/c$) [35]:

– для линейной x -поляризации:

$$\begin{aligned} Q_m^{lin-x}(\rho, \phi, \theta) &= i^m e^{im\phi} \times \\ &\times \begin{bmatrix} J_m(t) + \frac{1}{4} [2J_m(t) - e^{i2\phi} J_{m+2}(t) - e^{-i2\phi} J_{m-2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ \frac{i}{4} [e^{i2\phi} J_{m+2}(t) - e^{-i2\phi} J_{m-2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ -\frac{i}{2} [e^{i\phi} J_{m+1}(t) - e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \sin \theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (33)$$

– для круговой поляризации (верхний знак для «+», нижний – для «-»):

$$\begin{aligned} Q_m^{circ\pm}(\rho, \phi, \theta) &= \frac{i^m e^{im\phi}}{\sqrt{2}} \times \\ &\times \begin{bmatrix} J_m(t) + \frac{1}{2} [J_m(t) - e^{\pm i2\phi} J_{m\pm 2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ \pm i \left\{ J_m(t) + \frac{1}{2} (J_m(t) + e^{\pm i2\phi} J_{m\pm 2}(t)) (\cos \theta - 1) \right\} \\ \mp i e^{\pm i\phi} J_{m\pm 1}(t) \sin \theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (34)$$

– для радиальной поляризации:

$$\begin{aligned} Q_m^{rad}(\rho, \phi, \theta) &= \frac{i^m e^{im\phi}}{2} \times \\ &\times \begin{bmatrix} i [e^{i\phi} J_{m+1}(t) - e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \cos \theta \\ [e^{i\phi} J_{m+1}(t) + e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \cos \theta \\ -2J_m(t) \sin \theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (35)$$

– для азимутальной поляризации:

$$Q_m^{az}(\rho, \phi, \theta) = \frac{i^m e^{im\phi}}{2} \begin{bmatrix} -[e^{i\phi} J_{m+1}(t) + e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \\ i [e^{i\phi} J_{m+1}(t) - e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Поле (32) в зависимости от времени вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z, t) = \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \mathbf{E}(\rho, \varphi, z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (37)$$

где $\omega \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ – диапазон учитываемых частот.

В расчётах в качестве фокусируемого поля рассматривалось Гауссово распределение (для линейной и круговой поляризации):

$$R_G(\theta) = \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{2 \sin^2 \theta_\sigma}\right), \quad (38)$$

взвешенное Гауссово распределение (для радиальной и азимутальной однородных поляризаций):

$$R_{Gr}(\theta) = \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{2 \sin^2 \theta_\sigma}\right), \quad (39)$$

а также кольцевое распределение:

$$R_{rng}(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta < \theta_r, \\ 1, & \theta_r \leq \theta \leq \alpha. \end{cases} \quad (40)$$

В случае пространственного распределения в виде узкого периферийного кольца (40) удобно выполнять теоретический анализ, так как интеграл (32) приблизительно равен подынтегральному выражению при $\theta = \theta_0 = \theta_r + (\alpha - \theta_r)/2$:

$$\mathbf{E}_{rng}(\rho, \varphi, z, \omega) \approx -\frac{i\omega f}{2\pi c} A(\omega) \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0) \times \sqrt{\cos \theta_0} \sin \theta_0 \exp\left(i \frac{\omega}{c} n(\omega) z \cos \theta_0\right). \quad (41)$$

Поле в фокальной области в зависимости от времени вычисляется с использованием выражения (37):

$$\mathbf{E}_{rng}(\rho, \varphi, z, t) \approx -\frac{if}{2\pi c} \sqrt{\cos \theta_0} \sin \theta_0 \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \omega A(\omega) \times \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0) \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c} n(\omega) \cos \theta_0\right)\right] d\omega. \quad (42)$$

Для Гауссова импульса в (42) можно использовать частотный спектр (3):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{rng}(\rho, \varphi, z, t) &\approx \\ &\approx \frac{i\sqrt{\pi}\sigma_\tau f}{2\pi c} \sqrt{\cos \theta_0} \sin \theta_0 \exp(-i\omega_0 \tau_0) \times \\ &\times \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \omega \exp\left[-\frac{\sigma_\tau^2}{4}(\omega - \omega_0)^2\right] \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0) \times \\ &\times \exp\left[-i\omega\left(t - \tau_0 - \frac{z}{c} n(\omega) \cos \theta_0\right)\right] d\omega. \end{aligned} \quad (43)$$

Для длинных импульсов

$$\exp\left[-\frac{\sigma_\tau^2}{4}(\omega - \omega_0)^2\right] \xrightarrow{\sigma_\tau \rightarrow \infty} \frac{\delta(\omega - \omega_0)}{\sigma_\tau}, \quad (44)$$

т.е. частотный спектр стремится к дельта-функции.

Тогда вместо интеграла в (43) можно использовать подынтегральное выражение:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{rng}(\rho, \varphi, z, t) &\approx \\ &\approx \frac{i\sqrt{\pi}\omega_0 f}{2\pi c} \sqrt{\cos \theta_0} \sin \theta_0 \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0) \times \\ &\times \exp\left[-i\omega_0\left(t - \frac{z}{c} n(\omega_0) \cos \theta_0\right)\right]. \end{aligned} \quad (45)$$

Интенсивность такого поля будет пропорциональна сумме интенсивностей компонент вектора $\mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0)$ и будет существенно зависеть от состояния поляризации.

Для коротких импульсов

$$\exp\left[-\frac{\sigma_\tau^2}{4}(\omega - \omega_0)^2\right] \xrightarrow{\sigma_\tau \rightarrow 0} 1, \quad (46)$$

частотный спектр стремится к постоянной величине.

Тогда поле в фокальной области будет сложнее, но также будет зависеть от состояния поляризации, а отдельные компоненты будут представлять собой интегралы следующего вида:

$$\begin{aligned} E_{rng,p}(\rho, \varphi, z, t) &\approx C_p \exp(ip\varphi) \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} J_p\left(\omega \frac{\rho}{c} \sin \theta_0\right) \times \\ &\times \exp\left[-i\omega\left(t - \tau_0 - \frac{z}{c} n(\omega) \cos \theta_0\right)\right] \omega d\omega. \end{aligned} \quad (47)$$

Далее приведены результаты численного расчёта поля (37) для различных состояний поляризации, различных типов импульсов и их длительности, а также пространственного распределения. Параметры расчёта: $NA=0,99$ ($\alpha=1,43$ радиан = 82 градуса); $f \sin \theta = r \in [0, R]$, $R=100\lambda_0$; $f=101\lambda_0$, $\sigma_r = f \sin \theta_\sigma = 50\lambda_0$, $\theta_r=63$ градуса.

На рис. 6 показано распределение импульса вдоль оптической оси в области фокуса (фокус соответствует положению $z=0$) в различные моменты времени при линейной x -поляризации (33).

Как видно из рис. 6, при переходе через фокус действительная часть поля меняет знак. Этот эффект связан с фазовым сдвигом Гои в фокусе [36].

В рамках рассматриваемой модели не учитывается время распространения импульса от оптического элемента до фокальной плоскости. Таким образом, в момент времени $t=\tau_0=50$ фс в фокусе ($z=0$) формируется поле с максимальной энергией. Поэтому момент времени $t=50$ фс далее и рассматривается в расчётах.

2.1. Расчёт поля в фокальной области при линейной x -поляризации

В табл. 1 показаны результаты фокусировки для Гауссовых импульсов различной длительности при линейной x -поляризации в случае Гауссова пространственного распределения (38) и кольцевого распределения (40) в момент времени $t=\tau_0$.

Кольцевое распределение соответствует наложению узкой кольцевой диафрагмы, блокирующей центральную часть фокусирующей системы, которое используется для уменьшения поперечного размера фокального пятна при радиальной [37] и азимутальной

[38] поляризации. В случае линейной поляризации фокальное пятно вытягивается вдоль оси поляризации [39–41]. Как следует из результатов, приведённых в табл. 1, при уменьшении длительности импульса распределение в фокальной области сжимается как

вдоль оптической оси, так и в поперечном направлении в фокальной плоскости.

На рис. 7 для сравнения показаны нормированные сечения интенсивности в фокальной плоскости при различном пространственном распределении и различной длительности импульса.

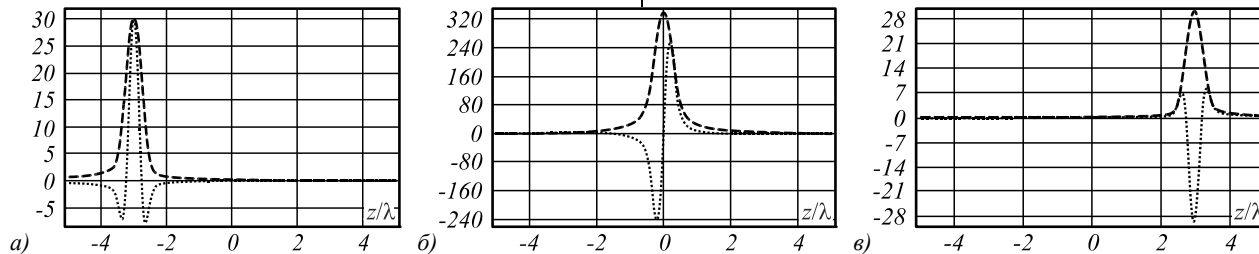


Рис. 6. Распределение импульса вдоль оптической оси в области фокуса в различные моменты времени $t = 40$ фс (а), $t = 50$ фс (б), $t = 60$ фс (в) (показана x -компонента: интенсивность – пунктирная линия, действительная часть – точечная линия)

Табл. 1. Результаты фокусировки для Гауссовых импульсов различной длительности при линейной x -поляризации (негативные изображения)

	Гауссово распределение		Кольцевое распределение	
	Продольное распределение интенсивности $z \in [-3\lambda, 3\lambda], x \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Интенсивность в фокальной плоскости $x, y \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Продольное распределение интенсивности $z \in [-3\lambda, 3\lambda], x \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Интенсивность в фокальной плоскости $x, y \in [-2\lambda, 2\lambda]$
$\sigma_t = 10$ фс		 FWHM(–) = 0,87λ		 FWHM(–) = 0,83λ
$\sigma_t = 1$ фс		 FWHM(–) = 0,56λ		 FWHM(–) = 0,49λ

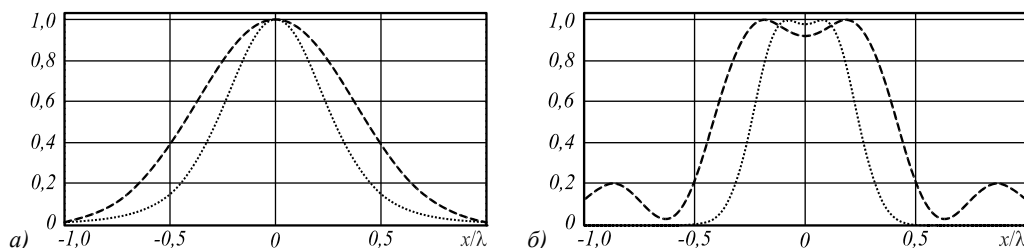


Рис. 7. Поперечное нормированное распределение интенсивности в фокальной плоскости (сечение вдоль оси X) для Гауссова распределения (а) и кольцевого распределения (б) при различной длительности Гауссова импульса ($\sigma_t = 10$ фс – пунктирная линия, $\sigma_t = 1$ фс – точечная линия)

Для Гауссова распределения (рис. 7а) ширина по полуспаду вдоль оси X равна $\text{FWHM}(-) = 0,87\lambda$ (для $\sigma_t = 10$ фс) и $\text{FWHM}(-) = 0,56\lambda$ (для $\sigma_t = 1$ фс). Для кольцевого распределения $\text{FWHM}(-) = 0,83\lambda$ (для $\sigma_t = 10$ фс) и $\text{FWHM}(-) = 0,49\lambda$ (для $\sigma_t = 1$ фс).

Интересно, что при использовании кольцевой апертуры, предназначенной формировать в фокусе пучок Бесселя, при субциклическом импульсе [42, 43] в плоскости фокуса исчезают периферийные кольца.

В случае пространственного распределения в виде узкого периферийного кольца (40) можно воспользоваться полученными ранее теоретическими результатами (33)–(36). При линейной x -поляризации выра-

жение (33) в отсутствие вихревой зависимости ($m = 0$) принимает следующий вид:

$$Q_{m=0}^{lin,x}(\rho, \varphi, \theta_0) = \left(J_0(k\rho \sin \theta_0) + (1/2) \times \right. \\ \left. \times [J_0(k\rho \sin \theta_0) - J_2(k\rho \sin \theta_0) \cos 2\varphi] (\cos \theta_0 - 1) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} J_2(k\rho \sin \theta_0) \sin 2\varphi (\cos \theta_0 - 1) \right. \\ \left. - iJ_1(k\rho \sin \theta_0) \cos \varphi \sin \theta_0 \right) \quad (48)$$

При высоких числовых апертурах $\theta_0 \rightarrow \pi/2$ ($\sin \theta_0 \rightarrow 1$, $\delta = \cos \theta_0 \rightarrow 0$) и значительный вклад в рас-

пределение (42) вносят не только поперечные, но и продольная компонента:

$$\mathbf{E}_{\text{ring}, m=0}^{\text{lin}, x}(\rho, \varphi, z, t) \approx -\frac{if\delta}{4\pi c} \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \omega A(\omega) \times \begin{pmatrix} J_0((\omega/c)\rho) + J_2((\omega/c)\rho) \cos 2\varphi \\ J_2((\omega/c)\rho) \sin 2\varphi \\ -2iJ_1((\omega/c)\rho) \cos \varphi \end{pmatrix} \times \exp[-i\omega(t - (z/c)n(\omega)\delta)] d\omega. \quad (49)$$

Из выражения (49) видно, что удлинение вдоль оси X происходит за счёт продольной компоненты. Зависимость от расстояния z из-за малого значения δ уменьшается, поэтому при кольцевом распределении имеется большая протяжённость вдоль оптической оси.

На рис. 8 показаны результаты сравнительной фокусировки различных импульсов при линейной x -поляризации с кольцевым распределением.

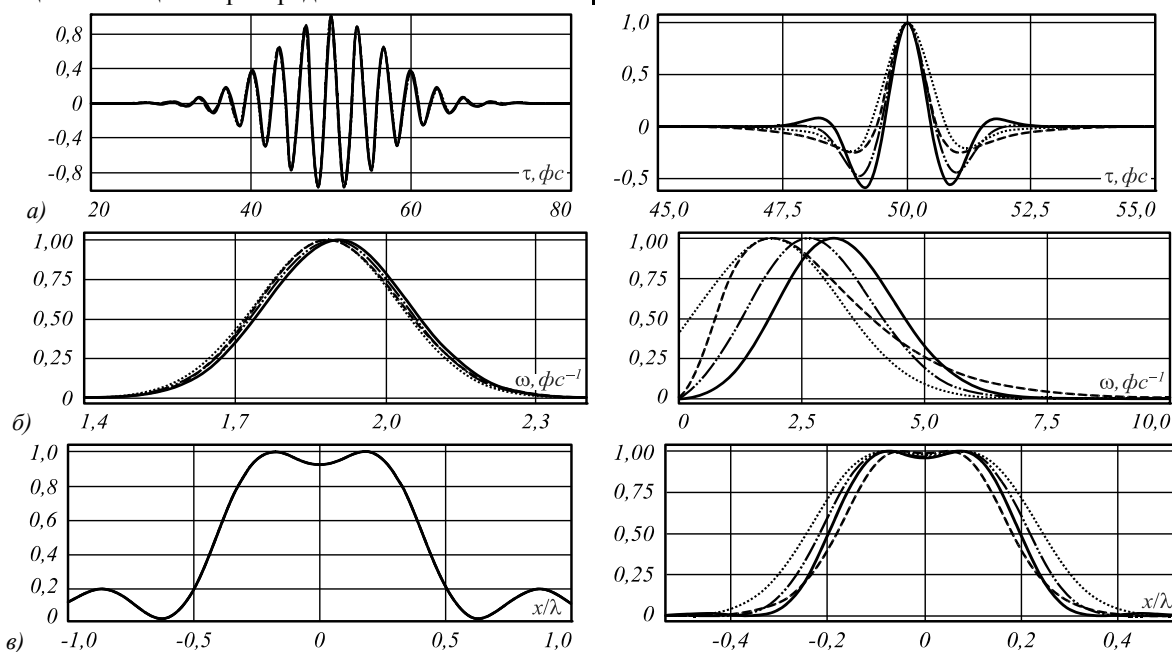


Рис. 8. Результаты фокусировки различных импульсов (Гауссова – точечная линия; Гауссова, взвешенного на частоту – штрихпунктирная линия; Гауссова, взвешенного на квадрат частоты, – сплошная линия; Пуассона второго типа – пунктирная линия) при линейной x -поляризации с кольцевым распределением при длительности импульса 10 фс (первая колонка) и 1 фс (вторая колонка): действительная часть импульса (а), амплитуда частотного спектра (б), сечение интенсивности в фокальной плоскости вдоль оси X (в)

2.2. Расчёт поля в фокальной области при различных поляризациях

Как следует из теоретического анализа (33)–(36), вид поля в фокальной плоскости существенно зависит от вектора $\mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta)$, который, в свою очередь, определяется состоянием поляризации и номером вихревой сингулярности m [35].

Как было показано в работах [44, 45], при острой фокусировке особый интерес представляет вихревая сингулярность первого порядка ($m=1$). Поэтому далее рассмотрим 4 состояния поляризации в отсутст-

Как видно из приведённых результатов, при длительности импульса порядка 10 фс (рис. 8а) не имеется каких-либо отличий в фокусе в зависимости от типа импульса.

При субциклической длительности импульсов различия становятся существенными (рис. 8б). При этом даже для короткой длительности спектр импульса Пуассона также ближе к спектру импульса Гаусса (так как максимумы совпадают), чем другие, которые смещаются вправо. Однако у импульса Пуассона высокие частоты всё же имеют больше энергии, чем даже у Гауссова со спектром, взвешенным на квадрат частоты. В результате самое широкое фокальное пятно формируется при использовании обычного Гауссова импульса (2), а самое узкое – при использовании импульса Пуассона (30). Поэтому далее мы будем рассматривать именно их.

вие вихревой сингулярности и при наличии оптического вихря первого порядка.

Результаты острой фокусировки ($NA=0,99$) для импульса Пуассона длительностью 1 фс для различных типов поляризаций при узкой кольцевой апертуре показаны в табл. 2 и 3.

Рассмотрим сначала радиальную поляризацию. В случае острой фокусировки при кольцевой апертуре поле в (42) будет в основном состоять из продольной компоненты (с учётом $k=\omega/c$):

$$E_{\text{ring}, m=0,1}^{\text{rad}, (z)}(\rho, \varphi, z, t) \approx -\frac{if\delta}{4\pi c} \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \omega A(\omega) \begin{cases} J_0(\omega\rho/c), m=0 \\ ie^{i\varphi} J_1(\omega\rho/c), m=1 \end{cases} \times \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c}n(\omega)\delta\right)\right] d\omega. \quad (50)$$

Табл. 2. Результаты фокусировки для импульса Пуассона (30) длительностью 1 фс для различных типов поляризаций при узкой кольцевой апертуре и $NA = 0,99$ (негативные изображения)

Тип поляризации	Без вихря ($m = 0$)		С вихрем первого порядка ($m = 1$)	
	Продольное распределение интенсивности $z \in [-\lambda, \lambda]$, $x \in [-0,5\lambda, 0,5\lambda]$	Интенсивность в фокальной плоскости $x, y \in [-0,5\lambda, 0,5\lambda]$	Продольное распределение интенсивности $z \in [-\lambda, \lambda]$, $x \in [-0,5\lambda, 0,5\lambda]$	Интенсивность в фокальной плоскости $x, y \in [-0,5\lambda, 0,5\lambda]$
Линейная, Х				
Круговая, "с"				
Радиальная				
Азимутальная				

Как следует из (50), в отсутствие вихревой фазы частотный спектр взвешивается на функцию Бесселя нулевого порядка, а в присутствии вихревой фазы первого порядка – на функцию Бесселя первого порядка. Во втором случае вклад высоких частот будет выше, а, следовательно, распределение в фокальной области окажется относительно меньшего размера. Эти рассуждения подтверждаются результатами расчёта, представленными в табл. 2, 3 (третья строка).

Аналогичный результат будет для азимутальной поляризации, но для поперечных компонент:

$$E_{r\theta g, m=0,1}^{az}(x, y)(\rho, \varphi, z, t) \approx -\frac{if\delta}{4\pi c} \times \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \omega A(\omega) \left\{ \begin{array}{l} J_1(\omega\rho/c), m=0 \\ J_0(\omega\rho/c) \pm e^{i2\varphi} J_2(\omega\rho/c), m=1 \end{array} \right\} \times (51) \\ \times \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c}n(\omega)\delta\right)\right] d\omega.$$

Интересные результаты получаются для круговой поляризации (табл. 2,3 вторая строка) и линейной поляризации в присутствии вихря первого порядка (табл. 2, 3 первая строка).

Во всех случаях, кроме радиальной поляризации, обнаруженный эффект относительно большего уменьшения размера фокального пятна связан с поперечными компонентами векторного электрического поля [47]. Это важно, т.к. эти компоненты не являются затухающими в направлении распространения пучка и их проще регистрировать.

Для Гауссова импульса аналогичные результаты показаны в табл. 4. Видно, что обнаруженный эффект в этом случае выражен гораздо слабее из-за того, что спектр Гауссова импульса имеет меньше энергии в высоких частотах. Однако сохраняется более существенное влияние длительности импульса при линейной и круговой поляризациях, чем в случае цилиндрических типов поляризации. Заметим также, что минимальное по размеру фокальное пятно получается во всех случаях при азимутальной поляризации при наличии вихревой фазы первого порядка [46].

Заключение

Рассмотрены различные типы импульсов, включая Гаусса, Лоренца и Пуассона, и свойства их частотных спектров. Показано, что существенное различие между импульсами начинается только при очень коротких длительностях (менее периода осцилляции). В этом случае вместо импульса Гаусса, спектр которого может включать отрицательные частоты, нужно использовать другие типы импульсов, например, импульс Пуассона.

Сравнительное моделирование фокусировки коротких импульсов при линейной поляризации показало, что даже в этом случае спектр импульса Пуассона ближе к спектру импульса Гаусса (так как максимумы совпадают), чем другие, которые смещаются вправо. При этом у импульса Пуассона высокие частоты имеют больше энергии, чем даже у Гауссова спектра, взвешенного на квадрат частоты. В результате самое широкое фокальное пятно формируется при использо-

вании обычного Гауссова импульса, а самое узкое – при использовании импульса Пуассона.

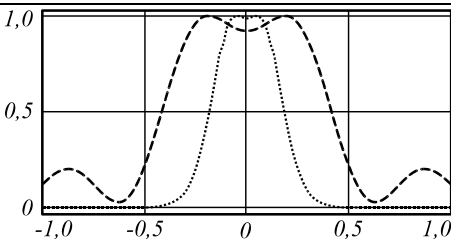
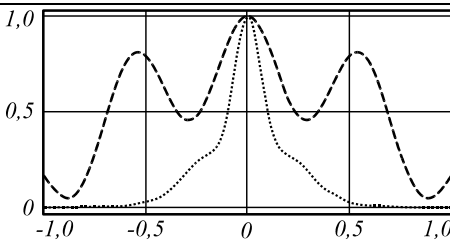
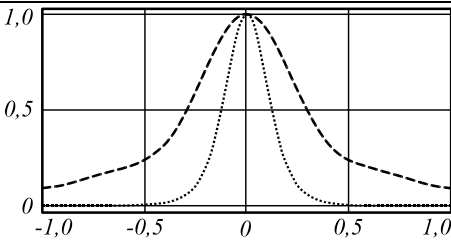
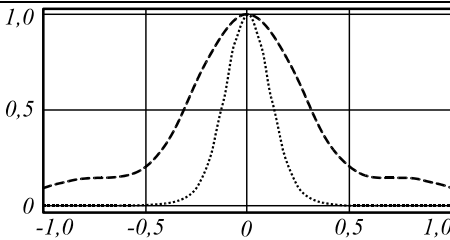
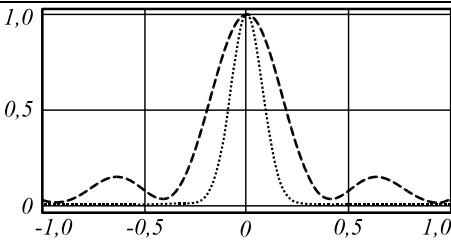
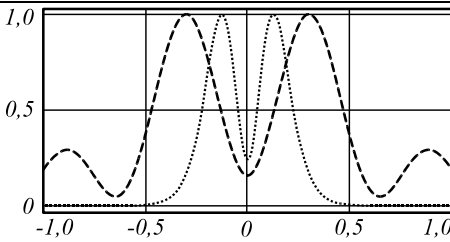
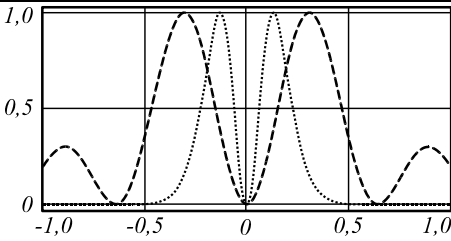
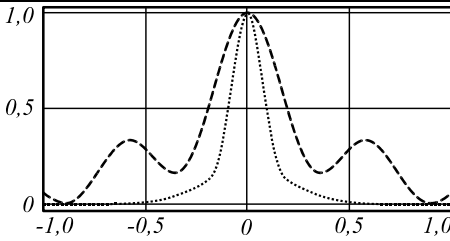
Выполнено сравнительное моделирование фокусировки коротких импульсов Гаусса и Пуассона при различных состояниях поляризации и порядках вихревой сингулярности. Показано, что для субциклического импульса Пуассона, имеющего значительную энергию в высоких частотах, состояние поляризации

и наличие вихревой фазовой сингулярности существенно влияет на распределение в фокальной области и относительное изменение размера фокального пятна при изменении длительности импульса.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-12-01258).

Табл. 3. Сечения в фокальной плоскости для различных типов поляризации при острой фокусировке и узкой кольцевой апертуре для импульса Пуассона (30) (10 фс – пунктирная линия, 1 фс – точечная линия)

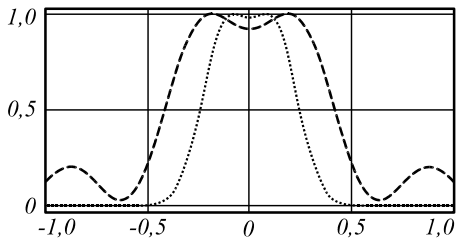
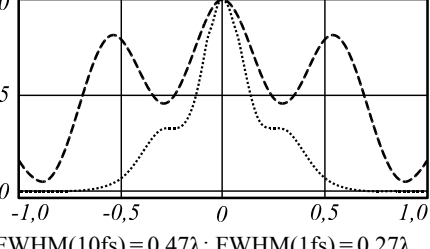
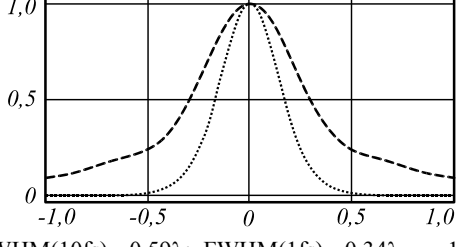
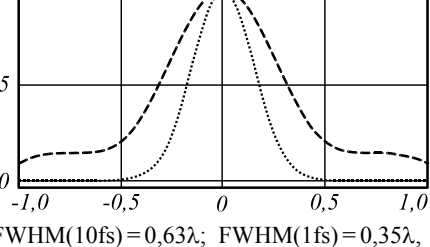
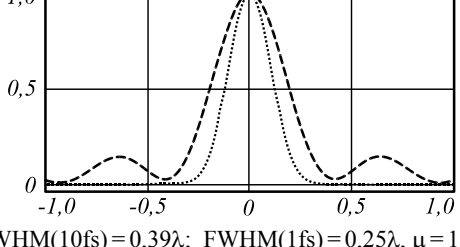
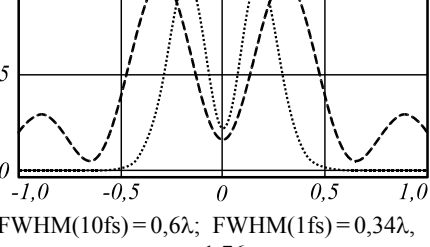
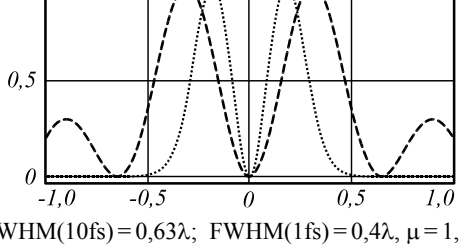
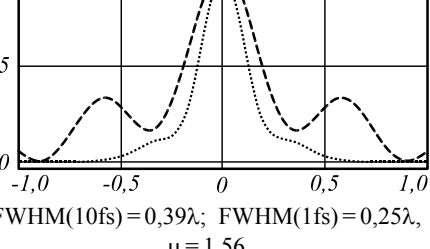
Тип поляризации	Без вихря ($m=0$)	С вихрем первого порядка ($m=1$)
Линейная, X	 FWHM(10fs)=0,83λ; FWHM(1fs)=0,36λ, $\mu=2,3$	 FWHM(10fs)=0,48λ; FWHM(1fs)=0,19λ, $\mu=2,52$
Круговая, «_»	 FWHM(10fs)=0,59λ; FWHM(1fs)=0,25λ, $\mu=2,36$	 FWHM(10fs)=0,62λ; FWHM(1fs)=0,26λ, $\mu=2,38$
Радиальная	 FWHM(10fs)=0,39λ; FWHM(1fs)=0,19λ, $\mu=2,05$	 FWHM(10fs)=0,61λ; FWHM(1fs)=0,26λ, $\mu=2,34$
Азимутальная	 FWHM(10fs)=0,62λ; FWHM(1fs)=0,26λ, $\mu=2,38$	 FWHM(10fs)=0,39λ; FWHM(1fs)=0,19λ, $\mu=2,05$

Литература

1. **Wright, L.G.** Controllable spatiotemporal nonlinear effects in multimode fibres / L.G. Wright, D.N. Christodoulides, F.W. Wise // *Nature Photonics*. – 2015. – Vol. 9. – P. 306-310. – DOI: 10.1038/nphoton.2015.61.
2. **Liu, W.** 70-fs mode-locked erbium-doped fiber laser with topological insulator / W. Liu, L. Pang, H. Han, W. Tian, H. Chen, M. Lei, P. Yan, Z. Wei // *Scientific Reports*. – 2016. – Vol. 6. – 19997. – DOI: 10.1038/srep19997.
3. **Danson, C.** Petawatt class lasers worldwide / C. Danson, D. Hillier, N. Hopps, D. Neely // *High Power Laser Science and Engineering*. – 2015. – Vol. 3. – E3. – DOI: 10.1017/hpl.2014.52.
4. **Бевзенко, И.Г.** Исследование поведения сверхкоротких импульсов в многопроводных структурах с неоднородным диэлектрическим заполнением / И.Г. Бевзенко // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление*. – 2016. – Т. 252, № 4. – С. 7-18. – DOI: 10.5862/JCSTCS.252.1.
5. **April, A.** Ultrashort, strongly focused laser pulses in free space / A. April. – In book: *Coherence and ultrashort pulse laser emission* / ed. by F.J. Duarte. – Chapter 16. – InTech, 2010. – P. 355-382. – ISBN: 978-953-307-242-5.

6. **Wong, L.J.** Improved beam waist formula for ultrashort, tightly-focused linearly, radially, and azimuthally polarized laser pulses in free space / L.J. Wong, F.X. Kärtner, S.G. Johnson // Optics Letters. – 2014. – Vol. 39, Issue 5. – P. 1258-1261. – DOI: 10.1364/OL.39.001258.
7. **Li, X.** Fields of an ultrashort tightly focused laser pulse / X. Li, Y.I. Salamin, K.Z. Hatsagortsyan, C.H. Keitel // Journal of the Optical Society of America B. – 2016. – Vol. 33, Issue 3. – P. 405-411. – DOI: 10.1364/JOSAB.33.000405.
8. **Feng, S.** Spatiotemporal structure of isodiffracting ultrashort electromagnetic pulses / S. Feng, H.G. Winful // Physical Review E. – 2000. – Vol. 61, Issue 1. – P. 862-873. – DOI: 10.1103/PhysRevE.61.862.
9. **Porras, M.A.** Nonsinusoidal few-cycle pulsed light beams in free space / M.A. Porras // Journal of the Optical Society of America B. – 1999. – Vol. 16, Issue 9. – P. 1468-1474. – DOI: 10.1364/JOSAB.16.001468.

Табл. 4. Сечения в фокальной плоскости для различных типов поляризаций при острой фокусировке и узкой кольцевой апертуре для Гауссова импульса (10 фс – пунктирная линия, 1 фс – точечная линия)

Тип поляризации	Без вихря ($m=0$)	С вихрем первого порядка ($m=1$)
Линейная, X	 FWHM(10fs)=0,83λ; FWHM(1fs)=0,49λ, $\mu=1,69$	 FWHM(10fs)=0,47λ; FWHM(1fs)=0,27λ, $\mu=1,74$
Круговая, “_”	 FWHM(10fs)=0,59λ; FWHM(1fs)=0,34λ, $\mu=1,73$	 FWHM(10fs)=0,63λ; FWHM(1fs)=0,35λ, $\mu=1,8$
Радиальная	 FWHM(10fs)=0,39λ; FWHM(1fs)=0,25λ, $\mu=1,56$	 FWHM(10fs)=0,6λ; FWHM(1fs)=0,34λ, $\mu=1,76$
Азимутальная	 FWHM(10fs)=0,63λ; FWHM(1fs)=0,4λ, $\mu=1,57$	 FWHM(10fs)=0,39λ; FWHM(1fs)=0,25λ, $\mu=1,56$

10. **Khonina, S.N.** Ultrafast rotating dipole or propeller-shaped patterns: subwavelength shaping of a beam of light on a femtosecond time scale / S.N. Khonina, I. Golub // Optics Letters. – 2016. – Vol. 41, Issue 7. – P. 1605-1607. – DOI: 10.1364/OL.41.001605.
11. **Khonina, S.N.** Time behavior of focused vector beams / S.N. Khonina, I. Golub // Journal of the Optical Society of America A. – 2016. – Vol. 33, Issue 10. – P. 1948-1954. – DOI: 10.1364/JOSAA.33.001948.
12. **Venkatakrishnanetal, T.** Interconnect microvia drilling with a radially polarized laser beam / T. Venkatakrishnanetal, B. Tan // Journal of Micromechanics and Microengineering. – 2006. – Vol. 16(12). – 2603. – DOI: 10.1088/0960-1317/16/12/013.

13. **Omatsu, T.** Metal microneedle fabrication using twisted light with spin / T. Omatsu, K. Chujo, K. Miyamoto, M. Okida, K. Nakamura, N. Aoki, R. Morita // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18, Issue 17. – P. 17967-17973. – DOI: 10.1364/OE.18.017967.
14. **Hnatovsky, C.** Materials processing with a tightly focused femtosecond laser vortex pulse / C. Hnatovsky, V.G. Shvedov, W. Krolikowski, A.V. Rode // *Optics Letters*. – 2010. – Vol. 35, Issue 20. – P. 3417-3419. – DOI: 10.1364/OL.35.003417.
15. **Cheng, J.** A review of ultrafast laser materials micro-machining / J. Cheng, C. Liu, S. Shang, D. Liu, W. Perrie, G. Dearden, K. Watkins // *Optics and Laser Technology*. – 2013. – Vol. 46. – P. 88-102. – DOI: 10.1016/j.optlastec.2012.06.037.
16. **Заярный, Д.А.** Наномасштабные процессы кипения при одноимпульсной фемтосекундной лазерной абляции золотых плёнок / Д.А. Заярный, А.А. Ионин, С.И. Кудряшов, С.В. Макаров, А.А. Руденко, С.Г. Бежанов, С.А. Урюпин, А.П. Канавин, В.И. Емельянов, С.В. Алферов, С.Н. Хонина, С.В. Карпеев, А.А. Кучмижак, О.Б. Витрик, Ю.Н. Кульчин // *Письма в ЖЭТФ*. – 2015. – Т. 101, Вып. 6. – С. 428-432. – DOI: 10.7868/S0370274X15060077.
17. **Syubaev, S.** Direct laser printing of chiral plasmonic nano-jets by vortex beams / S. Syubaev, A. Zhizhchenko, A. Kuchmizhak, A. Porfirev, E. Pustovalov, O. Vitrik, Yu. Kulchin, S. Khonina, S. Kudryashov // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25, Issue 9. – P. 10214-10223. – DOI: 10.1364/OE.25.010214.
18. **Saito, Y.** z-Polarization sensitive detection in micro-Raman spectroscopy by radially polarized incident light / Y. Saito, M. Kobayashi, D. Hiraga, K. Fujita, S. Kawano, N.I. Smith, Y. Inouye, S. Kawata // *Journal of Raman Spectroscopy*. – 2008. – Vol. 39, Issue 11. – P. 1643-1648. – DOI: 10.1002/jrs.1953.
19. **Chen, Y.-H.** Direct measurement of the electron density of extended femtosecond laser pulse-induced filaments / Y.-H. Chen, S. Varma, T.M. Antonsen, H.M. Milchberg // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 105. – P. 215005. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.215005.
20. **Belgiorno, F.** Hawking radiation from ultrashort laser pulse filaments / F. Belgiorno, S.L. Cacciatori, M. Clerici, V. Gorini, G. Ortenzi, L. Rizzi, E. Rubino, V.G. Sala, D. Faccio // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 105. – P. 203901. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.203901.
21. **Okamuro, K.** Laser fluence dependence of periodic grating structures formed on metal surfaces under femtosecond laser pulse irradiation / K. Okamuro, M. Hashida, Y. Miyasaka, Y. Ikuta, Sh. Tokita, Sh. Sakabe // *Physical Review B*. – 2010. – Vol. 82, Issue 16. – P. 165417. – DOI: 10.1103/PhysRevB.82.165417.
22. **Zimmermann, F.** Ultrashort laser pulse induced nanogratings in borosilicate glass / F. Zimmermann, A. Plech, S. Richter, // *Applied Physics Letters*. – 2014. – Vol. 104, Issue 21. – P. 211107. – DOI: 10.1063/1.4880658.
23. **Kuchmizhak, A.** On-fly femtosecond-laser fabrication of self-organized plasmonic nanotextures for chemo- and biosensing applications / A. Kuchmizhak, E. Pustovalov, S. Syubaev, O. Vitrik, Y. Kulchin, A. Porfirev, S. Khonina, S.I. Kudryashov, P. Danilov, A. Ionin // *ACS Applied Materials and Interfaces*. – 2016. – Vol. 8, Issue 37. – P. 24946-24955. – DOI: 10.1021/acsami.6b07740.
24. **Kuchmizhak, A.A.** Multi-beam pulsed-laser patterning of plasmonic films using broadband diffractive optical elements / A.A. Kuchmizhak, A.P. Porfirev, S.A. Syubaev, P.A. Danilov, A.A. Ionin, O.B. Vitrik, Yu.N. Kulchin, S.N. Khonina, S.I. Kudryashov // *Optics Letters*. – 2017. – Vol. 42, Issue 14. – P. 2838-2841. – DOI: 10.1364/OL.42.002838.
25. **Syubaev, S.** Zero-orbital-angular-momentum laser printing of chiral nanoneedles / S. Syubaev, A. Porfirev, A. Zhizhchenko, O. Vitrik, S. Kudryashov, S. Fomchenkov, S. Khonina, A. Kuchmizhak // *Optics Letters*. – 2017. – Vol. 42, Issue 23. – P. 5022-5025. – DOI: 10.1364/OL.42.005022.
26. **Agate, B.** Femtosecond optical tweezers for in-situ control of two-photon fluorescence / B. Agate, C.T.A. Brown, W. Sibbett, K. Dholakia // *Optics Express*. – 2004. – Vol. 12, Issue 13. – P. 3011-3017. – DOI: 10.1364/OPEX.12.003011.
27. **Wang, L.-G.** Dynamic radiation force of a pulsed Gaussian beam acting on a Rayleigh dielectric sphere / L.-G. Wang, C.-L. Zhao // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15, Issue 17. – P. 10615-10621. – DOI: 10.1364/OE.15.010615.
28. **Caron, C.F.R.** Free-space propagation of ultrashort pulses: space-time couplings in Gaussian pulse beams / C.F.R. Caron, R.M. Potvliege // *Journal of Modern Optics*. – 1999. – Vol. 46, Issue 13. – P. 1881-1891. – DOI: 10.1080/09500349908231378.
29. **April, A.** Tightly focused, ultrafast TM01 laser pulses / A. April // *Proceedings of SPIE*. – 2009. – Vol. 7386. – P. 73862X. – DOI: 10.1117/12.838383.
30. **Ziolkowski, R.W.** Localized transmission of electromagnetic energy / R.W. Ziolkowski // *Physical Review A*. – 1989. – Vol. 39. – P. 2005-2033. – DOI: 10.1103/PhysRevA.39.2005.
31. **Cai, X.-M.** Electron acceleration by subcycle pulsed focused vector beams / X.-M. Cai, J.-Y. Zhao, Q. Lin, J.-L. Luo // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2016. – Vol. 33, Issue 2. – P. 158-164. – DOI: 10.1364/JOSAB.33.000158.
32. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society A*. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379. – DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
33. **Milošević, D.B.** Above-threshold ionization by few-cycle pulses / D.B. Milošević, G.G. Paulus, D. Bauer, W. Becker // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. – 2006. – Vol. 39(14). – P. R203-R262. – DOI: 10.1088/0953-4075/39/14/R01.
34. **Фемтосекундная оптика: Учебно-методическое пособие** / Д.А. Яшунин, Ю.А. Мальков, С.Б. Бодров. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. – 40 с.
35. **Khonina, S.N.** Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions / S.N. Khonina // *Optical Engineering*. – 2013. – Vol. 52, Issue 9. – P. 091711. – DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091711.
36. **Feng, S.** Gouy shift and temporal reshaping of focused single-cycle electromagnetic pulses / S. Feng, H.G. Winful, R.W. Hellwarth // *Optics Letters*. – 1998. – Vol. 23, Issue 5. – P. 385-387. – DOI: 10.1364/OL.23.000385.
37. **Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs // *Physical Review Letters*. – 2003. – Vol. 91, Issue 23. – P. 233901. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.233901.
38. **Khonina, S.N.** Enlightening darkness to diffraction limit and beyond: comparison and optimization of different polarizations for dark spot generation / S.N. Khonina, I. Golub // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2012. – Vol. 29, Issue 7. – P. 1470-1474. – DOI: 10.1364/JOSAA.29.001470.
39. **Huse, N.** Z-polarized confocal microscopy / N. Huse, A. Schönle, S.W. Hell // *Journal of Biomedical Optics*. – 2001. – Vol. 6, Issue 3. – P. 273-276. – DOI: 10.1117/1.1382610.

40. **Pereira, S.F.** Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks / S.F. Pereira, A.S. van de Nes // *Optics Communications*. – 2004. – Vol. 234, Issues 1-6. – P. 119-124. – DOI: 10.1016/j.optcom.2004.02.020.
41. **Khonina, S.N.** Optimization of focusing of linearly polarized light / S.N. Khonina, I. Golub // *Optics Letters*. – 2011. – Vol. 36, Issue 3. – P. 352-354. – DOI: 10.1364/OL.36.000352.
42. **Saari, P.** Pulsed Bessel beams / P. Saari, H. Sonajalg // *Laser Physics*. – 1997. – Vol. 7, No. 1. – P. 32-39.
43. **Sheppard, C.J.R.** Bessel pulse beams and focus wave modes / C.J.R. Sheppard // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2001. – Vol. 18, Issue 10. – P. 2594-2600. – DOI: 10.1364/JOSAA.18.002594.
44. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15, Issue 8. – 085704. – DOI: 10.1088/2040-8978/15/8/085704.
45. **Khonina, S.N.** Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons / S.N. Khonina, D.V. Nesterenko, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – Vol. 21, Issue 1. – P. 17-26. – DOI: 10.3103/S1060992X12010043.
46. **Khonina, S.N.** Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.G. Volotovskiy // *Journal of Modern Optics*. – 2011. – Vol. 58, Issue 9. – P. 748-760. – DOI: 10.1080/09500340.2011.568710.
47. **Khonina, S.N.** Tighter focus for ultrashort pulse vector light beams: Change of the relative contribution of different field components to the focal spot upon pulse shortening / S.N. Khonina, I. Golub // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2018. – Vol. 35, Issue 6. – P. 985-991. – DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.35.000985>.

Сведения об авторах

Сведения об авторе **Хонина Светлана Николаевна** см. стр. 405 этого выпуска.

Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2016 год), работает научным сотрудником в ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских изображений. E-mail: andr@smr.ru.

Волотовский Сергей Геннадьевич, 1959 года рождения, в 1984 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: разработка программного обеспечения расчёта и моделирования работы элементов дифракционной оптики. E-mail: sv@smr.ru.

ГРПТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 18 апреля 2018 г. Окончательный вариант – 28 мая 2018 г.

COMPARISON OF FOCUSING OF SHORT PULSES IN THE DEBYE APPROXIMATION

S.N. Khonina¹, A.V. Ustinov¹, S.G. Volotovskiy¹

¹IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia,

²Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

We have examined different types of pulses and features of their frequency spectra. Calculations have shown that a significant distinction between the pulses only takes place at a very short pulse duration (shorter than the oscillation period). In this case, the Gaussian pulse becomes non-physical and one needs to use other types of pulses, for example, the Poisson pulse. We performed comparative modeling of focusing of short pulses by an aplanatic lens for different polarization states and vortex singularity orders in the Debye approximation. We have shown that the polarization state and the presence of vortex phase singularity essentially affect the distribution in the focal area for a subcycle Poisson pulse.

Keywords: short pulses, frequency spectrum, pulses focusing, tight focusing, aplanatic lens, Debye approximation.

Citation: Khonina SN, Ustinov AV, Volotovskiy SG. Comparison of focusing of short pulses in the Debye approximation. *Computer Optics* 2018; 42(3): 432-446. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-432-446.

Acknowledgement: This work was financially supported by the Russian Science Foundation (RSF), grant No. 17-12-01258.

References

- [1] Wright LG, Christodoulides DN, Wise FW. Controllable spatiotemporal nonlinear effects in multimode fibres. *Nature Photonics* 2015; 9: 306-310. DOI: 10.1038/nphoton.2015.61.
- [2] Liu W, Pang L, Han H, Tian W, Chen H, Lei M, Yan P, Wei Z. 70-fs mode-locked erbium-doped fiber laser with topological insulator. *Scientific Reports* 2016; 6: 19997. DOI: 10.1038/srep19997.
- [3] Danson C, Hillier D, Hopps N, Neely D. Petawatt class lasers worldwide. *High Power Laser Science and Engineering* 2015; 3: E3. DOI: 10.1017/hpl.2014.52.
- [4] Bevzenko IG. Investigation of the behavior of ultrashort pulses in multiwire structures with inhomogeneous dielectric filling (In Russian). *SPbSPU Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems* 2016; 252(4): 7-18. DOI: 10.5862/JCSTCS.252.1.
- [5] April A. Ultrashort, strongly focused laser pulses in free space. In Book: Duarte FJ, ed. *Coherence and ultrashort pulse laser emission*. Chapter 16. InTech; 2010: 355-382. ISBN: 978-953-307-242-5.
- [6] Wong LJ, Kärtner FX, Johnson SG. Improved beam waist formula for ultrashort, tightly-focused linearly, radially, and azimuthally polarized laser pulses in free space. *Opt Lett* 2014; 39(5): 1258-1261. DOI: 10.1364/OL.39.001258.
- [7] Li X, Salamin YI, Hatsagortsyan KZ, Keitel CH. Fields of an ultrashort tightly focused laser pulse. *JOSA B* 2016; 33(3): 405-416. DOI: 10.1364/JOSAB.33.000405.
- [8] Feng S, Winful HG. Spatiotemporal structure of isodiffracting ultrashort electromagnetic pulses. *Phys Rev E* 2000; 61(1): 862-873. DOI: 10.1103/PhysRevE.61.862.
- [9] Porras MA. Nonsinusoidal few-cycle pulsed light beams in free space. *JOSA B* 1999; 16(1): 1468-1474. DOI: 10.1364/JOSAB.16.001468.
- [10] Khonina SN, Golub I. Ultrafast rotating dipole or propeller-shaped patterns: subwavelength shaping of a beam of light on a femtosecond time scale. *Opt Lett* 2016; 41(7): 1605-1607. DOI: 10.1364/OL.41.001605.
- [11] Khonina SN, Golub I. Time behavior of focused vector beams. *JOSA A* 2016; 33(10): 1948-1954. DOI: 10.1364/JOSAA.33.001948.
- [12] Venkatakrishnanetal T, Tan B. Interconnect microvia drilling with a radially polarized laser beam. *J Micromech Microeng* 2006; 16(12): 2603. DOI: 10.1088/0960-1317/16/12/013.
- [13] Omatsu T, Chujo K, Miyamoto K, Okida M, Nakamura K, Aoki N, Morita N. Metal microneedle fabrication using twisted light with spin. *Opt Express* 2010; 18(17): 17967-17973. DOI: 10.1364/OE.18.017967.
- [14] Hnatovsky C, Shvedov VG, Krolikowski W, Rode AV. Materials processing with a tightly focused femtosecond laser vortex pulse. *Opt Lett* 2010; 35(20): 3417-3419. DOI: 10.1364/OL.35.003417.
- [15] Cheng J, Liu C, Shang S, Liu D, Perrie W, Dearden G, Watkins K. A review of ultrafast laser materials micromachining. *Opt Laser Technol* 2013; 46: 88-102. DOI: 10.1016/j.optlastec.2012.06.037.
- [16] Zayarny DA, Ionin AA, Kudryashov SI, Makarov SV, Rudenko AA, Bezhnov SG, Uryupin SA, Kanavin AP, Emel'yanov VI, Alferov SV, Khonina SN, Karpeev SV, Kuchmizhak AA, Vitrik OB and KulchinYuN. Nanoscale boiling during single-shot femtosecond laser ablation of thin gold films. *JETP Letters* 2015; 101(6): 394-397. DOI: 10.1134/S0021364015060132.
- [17] Syubaev S, Zhizhchenko A, Kuchmizhak A, Porfirev A, Pustovalov E, Vitrik O, Kulchin Yu, Khonina S, Kudryashov S. Direct laser printing of chiral plasmonic nanojets by vortex beams. *Opt Express* 2017; 25(9): 10214-10223. DOI: 10.1364/OE.25.010214.
- [18] Saito Y, Kobayashi M, Hiraga D, Fujita K, Kawano S, Smith NI, Inouye Y, Kawata S. z-Polarization sensitive detection in micro-Raman spectroscopy by radially polarized incident light. *Journal of Raman Spectroscopy* 2008; 39(11): 1643-1648. DOI: 10.1002/jrs.1953.
- [19] Chen Y-H, Varma S, Antonsen TM, Milchberg HM. Direct measurement of the electron density of extended femtosecond laser pulse-induced filaments. *Phys Rev Lett* 2010; 105: 215005. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.215005.
- [20] Belgiorno F, Cacciatori SL, Clerici M, Gorini V, Ortenzi G, Rizzi L, Rubino E, Sala VG, Faccio D. Hawking radiation from ultrashort laser pulse filaments. *Phys Rev Lett* 2010; 105: 203901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.203901.
- [21] Okamoto K, Hashida M, Miyasaka Y, Ikuta Y, Tokita S, Sakabe S. Laser fluence dependence of periodic grating structures formed on metal surfaces under femtosecond laser pulse irradiation. *Phys Rev B* 2010; 82(16): 165417. DOI: 10.1103/PhysRevB.82.165417.
- [22] Zimmermann F, Plech A, Richter S, Tünnermann A, Nolte S. Ultrashort laser pulse induced nanogratings in borosilicate glass. *Appl Phys Lett* 2014; 104(21): 211107. DOI: 10.1063/1.4880658.
- [23] Kuchmizhak A, Pustovalov E, Syubaev S, Vitrik O, Kulchin Y, Porfirev A, Khonina S, Kudryashov SI, Danilov P, Ionin A. On-fly femtosecond-laser fabrication of self-organized plasmonic nanotextures for chemo- and biosensing applications. *ACS Appl Mater Interfaces* 2016; 8(37): 24946-24955. DOI: 10.1021/acsami.6b07740.
- [24] Kuchmizhak AA, Porfirev AP, Syubaev SA, Danilov PA, Ionin AA, Vitrik OB, Kulchin YuN, Khonina SN, Kudryashov SI. Multi-beam pulsed-laser patterning of plasmonic films using broadband diffractive optical elements. *Opt Lett* 2017; 42(14): 2838-2841. DOI: 10.1364/OL.42.002838.
- [25] Syubaev S, Porfirev A, Zhizhchenko A, Vitrik O, Kudryashov S, Fomchenkov S, Khonina S, Kuchmizhak A. Zero-orbital-angular-momentum laser printing of chiral nanoneedles. *Opt Lett* 2017; 42(23): 5022-5025. DOI: 10.1364/OL.42.005022.
- [26] Agate B, Brown CTA, Sibbett W, Dholakia K. Femtosecond optical tweezers for in-situ control of two-photon fluorescence. *Opt Express* 2004; 12(13): 3011-3017. DOI: 10.1364/OPEX.12.003011.
- [27] Wang L-G, Zhao C-L. Dynamic radiation force of a pulsed Gaussian beam acting on a Rayleigh dielectric sphere. *Opt Express* 2007; 15(17): 10615-10621. DOI: 10.1364/OE.15.010615.
- [28] Caron CFR, Potvliege RM. Free-space propagation of ultrashort pulses: space-time couplings in Gaussian pulse beams. *J Mod Opt* 1999; 46(13): 1881-1891. DOI: 10.1080/09500349908231378.
- [29] April A. Tightly focused, ultrafast TM01 laser pulses. *Proc SPIE* 2009; 7386: 73862X. DOI: 10.1117/12.838383.
- [30] Ziolkowski RW. Localized transmission of electromagnetic energy. *Phys Rev A* 1989; 39: 2005-2033. DOI: 10.1103/PhysRevA.39.2005.
- [31] Cai X-M, Zhao J-Y, Lin Q, Luo J-L. Electron acceleration by subcycle pulsed focused vector beams. *JOSA B* 2016; 33(2): 158-164. DOI: 10.1364/JOSAB.33.000158.
- [32] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic sys-

- tem. // Proceedings of the Royal Society A 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [33] Milošević DB, Paulus GG, Bauer D, Becker W. Above-threshold ionization by few-cycle pulses. J Phys B: At Mol Opt Phys 2006; 39(14): R203-R262. DOI: 10.1088/0953-4075/39/14/R01.
- [34] Yashunin DA, Malkov YuA, Bodrov SB. The femtosecond optics. Educational and methodical textbook [In Russian]. Nizhny Novgorod: "Nizhny Novgorod State University" Publisher; 2014.
- [35] Khonina SN. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions. Optical Engineering 2013; 52(9): 091711. DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091711.
- [36] Feng S, Winful HG, Hellwarth RW. Gouy shift and temporal reshaping of focused single-cycle electromagnetic pulses. Optics Letters 1998; 23(5): 385-387. DOI: 10.1364/OL.23.000385.
- [37] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam. Phys Rev Lett 2003; 91(23): 233901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.233901.
- [38] Khonina SN, Golub I. Enlightening darkness to diffraction limit and beyond: comparison and optimization of different polarizations for dark spot generation. JOSA A 2012; 29(7): 1470-1474. DOI: 10.1364/JOSAA.29.001470.
- [39] Huse N, Schönle A, Hell SW. Z-polarized confocal microscopy. J Biomed Opt 2001; 6(3): 273-276. DOI: 10.1117/1.1382610.
- [40] Pereira SF, van de Nes AS. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks. Opt Commun 2004; 234(1-6): 119-124. DOI: 10.1016/j.optcom.2004.02.020.
- [41] Khonina SN, Golub I. Optimization of focusing of linearly polarized light. Opt Lett 2011; 36(3): 352-354. DOI: 10.1364/OL.36.000352.
- [42] Saari P, Sonajalg H. Pulsed Bessel beams. Laser Physics 1997; 7(1): 32-39.
- [43] Sheppard CJR. Bessel pulse beams and focus wave modes. JOSA A 2001; 18(10): 2594-2600. DOI: 10.1364/JOSAA.18.002594.
- [44] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV, Savelyev DA, Laukkanen J, Turunen J. Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams. J Opt 2013; 15(8): 085704. DOI: 10.1088/2040-8978/15/8/085704.
- [45] Khonina SN, Nesterenko DV, Morozov AA, Skidanov RV, Soifer VA. Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons. Optical Memory and Neural Networks (Information Optics) 2012; 21(1): 17-26. DOI: 10.3103/S1060992X12010043.
- [46] Khonina SN, Kazanskiy NL, Volotovskiy SG. Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system. J Mod Opt 2011; 58(9): 748-760. DOI: 10.1080/09500340.2011.568710.
- [47] Khonina SN, Golub I. Tighter focus for ultrashort pulse vector light beams: change of the relative contribution of different field components to the focal spot upon pulse shortening. J Opt Soc Am A 2018; 35(6): 985-991. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.35.000985>.

Author's information

The information about author **Svetlana Nikolaevna Khonina** you can find on page 407 of this issue.

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied Mathematics" in 1991. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2016), works as the researcher in the IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Research interests: diffractive optics; software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images. E-mail: andr@smr.ru.

Sergey Gennadjevich Volotovskiy (b. 1959) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied Mathematics", works as the leading programmer in the IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Research interests: software design, modeling of systems with diffractive optical elements. E-mail: sv@smr.ru.

Received April 18, 2018. The final version – May 28, 2018.

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ, РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

ВЫДЕЛЕНИЕ СЕЗОННО-ОДНОРОДНЫХ ОБЛАСТЕЙ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ СЕРИЙ СПУТНИКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Д.Е. Плотников¹, П.А. Колбудаев¹, С.А. Барталёв¹
¹ Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

Аннотация

В работе рассматривается метод сегментации временных серий спутниковых изображений, позволяющий использовать разновременную информацию при формировании границ сегментов. Метод выделяет однородные объекты со схожей временной динамикой дистанционных характеристик, небольшими порциями анализируя значительные по объёму массивы разновременных входных данных, позволяя получать целостный результат сегментации на протяженные территории. Логика формирования сегментов максимально упрощена для обеспечения минимального времени работы, при этом точность проведения границ достаточна для решения задач мониторинга и распознавания быстроменяющихся типов растительного покрова, таких как сельскохозяйственная растительность. Описанный метод сегментации в настоящее время используется в автоматических алгоритмах оперативного анализа спутниковых данных, разработанных в ИКИ РАН для распознавания и оценки состояния растительности на больших территориях, в частности, озимых, яровых культур, используемых пахотных земель. Возможность установления границ сегментов в условиях наличия пропущенных значений во временных сериях данных позволяет рассчитывать и восстанавливать недостающие измерения на основе спектрально-временных связей между пикселями сегмента. Устойчивость метода к шуму в исходных данных дистанционных наблюдений может быть использована для его подавления, что показано на примере радиолокационных изображений.

Ключевые слова: сегментация, дистанционное зондирование, спектрально-динамические метрики, анализ изображений.

Цитирование: Плотников, Д.Е. Выделение сезонно-однородных областей на основе анализа временных серий спутниковых изображений / Д.Е. Плотников, П.А. Колбудаев, С.А. Барталёв // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 447-456. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-447-456.

Введение

Сегментация спутниковых изображений часто используется для выделения однородных объектов с целью упрощения дальнейшей интерпретации снимков, в том числе на основе автоматических алгоритмов. В настоящее время существует множество методов сегментации изображений, основанных на использовании мультиспектральных, текстурных и других признаков [1–12], что вызвано сложностью реализации универсального автоматического метода, подходящего для решения любых задач. Стратегия сегментации изображений может различаться в зависимости от характеристик приборов и спутниковых систем, а также стоящих перед пользователем задач, однако зачастую именно одномоментные мультиспектральные изображения рассматриваются в качестве источника пространственной информации. Для максимально полного извлечения разнородной информации из одномоментного изображения наиболее эффективными оказываются вычислительно трудоемкие алгоритмы [7, 13].

Нередко особенности сезонной или многолетней изменчивости соседних объектов растительного покрова могут нести больше информации об их семантической близости, чем одномоментные характеристики их пространственной структуры или спектра. Например, к распространенным задачам дистанцион-

ного мониторинга сельскохозяйственной растительности относится идентификация участков полей, засеянных различными культурами, каждая из которых представляет собой однотипную травянистую растительность с несколько различной динамикой сезонного развития. При этом одномоментные различия спектрально-отражательных характеристик участков обычно невелики, а для некоторых моментов времени практически отсутствуют. С другой стороны, имеющаяся ввиду наличия сельскохозяйственных севооборотов пространственная изменчивость спектрально-динамических характеристик пахотных земель может приводить к тому, что в момент максимальных различий между объектами одного типа растительного покрова разница между другой парой объектов выражена очень слабо. Таким образом, поиск фиксированных моментов времени с максимальной делимостью некоторой совокупности объектов не всегда является выигрышной стратегией для устойчивого автоматического разделения всех объектов. При этом нужно учитывать и практически неизбежное наличие пропусков в данных спутниковых наблюдений ввиду облачности, теней от неё и прочих мешающих факторов.

Многие алгоритмы сегментации используют принципы итеративности и иерархичности [5, 7, 14]. Так, иерархический объектный подход применяется в ряде коммерческих программных продуктов, где цвет,

форма, текстура и размер объектов являются признаками для итеративной сегментации. Требование уменьшения времени работы при анализе данных больших объемов диктует необходимость создания разноуровневой структуры объектов, предполагающей последовательную агрегацию областей изображений, соответствующих пространственно-связанным измерениям. Актуальным является вопрос количества параметров сегментации: большое количество степеней свободы позволяет точнее настроить результат сегментации под конкретную задачу, но также требует более глубокого понимания алгоритма обработки данных конечным пользователем. Методы с малым количеством параметров проще настроить под конкретную задачу, но они обычно являются и менее гибкими.

Разработанные в ИКИ РАН методы широкомасштабного дистанционного мониторинга растительного покрова, в частности сельскохозяйственной растительности, предполагают получение оперативной информации о площадях и состоянии посевов в широком диапазоне агроклиматических и социально-экономических условий, различной пространственной структуры и морфологии полей в условиях различной интенсивности воздействия мешающих факторов [15–21]. В то же время при решении задач оперативного спутникового мониторинга больших территорий (стран или континентов) требуется создание единого и однородного бесшовного покрытия сегментами, которое может иметь объём, измеряемый единицами или десятками гигабайт в зависимости от величины пространственного разрешения. Поскольку объём временных рядов, необходимых для сегментации входных спутниковых данных, описывающих сезонную динамику объектов мониторинга, многократно превышает указанные выше значения, метод сегментации должен обеспечивать управление данными больших объёмов.

В настоящей статье описывается метод выделения однородных областей на основе временной серии спутниковых данных с наличием пропусков, поддерживающий работу с изображениями больших объёмов. Метод использует минимальное число параметров, используя понятные для интерпретации пользователем метрики, а также простую логику слияния объектов для ускорения вычислений. Упрощение логики алгоритма может привести к изменению качества результатов, поэтому целью в рамках данной работы было исследование стабильности контрольных характеристик сегментации в рабочем диапазоне изменения входных параметров. Дополнительно метод был исследован в условиях наличия шумов во входных данных на примере анализа результатов сегментации спекл-зашумленных радиолокационных изображений С-диапазона, полученных спутниковой системой Sentinel-1.

1. Условия работы метода

Для автоматизированного решения задач широкомасштабного спутникового мониторинга и устойчивого выделения объектов земного покрова на основе фен-

нологических различий их дистанционных характеристик реализован метод сегментации, позволяющий:

- 1) использовать основанные на временных сериях дистанционных измерений метрики;
- 2) учитывать возможное наличие пропущенных измерений и шумов во временных сериях данных;
- 3) создавать однородное покрытие сегментами без пробелов и стыков для территории произвольного размера.

Ввиду необходимости использования значительного (терабайты) объема входных данных в процессе обработки больших территорий, метод должен поддерживать их локальную загрузку и анализ небольшими порциями, обеспечивая при этом пространственную связность результатов сегментации. Другими требованиями являлись относительная простота задаваемых параметров и быстроедействие алгоритма сегментации изображений для обеспечения своевременного выполнения текущих задач оперативного мониторинга растительного покрова.

2. Описание метода и используемых метрик

Метод использует объектно-ориентированную мультимасштабную модель анализа изображений, рассчитывая характеристики для агломерации объектов, объединенных на предыдущей итерации, и работает по принципу «снизу-вверх». Под объектом здесь и далее понимается пиксель или пространственно связанная группа соседних пикселей (и соответствующий им участок земной поверхности). Объект рассматривается как единое целое на текущем шаге алгоритма. Агломерациями объектов считается набор пространственно связанных соседних объектов, изучаемых на текущем шаге на предмет слияния в единый объект. В основе метода лежит использование парных метрик, рассчитываемых для сравниваемых соседних объектов текущего масштаба. В качестве таких метрик, извлекаемых из временных серий спутниковых данных, используются взаимный коэффициент корреляции Пирсона и взаимное расстояние между временными рядами пар сравниваемых объектов. Пусть задан одномерный вектор значений $X = \{x_i, i=1..N, N \gg 1\}$ как серия разновременных измерений дистанционных характеристик объекта, где N – общее количество таких измерений. Тогда для пары указанным образом заданных одномерных векторов X и Y , принадлежащих двум соседним объектам, на любой итерации можно рассчитать значения метрик коэффициента корреляции

$$K = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1)$$

и взаимного относительного расстояния

$$D = \frac{1}{N} \sum \frac{|x_i - y_i|}{\max(x_i, y_i)}, \quad (2)$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ – выборочные средние для векторов X и Y , а $\max(x_i, y_i)$ – функция, возвращающая значение наибольшего элемента из пары.

Легко понять, что чем сильнее связаны между собой объекты, тем выше значение коэффициента корреляции и ниже значение взаимного относительного расстояния. Использование коэффициента корреляции позволяет группировать объекты со схожей динамикой значений разновременных измерений, а метрика взаимного относительного расстояния устанавливает необходимое ограничение на максимально допустимые различия между временными сериями. Для ускорения анализа при оценке величины связи между объектами используется метрика общего парного расстояния P (далее – парное расстояние), рассчитываемая на основе метрик (1) и (2) следующим образом:

$$P = \frac{D}{K + 2}. \quad (3)$$

Значения этой парной метрики растут при увеличении взаимного относительного расстояния D и при уменьшении коэффициента корреляции Пирсона K , т.е. по мере ослабления связи между парой объектов (рис. 1).

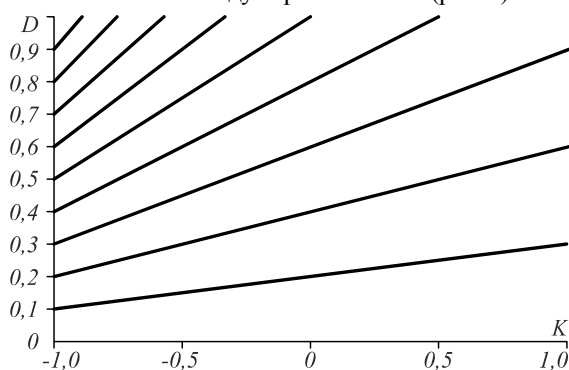


Рис. 1. Изолинии значений метрики общего парного расстояния P в пространстве значений корреляции K и относительного расстояния D

На каждой итерации объект текущего масштаба сравнивается со всеми соседними объектами с расчетом метрики общего расстояния и формированием предпочтительных направлений возможного слияния. Результат сравнения можно представить в виде цепочки взаимных ссылок объектов друг на друга. Аналог получаемой карты ссылок – это ориентированный граф, рёбра которого имеют связанный со значениями метрики парного расстояния вес.

С точки зрения общей классификации методов выделения однородных областей описываемый подход ближе всего к сегментации на основе водораздела, поскольку реализует принцип «текущей капли» («*drop of water principle*» в работе [22]), однако используемые им парные метрики не подразумевают существование локальных минимумов и абсолютных градиентов значений этих метрик, на которые полагается сегментация такого рода. Было показано [22], что сегментация методом водораздела по принципу текущей капли топологически эквивалентна задаче построения минимального покрывающего дерева – графа, имеющего минимальный возможный вес. Некоторые другие методы сегментации [23–25] тоже

могут использовать подходы, позаимствованные из теории графов, в частности, метод разрезания графа. Разрезание самой длинной связи также используется в рамках описываемого метода в целях обеспечения необходимой однородности конечного сегмента.

Алгоритм выделения однородных областей можно представить в виде следующих шагов:

1. Поиск соседей каждого объекта. На первой итерации каждый пиксель является отдельным объектом.
2. Расчет парных метрик, численные значения которых определяют силу связи, для каждого из соседних объектов и установление направления (ссылки) на ближайшего (в терминах парного расстояния) соседа.
3. Создание списка всех объектов, связанных ссылками друг с другом.
4. Поиск среди связанных ссылками центрального объекта, который характеризуется минимальным суммарным значением парного расстояния до остальных объектов формируемой агломерации.
5. Проверка на однородность текущей агломерации объектов путём их сравнения с центральным объектом. Если элемент агломерации выходит за пределы области однородности, размеры которой обусловлены заданными пользователем пороговыми значениями метрик D и K , то агломерация считается неоднородной, и далее принимаются меры по устранению причин неоднородности (п. 7). Переход к п. 6 в противном случае.
6. Дальнейшее изучение текущей агломерации на уровне отдельных пикселей путём их сравнения с центральным объектом на основе метрик D и K . В случае превышения пороговых значений на эти метрики агломерация считается неоднородной.
7. В случае, если на шагах 5 или 6 алгоритма текущая агломерация оказалась неоднородной, то среди образующих её объектов разрезается наиболее слабая связь, характеризующая максимальным значением парного расстояния между составляющими её объектами; иначе считается, что проверка на однородность пройдена успешно (п. 8).
8. Если проверки на однородность агломерации пройдены успешно, её характеристики пересчитываются в процессе агрегации составляющих её объектов, и она рассматривается как единый объект на следующей итерации.
9. Итерации повторяются, пока положение и размеры объектов не перестанут меняться.

3. Оценка точности положения границ сегментов

Относительно высокая скорость работы сегментации изображений описанным методом достигается последовательным повышением уровня агрегации объектов. Отметим, что положение границ сегментов алгоритмом специально не контролируется, поэтому оценка точности и устойчивости их проведения при различных входных параметрах является достаточно объективной независимой характеристикой метода.

Для обеспечения сравнимости и исследования результатов сегментации, полученных при различных параметрах, была зафиксирована область анализа и набор входных данных. В качестве признаков для сегментации использовалась временная серия изображений NDVI (*Normalized Difference Vegetation Index*), полученных на основе измерений прибора OLI (Landsat 8), охватывающая часть вегетационного периода растительности с марта по сентябрь 2016 года для прямоугольного участка в Ставропольском крае размером 40 на 60 км. Участок характеризуется выраженной неоднородностью сельскохозяйственного ландшафта и наличием большого количества культур в локальных севооборотах (рис. 2).

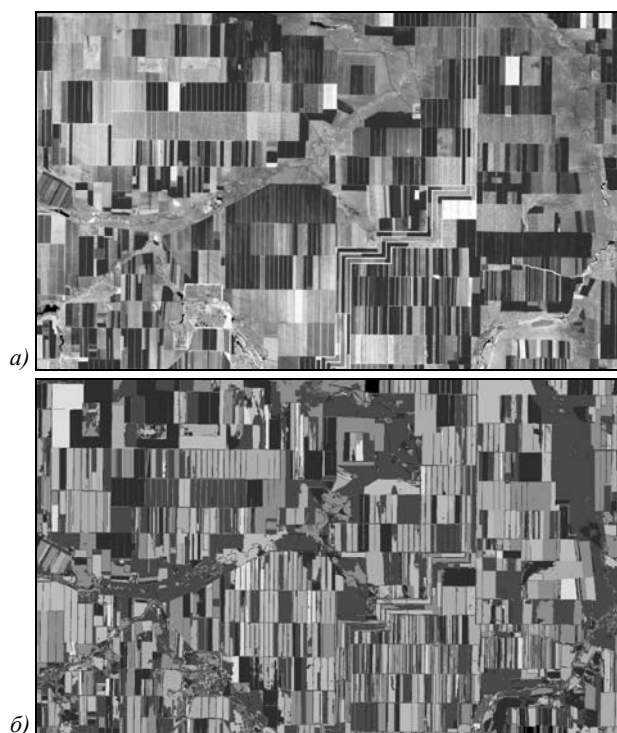


Рис. 2. Разновременной RGB синтез набора исходных изображений NDVI по данным OLI (Landsat 8) на тестовый регион Ставропольского края (здесь Red-Green-Blue: 30.07.2016-12.06.2016-9.09.2016 соответственно) (а) и пример сегментации, полученный по этому набору (б); палитра использует минимально достаточное количество цветов для разделения сегментов

Сельскохозяйственные поля зачастую окружены узкими защитными лесополосами, а их размер варьируется в широком диапазоне значений. Практикуется ежегодное переразбиение больших полей на участки меньшего размера, занятые различными культурами текущего сезона вегетации. Для корректной и оперативной оценки состояния культур и прогнозирования урожайности своевременное получение границ однородных участков, засеянных одной культурой, является востребованным.

Оценка точности проведения границ в процессе сегментации производится путем анализа спектрально-динамической схожести трёх референтных пикселей. Тройка пикселей формируется на границе двух

соседних сегментов таким образом, чтобы центральный пиксель непосредственно граничил (углом или гранью) с двумя другими. При этом один из двух нецентральных пикселей должен принадлежать тому же сегменту, что и центральный (назовём эту пару внутрисегментными пикселями), а второй должен принадлежать соседнему сегменту (этот пиксель вместе с центральным формируют пару, которую назовём разносегментными пикселями). В общем случае два нецентральных пикселя не граничат друг с другом и связи внутри этой пары далее не рассматриваются. Согласно логике разбиения изображения алгоритмом, можно ожидать, что внутрисегментные пиксели обладают необходимой в терминах входных пороговых значений схожестью по каждой из метрик K и D , и, наоборот, разносегментные пиксели различаются сильнее (недостаточно похожи), чем определенный пороговыми значениями уровень – как минимум по одной из метрик.

Для получения интегральной оценки результата сегментации на регион использовалась квазирегулярная сеть из сформированных указанным выше образом троек референтных пикселей, которые автоматически подбирались максимально близко к узлам регулярной сети, равномерно покрывающей тестовую область. Каждая тройка пикселей продуцирует две пары характеристик K_i, D_i , соответствующих меткам на диаграмме, представленной рис. 3: одна пара значений соответствовала результатам сравнения внутрисегментных пикселей K_x, D_x (х-образные метки), а другая – результатам сравнения разносегментных пикселей K_o, D_o (о-образные метки). Прямоугольная рамка на рисунке ограничивает область A множества сочетаний значений параметров, которым должны соответствовать пиксели объектов с необходимой степенью связи (в данном случае пороговые значения метрик: $K=0,97$, $D=0,02$). Таким образом, к ошибкам проведения границ относятся ситуации, когда х-образные метки находятся в области B значений метрик (недосегментация), а также когда о-образные метки попадают в ограниченную рамкой область A значений метрик (пересегментация). Общая точность проведения границ при текущих параметрах сегментации рассчитывается как количество случаев верно проведенных границ, отнесенное к числу всех исследуемых случаев.

Поскольку имеются две степени свободы, непосредственно влияющие на результат сегментации, можно анализировать зависимость точности положения границ от двух параметров одновременно, получив на выходе трехмерный график. Однако такой результат представляется избыточным и малоинформативным ввиду того, что метод во многом опирается на значения метрики общего расстояния, а получение трехмерной зависимости является вычислительно трудоёмкой задачей.

Анализ точности проведения границ в зависимости от всех параметров сегментации является более информативным при движении по траектории «наискорейшего спуска» в пространстве используемых

метрик, т.е. такого одновременного изменения входных пороговых значений для метрик K и D , когда образуемая парами их значений линия местно перпендикулярна изолиниям метрики общего парного расстояния P (рис. 4).

При движении по этой траектории можно зафиксировать некоторый шаг изменения общего расстояния, позволяющий с необходимой детальностью описать динамику общей точности проведения границ. Для каждого результата сегментации, полученного на текущем шаге при соответ-

ствующих входных пороговых значениях на метрики K и D , точность проведения границ была рассчитана на основе 160 троек референтных пикселей, расположенных максимально близко к узлам регулярной сети, покрывающей тестовый регион. Для этого рассчитывалось количество исходов всех типов, учитывая число попадания меток в соответствующие области рис. 3, и формировалась матрица ошибок, общая точность которой OA является функцией от значения метрики общего парного расстояния P (рис. 5).

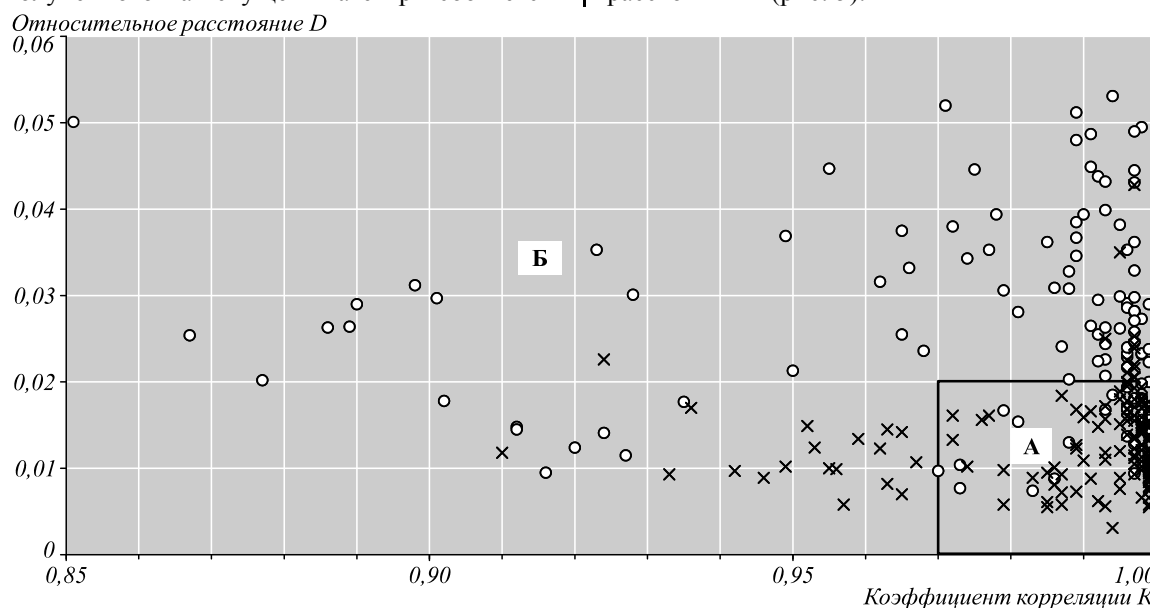


Рис. 3. Пример диаграммы для оценки точности проведения границ при сегментации для 160 сегментов регулярной сети: значками «o» показаны результаты сравнения пар пикселей из разных сегментов, значками «x» — пар из одного сегмента, рамкой показана область пороговых значений параметров сегментации ($K = 0,97$, $D = 0,02$)

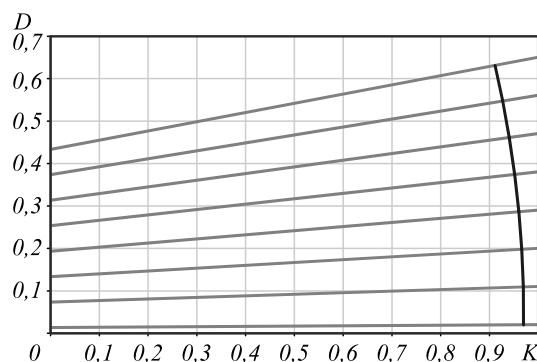


Рис. 4. Кривая оптимального изменения параметров оценки сегментации (черный), перпендикулярная изолиниям метрики общего парного расстояния (серый)

График на рис. 5 демонстрирует ожидаемое общее уменьшение точности сегментации в терминах положения границ по мере ослабления входных пороговых значений. Некоторая немонотонность снижения точности обусловлена локальными вариациями статистического разнообразия выборки из тестовых троек, которое меняется по мере изменения входных параметров сегментации и увеличения размеров сегментов. Из общих соображений понятно, что в целом график должен демонстрировать монотонное снижение общей

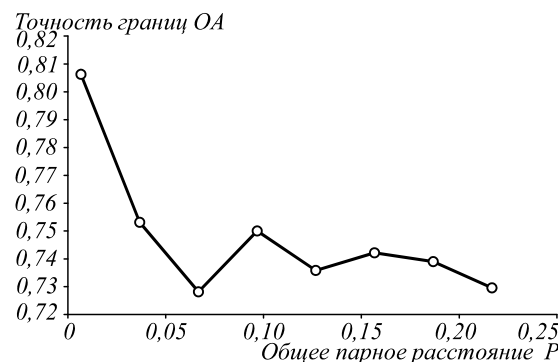


Рис. 5. Изменение точности OA проведения границ при автоматической сегментации по мере ослабления пороговых значений на входные параметры

точности положения границ по мере смягчения входных параметров и увеличения порогового значения общего парного расстояния P . Стартовое значение точности при наиболее жестких из набора исследуемых пороговых значений превышает отметку 80%. При этом, очевидно, значения точности будут стремиться к отметке 100% при дальнейшем ужесточении пороговых значений до максимально возможных, когда каждый сегмент представляет собой отдельный пиксел (максимально возможная пересегментация).

Интерес представляет кривая точности в диапазоне общего расстояния от 0,1 и далее, где наблюдается стабилизация общей точности возле значений 73–75%. Помимо демонстрации характеристик метода, этот результат также характеризует величину общей неоднородности тестового региона через количество и расположение ландшафтно-однородных зон. В частности, для любого относительно неоднородного участка земной поверхности можно ожидать, что подобный график будет иметь несколько регионов стабильных значений (плато) на разных уровнях общей точности с участками скачкообразных переходов между ними. Наличие участков плато обусловлено существованием некоторого диапазона параметров сегментации, когда положение границ сегментов стабилизировано и меняется слабо, сталкиваясь с чёткими природными границами между объектами разных типов земного покрова.

4. Особенности и приложения метода

Возможность сегментации временных рядов изображений в условиях наличия пропущенных значений

Используемые методом метрики допускают наличие пропущенных значений во временных сериях данных, если имеющиеся безоблачные измерения позволяют установить спектрально-динамические связи между примитивами. Вероятность успешного восстановления связи ассоциирована с близостью закона распределения набора имеющихся безоблачных измерений в текущем пикселе к Гауссовому, который, в частности, лежит в основе расчета метрики K . Согласно закону больших чисел, увеличение количества измерений ведет к приближению распределения к нормальному виду и, следовательно, большей толерантности метода к наличию пропущенных значений. Для демонстрации устойчивости результатов сегментации область пропущенных значений была искусственно создана в одном из признаков набора входных данных (рис. 6), состоящего из 9 разновременных изображений. При одинаковых входных параметрах сегментации результаты выделения границ до и после внесенных изменений соответствуют однородным объектам на изображениях и отличаются слабо, т.е. метод достаточно устойчив к возмущениям такого рода за счёт статистической избыточности разновременной информации.

Подавление спекл-шума

Спекл-шум на радиолокационных изображениях является неизбежной проблемой, решаемой обычно с помощью пространственных фильтров, при использовании которых может происходить снижение пространственной детальности изображения. В частности, использование одного из наиболее популярных методов оконной фильтрации спекл-шума, фильтра Ли [26], приводит к заметному загромождению изображения, препятствуя выделению чётких границ на основе радарных данных.

Если фенологическая динамика объектов растительного покрова достаточно выражена, описанный метод сегментации изображений позволяет подавить

спекл-шум за счет его осреднения в границах сегментов. Такой подход позволяет во многом сохранить информацию, связанную с пространственным разрешением (рис. 7).

Рисунки указывают на снижение четкости изображения для ряда объектов при использовании фильтра Ли (левый ряд) по сравнению с оригинальными снимками (центральный ряд). Использование сегментации, позволяющей выделять границы и использовать их при подавлении спекл-шума, приводит к получению более чётких и контрастных изображений, что наблюдается на разных уровнях пространственной детализации.



Рис. 6. Границы сегментов (черные линии), полученные на основе неизменных данных (а) и после создания искусственного пропуска в одном из признаков (б), область пропущенных значений обозначена пунктирной линией, на фоне – изображение признака, в котором была создана область пропущенных значений

Обсуждение и заключение

Описанный метод сегментации используется в автоматических алгоритмах оперативного анализа спутниковых данных, разработанных в ИКИ РАН, в частности, для распознавания и оценки состояния озимых и яровых культур, используемых пахотных земель [16–19]. Описанная возможность установления границ сегментов в условиях наличия пропущенных значений позволяет рассчитывать и восстанавливать недостающие измерения во временных сериях на основе спектрально-временных связей между пикселями сегмента, что было использовано, в частности, в работах [20, 21], где продемонстрировано практическое использование восстановленных временных серий высокого пространственного разрешения для картографирования используемых пахотных земель. Устойчивость метода к шуму в исходных данных может быть использована для его подавления, что показано на примере радиолокаци-

онных изображений, полученных спутниковой системой Sentinel-1. Метод может быть улучшен путём уточнения положения границ сегментов непосредственно в процессе их построения, как это было опи-

сано в параграфе оценки точности, при этом приоритетом развития метода остаётся общее быстродействие алгоритма.

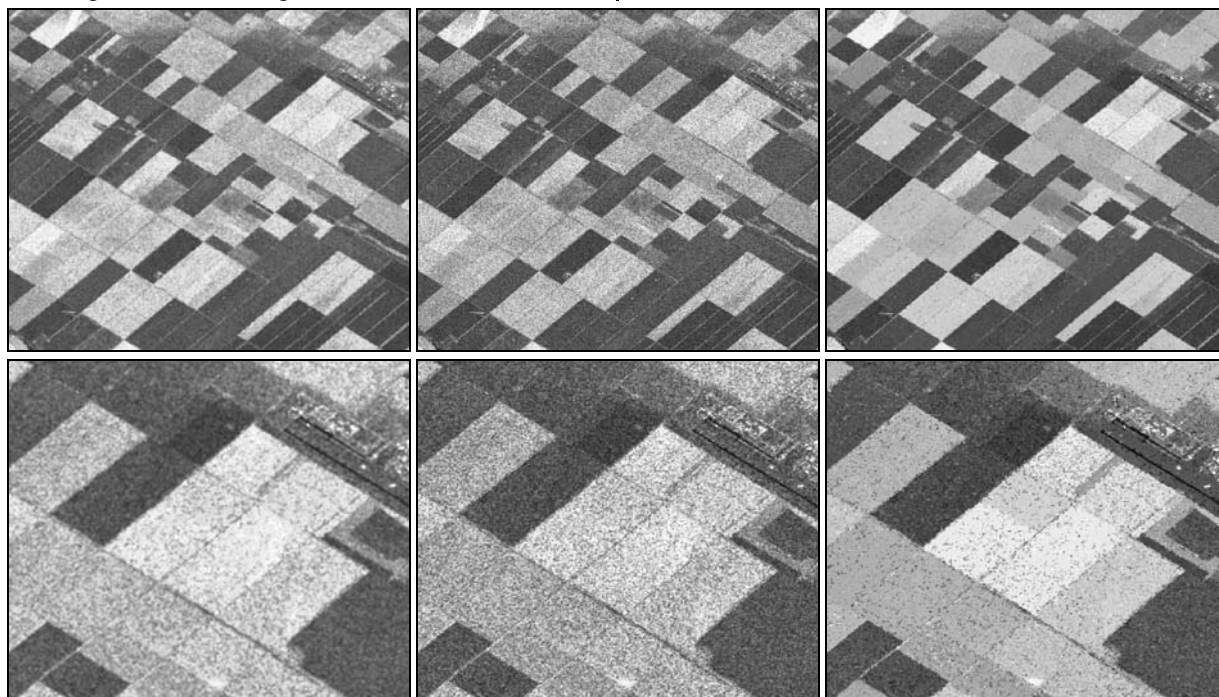


Рис. 7. Пример подавления спекл-шума на изображениях Sentinel-1 (поляризация VV), здесь – разновременной синтез (Red-Green-Blue) за 31.05.2016, 19.05.2016, 25.04.2016 соответственно, по центру – исходные изображения, слева – обработанные фильтром Ли (5×5 пикселей), справа – осредненные по сегментам, снизу приведены фрагменты детально в аналогичном порядке

Благодарности

Работа была выполнена в рамках темы «Мониторинг» (госрегистрация № 01.20.0.2.00164) с использованием ресурсов Центра коллективного пользования «ИКИ-Мониторинг» [27].

Литература

1. Dey, V. A review on image segmentation techniques with remote sensing perspective / V. Dey, Y. Zhang, M. Zhong // Proceedings of the International Society for Photogrammetry and Remote Sensing Symposium (ISPRS), TC VII Symposium. – 2010. – Vol. XXXVIII, Part 7A. – P. 31-42.
2. Гонсалес, Р.С. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р.Е. Вудс; пер. с англ. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с. – ISBN: 978-5-94836-331-8.
3. Sarmah, S. A grid-density based technique for finding clusters in satellite image / S. Sarmah, D.K. Bhattacharyya // Pattern Recognition Letters. – 2012. – Vol. 33, Issue 5. – P. 589-604. – DOI: 10.1016/j.patrec.2011.11.021.
4. Барталёв, С.А. Анализ возможностей применения методов сегментации спутниковых изображений для выявления изменений в лесах / С.А. Барталёв, Т.С. Ховратович // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т. 8, № 1. – С. 44-62.
5. Rashedi, E. A hierarchical clusterer ensemble method based on boosting theory / E. Rashedi, A. Mirzaei // Knowledge-Based Systems. – 2013. – Vol. 45. – P. 83-93. – DOI: 10.1016/j.knsys.2013.02.009.
6. Yuan, J. Remote sensing image segmentation by combining spectral and texture features / J. Yuan, D.L. Wang, R. Li // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – 2014. – Vol. 52, Issue 1. – P. 16-24. – DOI: 10.1109/TGRS.2012.2234755.
7. Deng, H. Unsupervised image segmentation using a simple MRF model with a new implementation scheme / H. Deng, D.A. Clausi // Pattern Recognition. – 2004. – Vol. 37, Issue 12. – P. 2323-2335. – DOI: 10.1016/j.patcog.2004.04.015.
8. Zhang, J. Brief review of invariant texture analysis methods / J. Zhang, T. Tan // Pattern Recognition. – 2002. – Vol. 35, Issue 3. – P. 735-747. – DOI: 10.1016/S0031-3203(01)00074-7.
9. Фраленко, В.П. Методы текстурного анализа изображений, обработка данных дистанционного зондирования Земли // Программные системы: теория и приложения. – 2014. – № 4(22). – С. 19-39.
10. Neubert, M. Assessment of remote sensing image segmentation quality / M. Neubert, H. Herold // Proceedings GEOBIA. – 2008. – 5 p.
11. Gang, L. Remote sensing image segmentation with probabilistic neural networks / L. Gang // Geo-spatial Information Science. – 2005. – Vol. 8, Issue 1. – P. 28-32. – DOI: 10.1007/BF02826988.
12. Su, T. Local and global evaluation for remote sensing image segmentation / T. Su, S. Zhang // ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. – 2017. – Vol. 130. – P. 256-276. – DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2017.06.003.
13. Медведева, Е.В. Метод текстурной сегментации изображений на основе марковских случайных полей / Е.В. Медведева, Е.Е. Курбатова // Цифровая обработка сигналов. – 2012. – № 3. – С. 76-80.
14. Плотников, Д.Е. Метод сегментации временной серии спутниковых изображений // Двенадцатая всероссий-

- ская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». Тезисы докладов. – 2014. – С. 375.
15. **Барталёв, С.А.** Состояние и перспективы развития методов спутникового картографирования растительного покрова России / С.А. Барталёв, В.А. Егоров, В.О. Жарко, Е.А. Лупян, Д.Е. Плотников, С.А. Хвостиков // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2015. – Т. 12, № 5. – С. 203-221.
 16. **Плотников, Д.Е.** Оценка точности выявления посевов озимых культур в весенне-летний период вегетации по данным прибора MODIS / Д.Е. Плотников, С.А. Барталёв, Е.А. Лупян, В.А. Толпин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2017. – Т. 14, № 4. – С. 132-145. – DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-4-132-145.
 17. **Лупян, Е.А.** Наблюдение раннего развития озимых культур в южных регионах европейской части России весной 2017 года на основе данных дистанционного мониторинга / Е.А. Лупян, С.А. Барталёв, Ю.С. Крашенинникова, Д.Е. Плотников, В.А. Толпин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2017. – Т. 14, № 2. – С. 268-272. – DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-2-268-272.
 18. **Лупян, Е.А.** Аномальное развитие яровых культур в регионах европейской части России в 2017 году / Е.А. Лупян, С.А. Барталёв, Ю.С. Крашенинникова, Д.Е. Плотников, В.А. Толпин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2017. – Т. 14, № 3. – С. 324-329. – DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-3-324-329.
 19. **Bartalev, S.A.** Mapping of arable land in Russia using multiyear time series of MODIS data and the LAGMA classification technique / S.A. Bartalev, D.E. Plotnikov, E.A. Loupian // Remote Sensing Letters. – 2016. – Vol. 7, Issue 3. – P. 269-278. – DOI: 10.1080/2150704X.2015.1130874.
 20. **Плотников, Д.Е.** Автоматическое распознавание используемых пахотных земель на основе сезонных временных серий восстановленных изображений Landsat / Д.Е. Плотников, П.А. Колбудаев, С.А. Барталёв, Е.А. Лупян // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2018. – Т. 15, № 2. – С. 112-127. – DOI: 10.21046/2070-7401-2018-15-2-112-127.
 21. **Плотников, Д.Е.** Распознавание используемых пахотных земель на основе сезонных временных серий восстановленных изображений Landsat на примере Московской области / Д.Е. Плотников, П.А. Колбудаев, С.А. Барталёв, Е.А. Лупян // Пятнадцатая Всероссийская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». Тезисы докладов. – 2017. – С. 410.
 22. **Cousty, J.** Watershed cuts: minimum spanning forests, and the drop of water principle / J. Cousty, G. Bertrand, L. Najman, M. Couprie // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2009. – Vol. 31, Issue 8. – P. 1362-1374. – DOI: 10.1109/TPAMI.2008.173.
 23. **Shi, J.** Normalized cuts and image segmentation / J. Shi, J. Malik // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2000. – Vol. 22, Issue 8. – P. 888-905. – DOI: 10.1109/34.868688.
 24. **Grady, L.** Random walks for image segmentation / L. Grady // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2006. – Vol. 28, Issue 11. – P. 1768-1783. – DOI: 10.1109/TPAMI.2006.233.
 25. **Grady, L.** Isoperimetric graph partitioning for image segmentation / L. Grady, E.L. Schwartz // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2006. – Vol. 28, Issue 3. – P. 469-475. – DOI: 10.1109/TPAMI.2006.57.
 26. **Lee, J.-S.** Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images / J.-S. Lee // Computer Graphics and Image Processing. – 1981. – Vol. 17, Issue 1. – P. 24-32. – DOI: 10.1016/S0146-664X(81)80005-6.
 27. **Лупян, Е.А.** Центр коллективного пользования системами архивации, обработки и анализа спутниковых данных ИКИ РАН для решения задач изучения и мониторинга окружающей среды / Е.А. Лупян, А.А. Прошин, М.А. Бурцев, И.В. Балашов, С.А. Барталёв, В.Ю. Ефремов, А.В. Кашницкий, А.А. Мазуров, А.М. Матвеев, О.А. Суднева, И.Г. Сычугов, В.А. Толпин, И.А. Уваров // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2015. – Т. 12, № 5. – С. 263-284.

Сведения об авторах

Плотников Дмитрий Евгеньевич, 1984 года рождения, окончил в 2007 году факультет аэрофизики и космических исследований по специальности «Прикладные математика и физика» Московского физико-технического института (государственный университет). В настоящее время является заведующим сектором в отделе «Технологии спутникового мониторинга» Института космических исследований РАН. Кандидат физико-математических наук по специальности 01.04.01 (2012 год). За время работы в ИКИ РАН принимал участие в выполнении российских и международных научно-исследовательских проектов, направленных на развитие методов мониторинга динамики и состояния культурной растительности. В настоящее время занимается разработкой автоматических адаптивных методов анализа многолетних и сезонных временных рядов спутниковых данных для решения ряда задач оценки растительного покрова на больших территориях. Автор более 70 научных публикаций. Область научных интересов: дистанционный мониторинг растительного покрова, анализ и восстановление временных серий, распознавание пахотных земель, спектрально-динамические метрики. E-mail: dmitplot@d902.iki.rssi.ru.

Колбудаев Павел Алексеевич, 1987 года рождения, в 2010 году окончил Московский физико-технический институт по специальности «Прикладная математика и физика», специализация «Космическая физика». В настоящее время работает в Институте космических исследований РАН в отделе Технологий спутникового мониторинга в должности младшего научного сотрудника. Область научных интересов: технологии дистанционного зондирования Земли, программирование, предварительная обработка спутниковых данных. E-mail: kolbudaev@d902.iki.rssi.ru.

Барталёв Сергей Александрович, 1961 года рождения. В 1984 году окончил факультет прикладной космонавтики Московского института геодезии, аэрофотосъемки и картографии по специальности «Исследование природных ресурсов аэрокосмическими методами». Доктор технических наук (2007 год) по специальности «Приборы и методы

экспериментальной физики». Заведующий лабораторией методов спутникового мониторинга наземных экосистем Института космических исследований Российской академии наук. Область научных интересов включает дистанционное зондирование, методы обработки изображений, технологии спутникового мониторинга экосистем. Автор ряда монографий и более 200 научных статей в рецензируемых журналах. E-mail: bartalev@d902.iki.rssi.ru.

ГРНТИ: 89.57.35.

Поступила в редакцию 22 декабря 2017 г. Окончательный вариант – 9 апреля 2018 г.

IDENTIFICATION OF DYNAMICALLY HOMOGENEOUS AREAS WITH TIME SERIES SEGMENTATION OF REMOTE SENSING DATA

D.E. Plotnikov¹, P.A. Kolbudaev¹, S.A. Bartalev¹

¹ Space Research Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract

We propose a method of segmentation of remote sensing time series data, which exploits multi-temporal information to identify objects' boundaries. Extracting homogeneous objects with similar temporal behavior, the method analyzes large volumes of multi-temporal input data in a piecewise way and produces a consistent output segmentation layer for large territories. Segment building logic is simplified to minimize the computation time, while objects' boundary identification accuracy remains sufficient for remote monitoring and mapping of vegetation, and specifically, agricultural crops. At the Space Research Institute of the RAS, the proposed method is currently applied for automated on-line satellite imagery analysis for recognition and mapping of (winter and spring) crops on large territories and land-use evaluation. The method successfully deals with gaps in remote sensing time series data and performs well even when input images are contaminated with speckle noise. Due to its ability to map dynamically homogeneous surface areas with partially missing data, the method provides a potential for their recovery.

Keywords: image segmentation, remote sensing, spectro-temporal metrics, image analysis.

Citation: Plotnikov DE, Kolbudaev PA, Bartalev SA. Identification of dynamically homogeneous areas with time series segmentation of remote sensing data. *Computer Optics* 2018; 42(3): 447-456. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-447-456.

Acknowledgements: This work was performed under a research program "Monitoring" (No. 01.20.0.2.00164).

References

- [1] Dey V, Zhang Y, Zhong M. A review on image segmentation techniques with remote sensing perspective. *Proc ISPRS TC VII Symposium 2010; XXXVIII(7A)*: 31-42.
- [2] Gonzalez RC, Woods RE. *Digital image processing*. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall; 2008. ISBN: 978-0-13-168728-8.
- [3] Sarmah S, Bhattacharyya DK. A grid-density based technique for finding clusters in satellite image. *Pattern Recognition Letters* 2012; 33(5): 589-604. DOI: 10.1016/j.patrec.2011.11.021.
- [4] Bartalev SA, Khovratovich TS. Assessment of satellite images segmentation methods for forest change detection [In Russian]. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa* 2011; 8(1): 44-62.
- [5] Rashedi E, Mirzaei A. A hierarchical clusterer ensemble method based on boosting theory. *Knowledge-Based Systems* 2013; 45: 83-93. DOI: 10.1016/j.knosys.2013.02.009.
- [6] Yuan J, Wang DL, Li R. Remote sensing image segmentation by combining spectral and texture features. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 2014; 52(1): 16-24. DOI: 10.1109/TGRS.2012.2234755.
- [7] Deng H, Clausi DA. Unsupervised image segmentation using a simple MRF model with a new implementation scheme. *Patt Recogn* 2004; 37(12): 2323-2335. DOI: 10.1016/j.patcog.2004.04.015.
- [8] Zhang J, Tan T. Brief review of invariant texture analysis methods. *Patt Recogn* 2004; 35(3): 735-747. DOI: 10.1016/S0031-3203(01)00074-7.
- [9] Fralenko VP. Methods of image texture analysis, Earth remote sensing data processing [in Russian]. Program systems: Theory and applications 2014; 4(22): 19-39.
- [10] Neubert M, Herold H. Assessment of remote sensing image segmentation quality. *Proceedings GEOBIA 2008*.
- [11] Gang L. Remote sensing image segmentation with probabilistic neural networks. *Geo-spat Inf Sci* 2005; 8(1): 28-32. DOI: 10.1007/BF02826988.
- [12] Su T, Zhang S. Local and global evaluation for remote sensing image segmentation. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 2017; 130: 256-276. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2017.06.003.
- [13] Medvedeva EV, Kurbatova EE. Method of textural segmentation of images based on Markov casual fields [In Russian]. *Digital images processing* 2012; 3: 76-80.
- [14] Plotnikov DE. The method for time series segmentation of remote sensing images [In Russian]. *Proceedings of the conference "Current problems in remote sensing of the earth from space"* 2014: 375.
- [15] Bartalev SA, Egorov VA, Zharko VO, Loupian EA, Plotnikov DE, Khvostikov SA. Current state and development prospects of satellite mapping methods of Russia's vegetation cover [In Russian]. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa* 2015; 12(5): 203-221.
- [16] Plotnikov DE, Bartalev SA, Loupian EA, Tolpin VA. Accuracy assessment for winter crops mapping in spring-summer growing season with MODIS data [In Russian]. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa*

- 2017; 14(4): 132-145. DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-4-132-145.
- [17] Loupian EA, Bartalev SA, Krashenninnikova YuS, Plotnikov DE, Tolpin VA. Observation of early development of winter crops in spring 2017 in southern regions of Russia based on remote sensing data [In Russian]. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa* 2017; 14(2): 268-272. DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-2-268-272.
- [18] Loupian EA, Bartalev SA, Krashenninnikova YuS, Plotnikov DE, Tolpin VA. Abnormal development of spring crops in European Russia in 2017 [In Russian]. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa* 2017; 14(3): 324-329. DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-3-324-329.
- [19] Bartalev SA, Plotnikov DE, Loupian EA. Mapping of arable land in Russia using multi-year time series of MODIS data and the LAGMA classification technique. *Remote Sensing Letters* 2016; 7(3): 269-278. DOI: 10.1080/2150704X.2015.1130874.
- [20] Plotnikov DE, Kolbudaev PA, Bartalev SA, Loupian EA. Automated annual cropland mapping from reconstructed time series of Landsat data [In Russian]. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa* 2018; 15(2): 112-127. DOI: 10.21046/2070-7401-2018-15-2-112-127.
- [21] Plotnikov DE, Kolbudaev PA, Bartalev SA. Recognition of arable land based on seasonal time series of reconstructed Landsat imagery with Moscow region as an example [In Russian]. *Proceedings of the conference "Current problems in remote sensing of the earth from space"* 2017: 410.
- [22] Cousty J, Bertrand G, Najman L, Couprie M. Watersheds, minimum spanning forests, and the drop of water principle. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell* 2009; 31(8): 1362-1374. DOI: 10.1109/TPAMI.2008.173.
- [23] Shi J, Malik J. Normalized cuts and image segmentation. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell* 2000; 22(8): 888-905. DOI: 10.1109/34.868688.
- [24] Grady L. Random walks for image segmentation. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell* 2006; 28(11): 1768-1783. DOI: 10.1109/TPAMI.2006.233.
- [25] Grady L, Schwartz EL. Isoperimetric graph partitioning for image segmentation. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell* 2006; 28(3): 469-475. DOI: 10.1109/TPAMI.2006.57.
- [26] Lee JS. Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images. *Computer Graphics and Image Processing* 1981; 17: 24-32. DOI: 10.1016/S0146-664X(81)80005-6.
- [27] Loupian EA, Proshin AA, Burtsev MA, Balashov IV, Bartalev SA, Efremov VYu, Kashnitskiy AV, Mazurov AA, Matveev AM, Sudneva OA, Sychugov IG, Tolpin VA, Uvarov IA. IKI center for collective use of satellite data archiving, processing and analysis systems aimed at solving the problems of environmental study and monitoring [In Russian]. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa* 2015; 12(5): 263-284.

Author's information

Dmitry Evgenievich Plotnikov (b. 1984) graduated from Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT) in 2007, achieving M.D. in Applied Mathematics and Physics. His current position is head of sector in the Technologies department for Satellite Monitoring at the Space Research Institute of Russian Academy of Sciences. He is Ph.D. in Experimental Physics (since 2012). He took part in numerous activities concerning vegetation monitoring within both internal and international scientific projects. He is currently involved into development of automated methods for adaptive vegetation assessment and mapping over large areas. He has authorship of more than 70 scientific publications. His interests are: vegetation remote sensing, time series analysis and reconstruction, cropland mapping, spectro-temporal metrics. E-mail: dmitplot@d902.iki.rssi.ru.

Pavel Alekseevich Kolbudaev (b. 1987) graduated from Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT) in 2010, achieving M.D. in Applied Mathematics and Physics and Space Physics specialty. He has a position of junior scientist in the Technologies department for Satellite Monitoring at the Space Research Institute of Russian Academy of Sciences. His research interests are: technologies of Earth remote sensing, programming, Earth observation data pre-processing. E-mail: kolbudaev@d902.iki.rssi.ru.

Sergey Aleksandrovich Bartalev (b. 1961) graduated (1984) from Moscow Institute of Geodesy, Aerophotosurvey and Cartography, Space Applications Faculty, majoring in Remote Sensing of Natural Resources. Doctor of Sciences (2007) in Experimental Physics. He is head of Terrestrial Ecosystems Monitoring Laboratory at the Space Research Institute of Russian Academy of Sciences. His research interests are: remote sensing, image processing methods, technologies for ecosystems remote monitoring. He is author of monographs and more than 200 scientific articles in peer review journals. E-mail: bartalev@d902.iki.rssi.ru.

Received December 22, 2017. The final version – April 9, 2018.

ВИЗУАЛЬНАЯ НАВИГАЦИЯ АВТОНОМНОГО НЕОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА С ГЛОБАЛЬНЫМ ПОИСКОМ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ИЗОБРАЖЕНИЯМИ

А.Н. Камаев¹, Д.А. Карманов¹

¹ Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск, Россия

Аннотация

В статье рассматривается задача навигации автономного необитаемого подводного аппарата. Изображения, получаемые бортовой стереокамерой, используются для построения облаков точек, привязанных к конкретным положениям аппарата. Квантованные дескрипторы точек хранятся в метрическом дереве для организации процедуры быстрого поиска с использованием алгоритма *best bin first*. Связи для нового облака точек ищутся в небольшой группе облаков, которые имеют наибольшее число похожих дескрипторов, сохранённых в дереве. Таким образом, новое облако может быть позиционировано относительно других облаков без какой-либо априорной информации о положении АНПА и точности, с которой это положение известно. Это приводит к повышению надёжности системы навигации, делает систему нечувствительной к пропускам данных, однотонным участкам дна и длинным проходам без пересечений собственной траектории. В статье рассматриваются алгоритмы построения облаков точек, сопоставления этих облаков, построения групп потенциально связанных облаков для ускорения процедуры глобального поиска связей. Также предлагается основной алгоритм навигации, состоящий из трёх выполняемых параллельно подпрограмм: добавление изображений в систему, обновление дерева поиска, оптимизация. Предложенный алгоритм навигации тестируется как на реальных, так и на синтетических данных. Тесты на реальных данных показывают, что траектория может быть построена даже для последовательностей с 60 % пропущенных изображений и малым или нулевым перекрытием последовательных снимков. Тесты на синтетических данных демонстрируют, что построенная траектория близка к истинной даже для длительных миссий. Средняя скорость работы навигационной системы составляет 3 кадра в секунду на процессоре среднего ценового диапазона.

Ключевые слова: АНПА, SLAM, особые точки, счисление пути, сопоставление изображений.

Цитирование: Камаев, А.Н. Визуальная навигация автономного необитаемого подводного аппарата с глобальным поиском связей между изображениями / А.Н. Камаев, Д.А. Карманов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 457-467. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-457-467.

Введение

Использование фото- и видеоданных с бортовых камер позволяет наиболее точно позиционировать автономный необитаемый подводный аппарат (АНПА) вблизи дна. Существует большое количество методов построения навигационных систем (НС), опирающихся на визуальную информацию. Наиболее простой метод – это счисление пути, он использует найденные трансформации между соседними кадрами видеопоследовательности для вычисления положения АНПА [1]. Этому методу свойственны все недостатки инерциальной НС, но в ряде случаев он позволяет дольше сохранять приемлемую точность.

Наиболее распространённым подходом к визуальной навигации с одновременным построением карты (SLAM – *Simultaneous Localization and Mapping*) является использование расширенного фильтра Калмана (EKF – *Extended Kalman Filter*), когда вектор состояния включает положение и ориентацию АНПА и положение ориентиров (*landmarks*) на карте [2, 3]. Новые ориентиры добавляются по мере получения новых изображений. При повторном посещении уже записанного ориентира неопределённость вектора параметров уменьшается (закрытие разрыва). Для закрытия разрыва используются точечные особенности на изображениях и эллипсоид поиска, ограничиваю-

щий количество потенциально соответствующих ориентиров. Так как матрица ковариаций вектора параметров при использовании EKF хранится в явном виде, эллипсоид поиска всегда можно оценить. Проблемой использования EKF является квадратичный рост сложности задачи по мере добавления новых ориентиров к вектору параметров. Эту проблему можно частично решить, разбив карту на локальные связанные зоны, каждая из которых строится с использованием EKF, тогда как сами зоны позиционируются путём решения задачи минимизации на графе [4].

Другим способом справиться с квадратично растущей сложностью EKF является использование расширенного фильтра информации (EIF – *Extended Information Filter*) [5]. В отличие от EKF, EIF оперирует матрицей информации, обратной к матрице ковариаций. Она является разреженной, что позволяет значительно сократить вычисления, необходимые для обновления вектора состояний и самой матрицы. В [6] показано, как можно оценить ковариации отдельных элементов вектора параметров для решения задачи закрытия разрывов, не вычисляя при этом матрицу, обратную к матрице информации.

Наиболее точным способом решения задачи навигации является подход, основанный на построении графа состояний АНПА, но он применяется значи-

тельно реже из-за сложности реализации в режиме реального времени. В [7] рассматривается оптимизация поиска связей между изображениями при использовании такого подхода. Оптимизация заключается в том, что для поиска отбираются изображения из некоторой окрестности предполагаемого положения только в том случае, если они имеют выраженный и достаточно уникальный текстурный рисунок. В [8] рассматривается подход, основанный на графе применительно к стереоизображениям.

Несмотря на то, что для решения задачи визуальной навигации АНПА могут быть применены самые разные подходы, их все объединяет один важный недостаток – для закрытия разрывов требуется сопоставлять текущее изображение со всеми попадающими в эллипсоид неопределённости положения. Для дна с хорошим текстурным покрытием и при условии большого пересечения последовательных снимков неопределённость положения невелика и для закрытия разрывов достаточно перебрать небольшое число изображений. При однотонной донной поверхности, малом перекрытии, пропуске кадров, длительных проходах без пересечения траектории неопределённость положения возрастает настолько, что задача закрытия разрывов становится нерешаемой. Чтобы иметь возможность закрывать разрывы независимо от знания о положении АНПА и неопределённости этого положения, в статье предлагается использовать глобальный поиск дескрипторов особых точек при сопоставлении изображений. Рассматривается система навигации по стереоизображениям, основанная на графе, использующая глобальный поиск связей между изображениями и способная работать в режиме реального времени.

Обозначения. Векторы и матрицы обозначены полужирным шрифтом: $\mathbf{A}$ – матрица, $\mathbf{a}$, $\mathbf{a}^T$ – векторы столбец и строка. Для обозначения поворота в $\mathbb{R}^3$ используется либо матрица поворота $\mathbf{R}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, либо вектор поворота $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$, такой что $|\mathbf{r}| \leq \pi$ – угол, а $\mathbf{r}/|\mathbf{r}|$ – ось поворота. Функции $\mathbf{r}(\mathbf{R})$ и $\mathbf{R}(\mathbf{r})$ отвечают за перевод матрицы поворота в вектор и обратно. Через $\text{diag}(\mathbf{a})$, $\text{diag}(a_0, a_1, \dots)$ обозначены диагональные матрицы с элементами $a_0, a_1, \dots$ на диагонали.

1. Постановка задачи

На корпусе АНПА установлены две камеры, которые могут быть описаны с использованием модели камеры – обскуры (все нелинейные искажения должны быть устранены заранее). Будем считать, что матрицы внутренних параметров камер $\mathbf{K}_1^c$ и $\mathbf{K}_2^c$ известны. Также известны матрицы поворота камер $\mathbf{R}_1^c$, $\mathbf{R}_2^c$ и их положения $\mathbf{t}_1^c$ и $\mathbf{t}_2^c$ в системе координат АНПА. Известны $\mathbf{t}_0^g$ и $\mathbf{r}_0^g$ – положение и ориентация АНПА в глобальной системе координат в начальный момент времени. На аппарате работает инерциальная НС, позволяющая определить положение и ориентацию аппарата в момент получения k -го изображения: $\mathbf{t}_k^l$, $\mathbf{r}_k^l$.

Инерциальная НС даёт накапливающуюся со временем ошибку. Обозначим через σ_t^l и σ_r^l векторы среднеквадратических отклонений положений и ориентаций, вычисляемых инерциальной НС за 1 секунду.

Необходимо, используя визуальную информацию с камер, определять положение и ориентацию АНПА в момент получения k -го изображения $\mathbf{t}_k^g$, $\mathbf{r}_k^g$, $k = 1, 2, \dots, M-1$, где M – количество изображений, получаемых АНПА за миссию. В режиме фотообследования АНПА движется с небольшой скоростью, и для обеспечения достаточного перекрытия снимков требуемая частота съёмки составляет от 0,5 до 2 кадров в секунду. На участках, где удалённость или характер дна не позволяет использовать визуальные особенности, может быть использована инерциальная НС.

2. Построение облака точек

На изображениях, получаемых со стереокамер АНПА – стереопарах, выполняется корректировка освещения [9]. Рассмотрим работу с k -й стереопарой (при обозначении объектов, локальных для k -й стереопары, будем опускать индекс k). На изображениях стереопары извлекаются точечные особенности $\mathbf{x}_{1l} = (x_{1l,1}, x_{1l,2}, 1)^T$, $\mathbf{x}_{2p} = (x_{2p,1}, x_{2p,2}, 1)^T$ и их SIFT-дескрипторы $\mathbf{d}_{1l}$, $\mathbf{d}_{2p}$ [10], где $l = 1, 2, \dots, L$; $p = 1, 2, \dots, P$; L и P – количество особенностей, обнаруженных на первом и втором изображении соответственно.

2.1. Модель связи

Соответствующие точки первого и второго изображения стереопары $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ связаны эппиплярным ограничением $\mathbf{x}_2^T \mathbf{F} \mathbf{x}_1 = 0$, где $\mathbf{F}$ – фундаментальная матрица [11],

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}_2^{c-T} \mathbf{R}_2^{cT} \mathbf{R}_1^c \left[\mathbf{R}_1^{cT} \mathbf{t}_2^c - \mathbf{R}_1^{cT} \mathbf{t}_1^c \right]_{\times} \mathbf{K}_1^{c-1}.$$

Согласно эппиплярному ограничению точка на втором изображении $\mathbf{x}_2$, соответствующая точке $\mathbf{x}_1$, лежит на линии, заданной коэффициентами $\mathbf{F} \mathbf{x}_1$.

Определим функцию расстояния от точки до прямой

$$d((a_0, a_1, a_2)^T, (x_0, x_1, 1)^T) = \\ = (a_0 x_0 + a_1 x_1 + a_2) / \sqrt{a_0^2 + a_1^2}.$$

Точка первого изображения стереопары с номером i соответствует точке второго изображения стереопары с номером j , если выполнены следующие условия:

$$d_{ij} = d(\mathbf{F} \mathbf{x}_{1i}, \mathbf{x}_{2j}) < d_{\max}, \quad (1)$$

$$|\mathbf{d}_{1i} - \mathbf{d}_{2j}| < d_{ij} \frac{m_{1a} - m_{1b}}{d_{\max}} + m_{1b}, \quad (2)$$

$$\frac{|\mathbf{d}_{1i} - \mathbf{d}_{2j}|}{\min_{p,l} (|\mathbf{d}_{1i} - \mathbf{d}_{2p}|, |\mathbf{d}_{1l} - \mathbf{d}_{2j}|)} < d_{ij} \frac{m_{2a} - m_{2b}}{d_{\max}} + m_{2b}, \quad (3)$$

$$p \in \{1, 2, \dots, P\} \setminus \{j\}, \quad l \in \{1, 2, \dots, L\} \setminus \{i\},$$

где $d_{\max}$, m_{1a} , m_{1b} , m_{2a} , m_{2b} – параметры алгоритма сопоставления. В параграфе 6 использованы следующие значения этих параметров: $d_{\max} = 2$, $m_{1a} = 0,3$, $m_{1b} = 0,5$, $m_{2a} = 0,8$, $m_{2b} = 0,9$. Пары индексов всех соответствующих

щих точек формируют множество $P = \{(i \in \{1, 2, \dots, L\}, j \in \{1, 2, \dots, P\}) | (1) \wedge (2) \wedge (3)\}$.

2.2. Данные облака

Каждая стереопара позволяет сгенерировать облако точек – множество B_k . Каждая точка $b \in B_k$ описывается следующими свойствами: $b.x = (b.x_0, b.x_1, b.x_2)^T$ – положение в системе координат АНПА, $b.C$ – матрица ковариаций вектора $b.x$, $b.R$ – матрица, строки которой являются собственными векторами матрицы $b.C$, $b.s = (b.s_0, b.s_1, b.s_2)^T$ – соответствующий вектор собственных чисел и $b.d$ – SIFT-дескриптор.

Задача определения координат точки $b.x$ по проекциям x_{1i} , x_{2j} , $(i, j) \in P$ и известным матрицам камеры $K_k^c (R_k^{cT} | -R_k^{cT} t_k^c)$, $k = 1, 2$, называется триангуляцией и может быть решена различными способами [11]. Авторы для определения начального приближения использовали direct linear transformation (DLT) метод [11], а для уточнения результата – метод Ньютона.

Матрица

$$b.C = (J_1 | J_2) \Sigma_x^{-1} (J_1 | J_2)^T,$$

где $J_1 = (J_{1,lp})$, $J_2 = (J_{2,lp})$, $J_{1,lp} = (\partial x_{1i,p} / \partial b.x_i)$, $J_{2,lp} = (\partial x_{2j,p} / \partial b.x_i)$, $l = 0, 1, 2$, $p = 1, 2$, а Σ_x – матрица ковариаций вектора $(x_{1i,1}, x_{1i,2}, x_{2j,1}, x_{2j,2})$. Для тестирования алгоритма в параграфе 6 выберем $\Sigma_x = \sigma_x^2 E$, где E – единичная матрица, а $\sigma_x = 2$ пикселя – среднеквадратическое отклонение измерений координат особых точек.

Дескриптор $b.d$ рассчитывается как средний вектор между дескрипторами соответствующих точек на стереопаре: $b.d = (d_{1i} + d_{2j})/2$. Каждой паре сопоставленных точек $(i, j) \in P$ соответствует одна точка в множестве B_k . Таким образом, $|P| = |B_k|$ – количество точек в k -м облаке.

2.3. Компактное представление данных

При большом количестве изображений в системе актуальным становится вопрос хранения данных облаков в оперативной памяти. Большая часть данных может храниться на диске и загружаться при необходимости, но для алгоритма поиска потенциально связанных облаков точек требуется присутствие в памяти дескрипторов $b.d$, $b \in B_k$, $k = 0, 1, \dots, M - 1$.

Эффективным способом уменьшения объема памяти, занимаемого дескрипторами $b.d$, является квантование. Компоненты дескрипторов предлагается квантовать по группам (*product quantization*) [12]. Приемлемая точность поиска связанных облаков (параграф 4.1) может быть обеспечена, если разбить вектор SIFT-дескриптора на 16 групп по 8 компонент в каждой. При таком разбиении достаточно словаря из 256 слов для каждой группы. Таким образом, 128-мерный SIFT-дескриптор $b.d$ может быть представлен 16-мерным вектором $b.d'$, каждый компонент которого представлен однобайтным индексом в словарь соответствующей группы. Операция построения словарей может быть выполнена с использованием алгоритма К-средних до выполнения миссии. При этом

для построения выбираются дескрипторы с изображений, типичных для акватории, в которой будет выполняться миссия. Подробно процесс квантования описан в работе [12].

3. Вычисление связи между облаками точек

Два облака точек B_k и B_l могут содержать некоторое количество пар соответствующих точек (имеющих одинаковое положение в глобальной системе координат). Наличие таких точек позволяет рассчитать преобразование, связывающее точки из облака B_l с точками из облака B_k .

3.1. Определение точечных соответствий

Рассмотрим точки $b_k \in B_k$ и $b_l \in B_l$, $k \neq l$. Близость этих точек характеризует функция асимметричного расстояния $\tilde{d}(b_l.d, b_k.d')$ (ADC) [12]. Асимметричное расстояние, вычисляемое между полным дескриптором и его квантованной версией, согласно [12] точнее аппроксимирует истинное расстояние $|b_l.d - b_k.d|$, чем симметричное расстояние, вычисляемое между двумя квантованными дескрипторами.

Для соответствующих точек b_k и b_l важно, чтобы каждая из них не образовывала пар с другими точками с похожим расстоянием, т.е. следующая функция должна быть по возможности меньше:

$$d_r(b_k, b_l) = \frac{\tilde{d}(b_l.d, b_k.d')}{\min_{b_j, b_i} (\tilde{d}(b_j.d, b_k.d'), \tilde{d}(b_l.d, b_i.d'))},$$

$$b_j \in B_l \setminus \{b_l\}, b_i \in B_k \setminus \{b_k\}.$$

Множество пар потенциально соответствующих точек $b_k \in B_k$ и $b_l \in B_l$

$$B'_{kl} = \{(b_k, b_l) | \tilde{d}(b_l.d, b_k.d') < m_{lb} \wedge d_r(b_k, b_l) < m_{2b}\}.$$

3.2. Фильтрация ложных соответствий

Множество B'_{kl} может содержать ложные соответствия. Применение стандартной процедуры RANSAC [13] для фильтрации ложных соответствий затруднено тем, что для вычисления границ, в рамках которых точка может считаться инлайером для подобранной модели, требуются затратные по времени вычисления. Отфильтровать ложные соответствия можно опираясь на тот факт, что расстояние между любыми двумя точками одного облака должно быть равно расстоянию между соответствующими точками другого облака. Рассмотрим функцию – счётчик от четырёх точек $(b_k, b_l), (c_k, c_l) \in B'_{kl}$

$$I(b_k, c_k, b_l, c_l) = \begin{cases} 1, & \Lambda(b_k, c_k, b_l, c_l) \leq \Delta(b_k, c_k, b_l, c_l), \\ 0, & \Lambda(b_k, c_k, b_l, c_l) > \Delta(b_k, c_k, b_l, c_l), \end{cases}$$

$$\Lambda(b_k, c_k, b_l, c_l) = \|b_k.x - c_k.x - |b_l.x - c_l.x|\|,$$

$$\Delta(b_k, c_k, b_l, c_l) = \delta \left(b_k, c_k, \frac{b_k.x - c_k.x}{|b_k.x - c_k.x|} \right) +$$

$$+ \delta \left(b_l, c_l, \frac{b_l.x - c_l.x}{|b_l.x - c_l.x|} \right),$$

$$\delta(b, c, \mathbf{v}) = t(b, \mathbf{v}) + t(c, \mathbf{v}),$$

где $t(b, \mathbf{v})$ – расстояние вдоль $\mathbf{v}$ от точки b до точки пересечения с границей эллипсоида ковариаций вектора $b \cdot \mathbf{x}$, построенного на расстоянии в s раз превышающем дисперсию $b \cdot \mathbf{x}$ (предположив нормальное распределение ошибки в определении $b \cdot \mathbf{x}$, согласно правилу трёх сигм, выберем $s = 3^2$). Функцию $t(b, \mathbf{v})$, $|\mathbf{v}| = 1$, можно определить, подставив точку $t(b, \mathbf{v}) \cdot b \cdot \mathbf{Rv}$ в уравнение эллипсоида и выразив

$$t(b, \mathbf{v}) = \frac{\sqrt{s \cdot b \cdot s_0 \cdot b \cdot s_1 \cdot b \cdot s_2 \cdot \mathbf{g} \cdot \text{diag}(b \cdot \mathbf{Rv}) b \cdot \mathbf{Rv}}}{\mathbf{g} \cdot \text{diag}(b \cdot \mathbf{Rv}) b \cdot \mathbf{Rv}},$$

где $\mathbf{g} = (b \cdot s_1 \cdot b \cdot s_2, b \cdot s_0 \cdot b \cdot s_2, b \cdot s_0 \cdot b \cdot s_1)$. Используя функцию $I(b_k, c_k, b_l, c_l)$, можно для каждой пары соответствующих точек определить количество других пар точек, расстояния до которых в обоих облаках одинаково:

$$n(b_k, b_l) = \sum_{(c_k, c_l) \in B'_{kl}} I(b_k, c_k, b_l, c_l), \quad (b_k, b_l) \in B'_{kl}.$$

Введём множество

$$B_{kl}(N) = \{(b_k, b_l) \in B'_{kl} \mid n(b_k, b_l) \geq N\},$$

тогда множество истинных соответствий

$$B_{kl} = B_{kl}(\min_{N \geq |B_{kl}(N)|} N).$$

Рассмотрим зависимость $|B_{kl}|$ от $|B'_{kl}|$ для связанных облаков точек и несвязанных, где точечные соответствия определены случайным образом. Рис. 1 отображает зависимость, построенную для 20000 связанных и 20000 несвязанных облаков. Из рис. 1 видно, что эти множества могут быть разделены прямой линией.

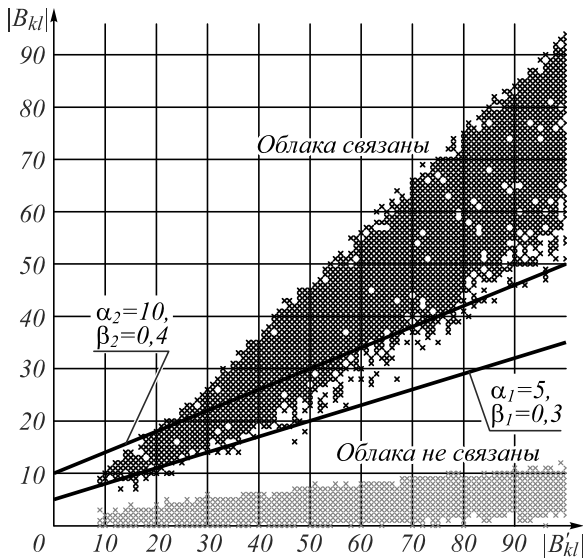


Рис. 1. Соотношение истинных и ложных соответствий для связанных и несвязанных облаков точек

Факт наличия связи можно установить, если выполняется условие $f(\alpha_1, \beta_1) = |B_{kl}| - \alpha_1 - \beta_1 |B'_{kl}| > 0$, где $\alpha_1 = 5$ и $\beta_1 = 0,3$ (такие значения позволяют отфильтровать ложные и неустойчивые связи). Надёжность связи опишем величиной

$$V_{kl} = \max \left(0,05, \min \left(1, \frac{f(\alpha_1, \beta_1)}{f(\alpha_1, \beta_1) - f(\alpha_2, \beta_2)} \right) \right) \times \min \left(1, \frac{|B_{kl}|}{K_s} \right),$$

где K_s – минимальное количество точек, соответствующее надёжной связи. В параграфе 6 используются следующие значения: $\alpha_2 = 10$ и $\beta_2 = 0,4$ и $K_s = 25$.

3.3. Модель связи

Для $(b_k, b_l) \in B_{kl}$ справедливо соотношение

$$b_k \cdot \mathbf{x} = \mathbf{R}_{kl} b_l \cdot \mathbf{x} + \mathbf{t}_{kl},$$

где $\mathbf{t}_{kl}$ – вектор смещения между облаками, а $\mathbf{R}_{kl}$ – матрица поворота. Чтобы найти $\mathbf{R}_{kl}$, воспользуемся алгоритмом Кабша [14]. Для этого рассчитаем:

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \frac{1}{|B_{kl}|} \sum_{(b_k, b_l) \in B_{kl}} b_k \cdot \mathbf{x}, \quad \bar{\mathbf{x}}_l = \frac{1}{|B_{kl}|} \sum_{(b_k, b_l) \in B_{kl}} b_l \cdot \mathbf{x},$$

$$\mathbf{A} = \sum_{(b_k, b_l) \in B_{kl}} (b_k \cdot \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_k)(b_l \cdot \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_l)^T.$$

Если $\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T$ – сингулярное разложение матрицы $\mathbf{A}$, то матрица $\mathbf{R}_{kl} = \mathbf{U} \text{diag}(1, 1, \det(\mathbf{U} \mathbf{V}^T)) \mathbf{V}^T$, а вектор $\mathbf{t}_{kl} = \bar{\mathbf{x}}_k - \mathbf{R}_{kl} \bar{\mathbf{x}}_l$. Хранить поворот будем в виде вектора поворота $\mathbf{r}_{kl} = \mathbf{r}(\mathbf{R}_{kl})$.

3.4. Уточнение параметров связи

Для пары точек $(b_k, b_l) \in B_{kl}$ определим вектор

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{b_k, b_l}(\mathbf{r}_{kl}, \mathbf{t}_{kl}) = \left((\mathbf{R}_{kl} b_l \cdot \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{t}_{kl} - b_k \cdot \mathbf{x})^T, (b_l \cdot \tilde{\mathbf{x}} - b_l \cdot \mathbf{x})^T \right),$$

где $b_l \cdot \tilde{\mathbf{x}}$ – истинное положение точки b_l . Допуская нормально распределённую погрешность в определении $b_k \cdot \mathbf{x}$ и $b_l \cdot \mathbf{x}$ с соответствующими матрицами ковариаций $b_k \cdot \mathbf{C}$ и $b_l \cdot \mathbf{C}$, запишем ошибку связи

$$E_{B_{kl}}(\mathbf{r}_{kl}, \mathbf{t}_{kl}) = \sum_{(b_k, b_l) \in B_{kl}} \boldsymbol{\varepsilon}_{b_k, b_l}(\mathbf{r}_{kl}, \mathbf{t}_{kl}) \mathbf{W}_{b_k, b_l} \boldsymbol{\varepsilon}_{b_k, b_l}(\mathbf{r}_{kl}, \mathbf{t}_{kl})^T,$$

$$\mathbf{W}_{b_k, b_l} = \text{diag}(b_k \cdot \mathbf{C}^{-1}, b_l \cdot \mathbf{C}^{-1}).$$

Уточнить параметры связи $\mathbf{r}_{kl}$ и $\mathbf{t}_{kl}$ можно, минимизировав ошибку $E_{B_{kl}}(\mathbf{r}_{kl}, \mathbf{t}_{kl})$ относительно параметров $\mathbf{r}_{kl}, \mathbf{t}_{kl} \in \mathbb{R}^3$ и координат точек $b_l \cdot \tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3$, $(b_k, b_l) \in B_{kl}$. Такую задачу можно решить, используя метод bundle adjustment (БА) [11], выбрав в качестве начального приближения параметры связи, рассчитанные в подпараграфе 3.3 и точки $b_l \cdot \tilde{\mathbf{x}} = b_l \cdot \mathbf{x}$. Далее под параметрами связи $\mathbf{p}_{kl} = (\mathbf{r}_{kl}^T, \mathbf{t}_{kl}^T)$ будем понимать параметры, уточнённые в результате решения задачи минимизации. На заключительной итерации БА рассчитывается матрица $\Sigma_{\mathbf{p}_{kl}}$ – матрица ковариаций вектора $\mathbf{p}_{kl}$.

Для повышения скорости вычислений и уменьшения машинной ошибки вместо матрицы $\Sigma_{\mathbf{p}_{kl}}^{-1}$ в качестве веса связи будем использовать вектор $\mathbf{w}_{kl} = (w_{kl,i})$,

$$w_{kl,i} = V_{kl} \min \left(\frac{\bar{w}_i}{\sqrt{\Sigma_{\mathbf{p}_{kl}, ii}}}, 1 \right), \quad i = 0, 1, \dots, 5, \quad (4)$$

где $\Sigma_{p_{kl},ii}$ – диагональный элемент $\Sigma_{p_{kl}}$, V_{kl} определена в подпараграфе 3.2, а $\bar{w}_i$ – среднее квадратическое отклонение i -го параметра связи, при котором она может считаться надёжной. Возьмем $\bar{w}_{0,1,2} = 10^{-3}$ радиан и $\bar{w}_{3,4,5} = 10^{-2}$ метров для компонент, соответствующих вектору поворота и вектору перемещения.

4. Поиск потенциально связанных облаков

Для поиска связей в режиме реального времени для каждого нового облака точек необходимо сформировать группу из $M' \in \{10, 11, \dots, 30\}$ облаков, потенциально связанных с ним. Потенциально связанными будем считать облака, имеющие наибольшее количество точек с похожими дескрипторами.

4.1. Структура данных для хранения дескрипторов точек

Для быстрого поиска похожих дескрипторов точек (задача поиска k ближайших соседей) будем использовать метрическое дерево [15] совместно с алгоритмом приближённого поиска best bin first [16, 17]. Алгоритм best bin first позволяет сократить время поиска, ограничив количество просматриваемых листовых узлов дерева до константы E . Квантование дескрипторов (подпараграф 2.3) позволяет ускорить поиск за счёт быстрого вычисления расстояния между дескрипторами. Рассмотрим, насколько эффективно работает структура данных (СД) при поиске среди 10^6 дескрипторов точек морского дна – рис. 2. Будем искать $k=10$ ближайших соседей и оценивать количество дескрипторов $\bar{k}$, входящих в 10 ближайших, но не найденных при поиске. Параметр G определяет количество групп квантования дескриптора (подпараграф 2.3). Из рис. 2 видно, что $\bar{k}$ резко падает при переходе от 8 до 16 групп, а далее снижается медленнее. Значение $G=16$ является хорошим компромиссом между объемом занимаемой памяти и точностью поиска. Увеличение E линейно увеличивает время, при этом значительное повышение точности поиска наблюдается в интервале значений [50; 100]. Параметр L определяет количество дескрипторов в листовых узлах дерева. Параметры E и L не влияют на потребляемую память, поэтому могут выбираться исходя из требуемого соотношения точности и времени поиска. В параграфе 6 используются значения $E=100$, $L=20$.

4.2. Обновление СД

Первое дерево поиска строится лишь тогда, когда в СД накопится достаточно большое количество дескрипторов, например, более 5000, до этого поиск выполняется полным перебором. Когда дерево построено, новые дескрипторы добавляются в него посредством записи в соответствующий листовый узел. Если количество дескрипторов в листовом узле превышает L , то он помечается не листовым и делится на два новых листовых узла гиперплоскостью, перпендикулярной направлению максимальной дисперсии дескрип-

торов таким образом, чтобы количество дескрипторов в новых узлах отличалось не более чем на один.

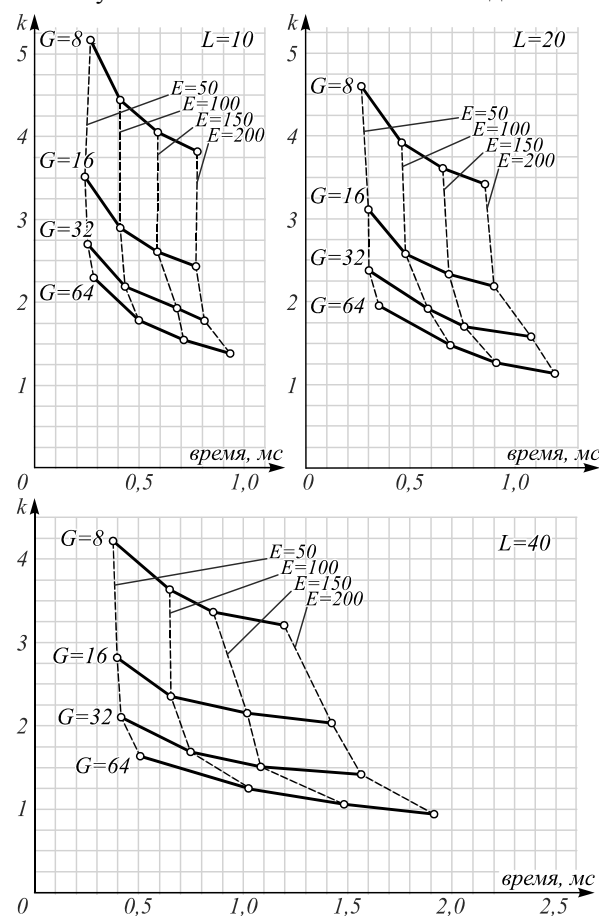


Рис. 2. График зависимости количества найденных дескрипторов от времени при поиске 10 ближайших соседей в базе данных из 10^6 SIFT-дескрипторов (результаты усреднены для 10000 запросов)

Для сохранения оптимальной глубины дерево периодически перестраивается. Запишем алгоритм обновления СД (АОСД). Через N обозначим количество дескрипторов в СД, через avg_d – усреднённую максимальную глубину посещаемых листьев по 1000 последних запросов.

Шаг 1: Если $N < 5000$, или новое дерево строится в настоящий момент, или $avg_d - \lfloor \log_2(N/L) + 1 \rfloor < 2$, то закончить алгоритм.

Шаг 2: Присвоить $N' \leftarrow N$, построить новое дерево для N' дескрипторов, во время построения поисковые запросы обрабатывает старая СД.

Шаг 3: Пока $N' \neq N$, добавлять в новое дерево дескриптор с номером N' (предполагается нумерация с нуля) и увеличивать N' : $N' \leftarrow N' + 1$.

Шаг 4: Заблокировать возможность добавления дескрипторов в СД, повторить шаг 3, заменить прошлую СД новым деревом, разблокировать возможность добавления дескрипторов в СД.

АОСД выполняется в отдельном потоке и блокирует работу НС лишь на шаге 4. Для организации ал-

горитма удобно объединить квантованные дескрипторы всех облаков в непрерывном массиве данных. Тогда любой дескриптор в системе может быть найден по номеру i : $\mathbf{d}'_i$, где $i=0, 1, \dots, N-1$, а N – количество дескрипторов в системе. Дерево хранит в листовых узлах лишь индексы дескрипторов, а облака точек хранят указатели на группу дескрипторов облака в массиве. СД также хранит номера облаков, которым принадлежат дескрипторы – $\text{img}(i)$.

4.3. Алгоритм поиска

потенциально связанных облаков точек

Пусть в навигационную систему добавлено M изображений с номерами $m=0, 1, \dots, M-1$. Для нового изображения с номером M требуется найти $M' \leq M$ изображений, потенциально с ним связанных. Введём алгоритм построения вспомогательного множества $K(\mathbf{d})$ для некоторого дескриптора $\mathbf{d}$:

Шаг 1: Присвоить $K(\mathbf{d}) \leftarrow \emptyset$.

Шаг 2: Для всех $\mathbf{d}'_i, i \in S(\mathbf{d}) \subseteq \{0, 1, \dots, N-1\}$, где $S(\mathbf{d})$ – подмножество индексов дескрипторов, близких к $\mathbf{d}$, определяемое СД: если $\exists k \in K(\mathbf{d}), \text{img}(i) = \text{img}(k.n)$, то выполнять шаг 3а, иначе – шаг 3б.

Шаг 3а: Если $k.d_1 > \tilde{d}(\mathbf{d}, \mathbf{d}'_i)$,

то присвоить:

$$k.d_2 \leftarrow k.d_1, k.d_1 \leftarrow \tilde{d}(\mathbf{d}, \mathbf{d}'_i), k.n \leftarrow i,$$

иначе,

$$\text{если } k.d_2 > \tilde{d}(\mathbf{d}, \mathbf{d}'_i),$$

то присвоить $k.d_2 \leftarrow \tilde{d}(\mathbf{d}, \mathbf{d}'_i)$.

Шаг 3б: Присвоить: $l.d_1 \leftarrow \tilde{d}(\mathbf{d}, \mathbf{d}'_i), l.d_2 \leftarrow \sqrt{2}, l.n \leftarrow i$.

Если $|K(\mathbf{d})| < 10$, то $K(\mathbf{d}) \leftarrow K(\mathbf{d}) \cup \{l\}$,
иначе:

$$p = \arg \max_{k \in K(\mathbf{d})} k.d_1,$$

если $l.d_1 < p.d_1$,

то $K(\mathbf{d}) \leftarrow K(\mathbf{d}) \setminus \{p\} \cup \{l\}$.

Алгоритм поиска потенциально связанных облаков точек (АППСОТ):

Шаг 1: Присвоить $v_m \leftarrow 0$.

Шаг 2: Для всех $b \in B_M$ и $k \in K(b.\mathbf{d})$ присвоить

$$v_{\text{img}(k.n)} \leftarrow v_{\text{img}(k.n)} + w_a(k.d_1)w_b\left(\frac{k.d_1}{k.d_2}\right).$$

Шаг 3: Построить такое множество индексов

$$I(M) \subseteq I = \{0, 1, \dots, M-1\}, \text{ что}$$

$$\min_{i \in I(M)} v_i \geq \max_{k \in I \setminus I(M)} v_k \wedge |I(M)| = M'.$$

$I(M)$ – множество индексов изображений, потенциально связанных с изображением с номером M . Задача весовых функций $w_a(x)$ и $w_b(x)$ – назначить больший вес дескрипторам, имеющим большие шансы соответствовать дескриптору запроса. В статье использованы следующие весовые функции:

$$w_a(x) = e^{-5x^2/9}, \quad w_b(x) = \min\left(1, \left(1 - \frac{x-0,7}{0,3}\right)^2\right).$$

5. Алгоритм навигации

Основной операцией алгоритма навигации является поиск состояния АНПА $\mathbf{p}_l^g = ((\mathbf{r}_l^g)^T, (\mathbf{t}_l^g)^T)^T$ в момент получения l -го изображения на основе обнаруженной связи $\mathbf{p}_{kl} = (\mathbf{r}_{kl}^T, \mathbf{t}_{kl}^T)$ (подпараграф 3.4), $k < l$: $\mathbf{p}_l^g = \mathbf{f}(\mathbf{p}_k^g, \mathbf{p}_{kl})$, где

$$\mathbf{f}(\mathbf{p}_k^g, \mathbf{p}_{kl}) = \left(\mathbf{r}(\mathbf{R}(\mathbf{r}_k^g) \mathbf{R}(\mathbf{r}_{kl}))^T, (\mathbf{R}(\mathbf{r}_k^g) \mathbf{t}_{kl} + \mathbf{t}_k^g)^T \right).$$

НС поддерживает список связей изображений L , в момент запуска $L = \emptyset$. Запишем алгоритм, выполняемый НС при добавлении l -го изображения, $l > 0$ (алгоритм добавления изображения – АДИ):

Шаг 1: Вычислить B_l (параграф 2), построить $I(l)$ (подпараграф 4.3, АППСОТ).

Шаг 2: $I'(l) \leftarrow \emptyset$, для $k \in I(l)$, если есть связь между облаками B_k и B_l : рассчитать $\mathbf{p}_{kl}$ и $\mathbf{w}_{kl}$ (4) (параграф 3), присвоить $I'(l) \leftarrow I'(l) \cup \{k\}$.

Шаг 3: Если $l-1 \notin I'(l)$, построить связь

$$\mathbf{p}_{l-1,l} = (\mathbf{r}_{l-1,l}^T, \mathbf{t}_{l-1,l}^T), \text{ где } \mathbf{r}_{l-1,l} = \mathbf{r}(\mathbf{R}(\mathbf{r}_{l-1}^T) \mathbf{R}(\mathbf{r}_l^T)), \text{ а}$$

$$\mathbf{t}_{l-1,l} = \mathbf{R}(\mathbf{r}_{l-1}^T)^T (\mathbf{t}_l^T - \mathbf{t}_{l-1}^T), \text{ рассчитать } \mathbf{w}_{kl} \text{ (4), взять}$$

$$V_{l-1,l} = 1 \text{ и } \Sigma_{\mathbf{p}_{l-1,l}} = \text{diag}(\Delta_{l-1,l} \sigma_r^T, \Delta_{l-1,l} \sigma_t^T)^2, \text{ где } \Delta_{l-1,l} -$$

время между получением изображений $l-1$ и l , присвоить $I'(l) \leftarrow I'(l) \cup \{l-1\}$.

Шаг 4: Рассчитать $\mathbf{p}_l^k = (\mathbf{r}_l^{kT}, \mathbf{t}_l^{kT}) = \mathbf{f}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{kl})$, $k \in I'(l)$.

Относительно параметров $\mathbf{r}_l^g, \mathbf{t}_l^g \in \mathbb{R}^3$ решить задачу

$$\sum_k \epsilon_l^k \text{diag}(\mathbf{w}_{kl}) \epsilon_l^{kT} \rightarrow \min,$$

$$\text{где } \epsilon_l^k = (\mathbf{r}(\mathbf{R}(\mathbf{r}_l^g)^T \mathbf{R}(\mathbf{r}_l^k))^T, (\mathbf{t}_l^g - \mathbf{t}_l^k)^T).$$

Шаг 5: Рассчитать $D_l = \max_{k \in I'(l)} |\mathbf{t}_l^g - \mathbf{t}_l^k|$.

Шаг 6: Дополнить список связанных изображений: $L \leftarrow L \cup \{(l, k) | k \in I'(l)\}$.

Шаг 7: Заменить дескрипторы точек облака B_l на квантованные (подпараграф 2.3) и поместить их в СД, выполнить АОСД (подпараграф 4.2).

Рассчитанная на шаге 5 АДИ величина D_l отслеживается процессом, работающим параллельно и отвечающим за корректировку траектории в случае, когда это необходимо согласно следующему алгоритму (алгоритм корректировки траектории – АКТ):

Шаг 1: Бездействовать, пока

$D_i \leq D_{\max}$, $i = 1, 2, \dots, M-1$, где M – количество изображений в системе, а $D_{\max}$ – допустимая погрешность связи.

Шаг 2: Блокировать АДИ, присвоить $M' \leftarrow M$ и

$$L' \leftarrow \{(i, j) \in L | j \geq k\}, \text{ где}$$

$$k = \min_{D_i > D_{\max}, (i, j) \in L} j,$$

разблокировать АДИ.

Шаг 3: Относительно параметров $\mathbf{p}_i^g \in \mathbb{R}^6$,

$i = k+1, k+2, \dots, M'-1$ решить задачу минимизации

$$\sum_{(i,j) \in L'} \mathbf{\epsilon}_{ij}^T \text{diag}(\mathbf{w}_{kl}) \mathbf{\epsilon}_{ij} \rightarrow \min$$

$$\mathbf{\epsilon}_{ij} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}(\mathbf{R}(\mathbf{r}_i^g)^T \mathbf{R}(\mathbf{r}_j^g) \mathbf{R}(\mathbf{r}_{ji})) \\ (\mathbf{R}(\mathbf{r}_j^g)^T (\mathbf{t}_i^g - \mathbf{t}_j^g) - \mathbf{t}_{ji}) \end{pmatrix}.$$

Шаг 4: Блокировать АДИ, применить решение задачи шага 3, пока $M' \neq M$: рассчитать $\mathbf{p}_{M'}^g$ (шаг 4, АДИ), присвоить $M': M' \leftarrow M' + 1$. Разблокировать АДИ.

Задача минимизации на шаге 3 может быть сформулирована различным образом, в зависимости от того, какие данные навигационная система АНПА определяет точно (часто это может быть глубина, курс, крен и дифферент), а какие требуют уточнения. Подобная задача может быть эффективно решена, если учитывать разреженность матрицы системы. В работе [18] представлены несколько подходов к решению подобной задачи.

6. Результаты

Рассмотрим работу НС на трёх наборах данных: набор из 3591 изображения с АНПА «Клавесин-1Р» и два набора по 11000 и 10006 изображений виртуальной акватории.

Данные с АНПА «Клавесин-1Р» обладают рядом особенностей: 3591 снимок покрывает лишь отдельные участки траектории, в общей сложности не более 40 %, последовательные снимки получены с интервалом времени в 2 секунды, что при средней скорости 0,7 м/с приводит к малому или отсутствующему перекрытию, дно на снимках вымощено однотипными панцирями ископаемых морских ежей – рис. 3.



Рис. 3. Пример снимков с АНПА «Клавесин-1Р»

АНПА «Клавесин-1Р» не обладает стереокамерой, поэтому облака точек для каждого изображения строятся на основе данных о расстоянии АНПА до дна в момент получения снимка и предположения о плоском дне в рамках получаемого снимка. На рис. 4а изображена траектория АНПА, полученная комплексированной инерциальной и гидроакустической НС. В режиме постобработки была смоделирована работа предложенной НС – рис. 4б. Связи между изображениями показаны черными линиями: сплошными – связи, полученные в результате сопоставления изображений, пунктирными – связи на основе данных инерциальной и гидроакустической НС. Рассмотрим вектор ошибки связи – вектор с началом в положении АНПА, предсказанном связью, и концом в положении, рассчитанном НС. Векторы ошибок показаны серыми линиями на рис. 4. Точность работы НС можно оценить с помощью длин векторов ошибок связей.

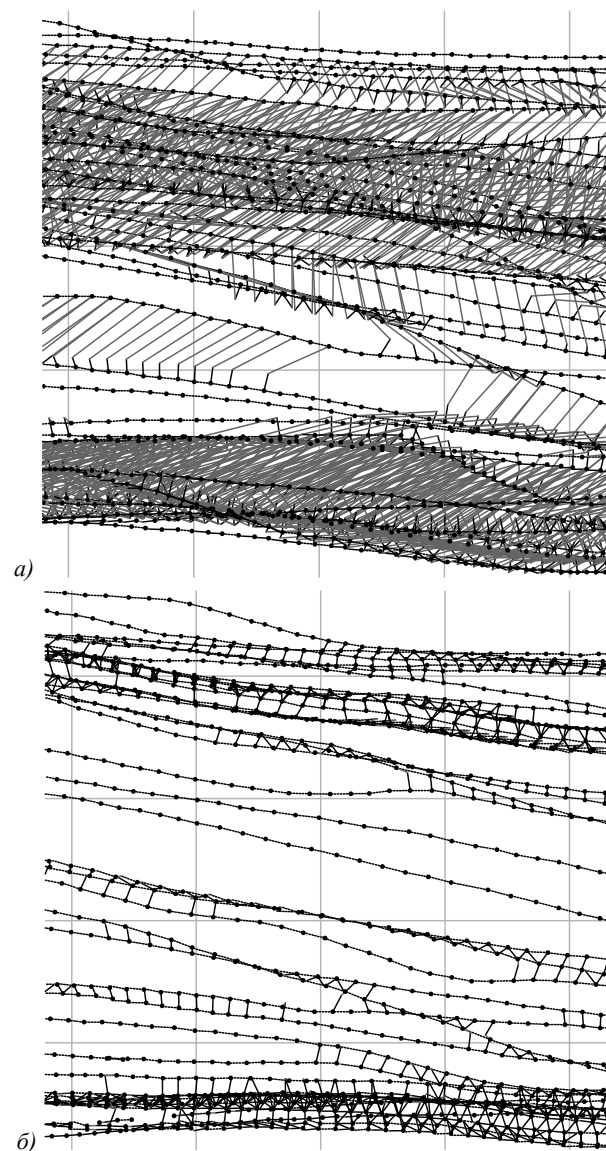


Рис. 4. Участки траектории АНПА «Клавесин-1Р»: полученной инерциальной НС с коррекцией по гидроакустическим маякам (а), полученной с использованием визуальной навигационной системы (б). Размерность сетки – 10×10 метров

Рассмотрим связи, соединяющие непоследовательные изображения (т.е. связи, закрывающие разрывы). В общей сложности было найдено 3179 таких связей. Длины векторов ошибок этих связей варьировались от $8 \cdot 10^{-4}$ до 0,96 м, средняя длина составила 0,07 м, а среднеквадратическое отклонение – 0,08 м. Если оценить траекторию АНПА, полученную без использования визуальной НС, с точки зрения этих же связей, то длины векторов их ошибок попадут в диапазон от 0,13 до 24,65 м, средняя длина составит 6,69 м, а среднеквадратическое отклонение – 4,18 м.

При построении траектории с помощью предложенной НС удалось достичь скорости 3 кадра в секунду на процессоре Intel Core Quad Q9550, что в шесть раз превысило скорость получения изображений в рассматриваемом примере. При этом разрешение снимков составляло 768×576 пикселей.

Для получения синтетических данных использовался алгоритм построения дна [19] и симулятор [20]. Стереозображения с разрешением 640×480 и стереобазой 0,4 м были получены с помощью бортовой камеры виртуального АНПА – рис. 5. Синтетические данные позволяют сопоставить траекторию АНПА, рассчитываемую НС, с истинной траекторией, которая остаётся неизвестной при экспериментах в реальных акваториях.



Рис. 5. Пример снимков с бортовой камеры виртуального АНПА

В первом эксперименте в виртуальной акватории АНПА выполнял движение по окружности с радиусом 100 метров со смещающимся центром. На рис. 6 представлена траектория длиной 33 км, построенная НС при движении аппарата.

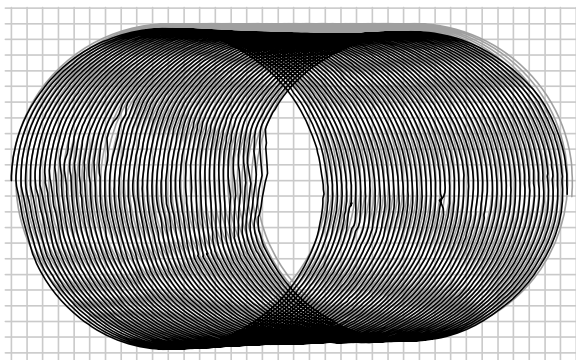


Рис. 6. Движение АНПА по окружности со смещающимся центром. Чёрной линией показана рассчитанная траектория АНПА, а серой – истинная. Сетка имеет размерность 10×10 м

В общей сложности для 11000 изображений в ходе работы НС было обнаружено 94114 связей. При реализации АКТ использовались данные о глубине аппарата, поскольку стереобазы в 0,4 м не способна обеспечить приемлемую точность траектории по высоте. Из рис. 6 видно, что рассчитанная траектория (чёрная линия) близка к истинной (серая линия), а графики ошибки НС представлены на рис. 7а, б.

Рис. 7а показывает график зависимости ошибки НС от пройденного расстояния. Зависимость носит циклический характер, так как ошибка опускается к минимальным значениям каждый раз, когда АНПА проходит недалеко от начала координат. График на рис. 7б отображает зависимость ошибки НС от расстояния до начала координат. Данные усреднены по каждому метру расстояния.

Для второго теста в синтетической акватории была выбрана сложная траектория, чередующая зоны с полным покрытием дна и зоны прямолинейного движения – рис. 8. Траектория получена для 10006 изображений на основе 42985 рассчитанных связей. Как

и ожидалось, основная ошибка в таком тесте накапливается на прямолинейных участках пути. На рис. 9 показан график роста ошибки НС в зависимости от пройденного расстояния для второго теста.

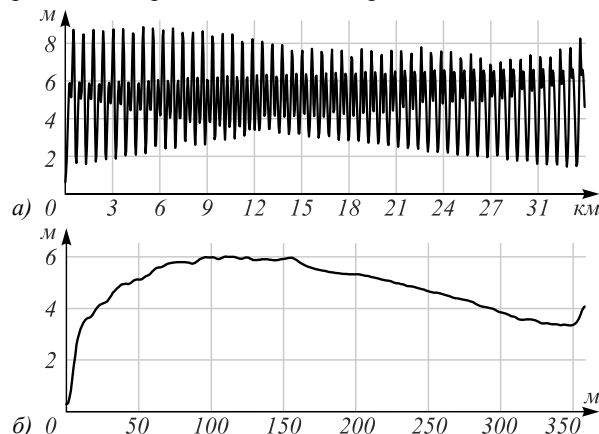


Рис. 7. Зависимость ошибки НС: от пройденного пути (а), от расстояния до начала координат (б)

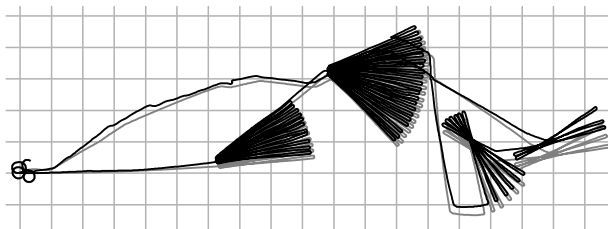


Рис. 8. Траектория АНПА, чередующая зоны с полным покрытием и прямолинейные участки. Чёрной линией показана рассчитанная траектория, а серой – истинная. Сетка имеет размерность 100×100 м

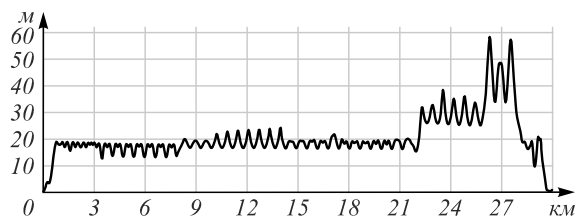


Рис. 9. Зависимость ошибки НС от пройденного расстояния

Как в случае с реальными данными, в экспериментах в виртуальной акватории удалось достичь скорости обработки 3 кадра в секунду. При этом для поиска связей отбирались 20 потенциально связанных изображений (M' в подпараграфе 4.3). При моделировании работы инерциальной НС использовались следующие параметры: $\sigma'_t = (0,15, 0,15, 0,15)$ м/с и $\sigma'_r = (0,01, 0,01, 0,01)$ рад/с. Проведённые эксперименты показали, что глобальный поиск позволяет без труда находить связи между изображениями, даже если это слабоконтрастные, зашумлённые снимки морского дна с однообразными текстурными рисунками. При этом время поиска зависит от количества изображений лишь логарифмически, что позволяет пренебречь этой зависимостью для $M < 100000$ изображений, получаемых АНПА за миссию.

Заключение

Алгоритм визуальной навигации, описанный в статье, обладает рядом преимуществ по сравнению с алгоритмами навигации, использующими априорные знания о положении АНПА для поиска связей между изображениями. Самым важным преимуществом является устойчивость к участкам дна, не имеющим каких-либо визуальных особенностей. Даже если большая часть обследуемой территории представлена однородной поверхностью либо значительная часть траектории АНПА проходит слишком высоко для фотосъемки, небольшого количества визуально различимых участков будет достаточно для корректировки положения аппарата. Другим преимуществом системы является предсказуемое время работы, так как количество изображений, просматриваемых для установления связей, не зависит от точности, с которой положение АНПА известно в данный момент.

Предложенный алгоритм не требует высокопроизводительных систем для работы. Приемлемая частота обработки в 2–3 кадра в секунду может быть достигнута уже на 4-ядерных процессорах среднего ценового диапазона. Кроме двух параллельных потоков – потока АОСД и потока АКТ, параллельно могут выполняться следующие задачи потока АДИ: расчёт данных облаков, поиск похожих дескрипторов для каждого дескриптора запроса, поиск связей между парой изображений. Таким образом, увеличения скорости работы алгоритма при необходимости можно достичь, увеличив количество процессоров.

Предложенный алгоритм навигации можно рекомендовать к применению на АНПА, оснащённых стереокамерой и предназначенных для решения задачи фотообследования морского дна либо объектов, расположенных на этом дне. Глобальный поиск связей в равной степени может быть применен к НС, основаным на графе состояний АНПА, и к НС, использующим EKF или EIF.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (№ 16-31-00187 мол_а).

Литература

1. **Бобков, В.А.** О некоторых алгоритмах визуальной навигации автономного необитаемого подводного аппарата с использованием стереоизображений / В.А. Бобков, С.В. Мельман, А.Ю. Толстоногов, А.Ф. Щербатюк // Подводные исследования и робототехника. – 2016. – № 2(22). – С. 19-24.
2. **Eustice, R.M.** Visually augmented navigation for autonomous underwater vehicles / R.M. Eustice, O. Pizarro, H. Singh // IEEE Journal of Oceanic Engineering. – 2008. – Vol. 33, Issue 2. – P. 103-122. – DOI: 10.1109/JOE.2008.923547.
3. **Salvi, J.** Visual SLAM for 3D large-scale seabed acquisition employing underwater vehicles / J. Salvi, Y. Petillot, E. Battle // 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. – 2008. – P. 1011-1016. – DOI: 10.1109/IROS.2008.4650627.
4. **Aulinas J.** Vision-based underwater SLAM for the SPARUS AUV / J. Aulinas, Y. Petillot, X. Llado, J. Salvi, R. Garcia // Proceedings of the 10th International Conference on Computer and IT Applications in the Maritime Industries. – 2011. – P. 171-180.
5. **Johnson-Roberson, M.** Generation and visualization of large-scale three-dimensional reconstructions from underwater robotic surveys / M. Johnson-Roberson, O. Pizarro, S.B. Williams, I. Mahon // Journal of Field Robotics. – 2010. – Vol. 27, Issue 1. – P. 21-51. – DOI: 10.1002/rob.20324.
6. **Eustice, R.M.** Visually mapping the RMS titanic: Conservative covariance estimates for SLAM information filters / R.M. Eustice, H. Singh J.J. Leonard, M.R. Walter // The International Journal of Robotics Research. – 2006. – Vol. 25, Issue 12. – P. 1223-1242. – DOI: 10.1177/0278364906072512.
7. **Kim, A.** Real-time visual SLAM for autonomous underwater HULL inspection using visual saliency / A. Kim, R.M. Eustice // IEEE Transaction on Robotics. – 2013. – Vol. 29, Issue 3. – P. 719-733. – DOI: 10.1109/TRO.2012.2235699.
8. **Carraso, P.L.N.** Stereo Graph-SLAM for autonomous underwater vehicles / P.L.N. Carraso, F. Bonin-Font, G.O Codina. – In: Intelligent Autonomous Systems 13: Proceedings of the 13th International Conference IAS-13 / ed. by E. Menegatti, N. Michael, K. Berns, H. Yamaguchi. – Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2014. – P. 351-360. – DOI: 10.1007/978-3-319-08338-4_26.
9. **Камаев, А.Н.** Относительное ориентирование снимков низкой контрастности, полученных с АНПА, на основе точечных особенностей / А.Н. Камаев // Учёные заметки ТОГУ. – 2011. – Т. 2, № 2. – С. 32-42.
10. **Lowe, D.G.** Distinctive image features from scale-invariant keypoints / D.G. Lowe // International Journal of Computer Vision. – 2004. – Vol. 60, Issue 2. – P. 91-110. – DOI: 10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94.
11. **Hartley, R.** Multiple view geometry in computer vision / R. Hartley, A. Zisserman. – 2nd ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2004. – 672 p. – ISBN: 978-0521-54051-3.
12. **Jegou, H.** Product quantization for nearest neighbor search / H. Jegou, M. Douze, C. Schmid // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2011. – Vol. 33, Issue 1. – P. 117-128. – DOI: 10.1109/TPAMI.2010.57.
13. **Fischler, M.A.** Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography / M.A. Fischler, R.C. Bolles // Communications of the ACM. – 1981. – Vol. 24, Issue 6. – P. 381-395. – DOI: 10.1145/358669.358692.
14. **Kabsch, W.** A solution for the best rotation to relate two sets of vectors / W. Kabsch // Acta Crystallographica Section A. – 1976. – Vol. 32, Issue 5. – P. 922-923. – DOI: 10.1107/S0567739476001873.
15. **Liu, T.** An investigation of practical approximate nearest neighbor algorithms / T. Liu, A.W. Moore, A. Gray, K. Yang // Proceedings of the 17th International Conference on Neural Information Processing Systems. – 2004. – P. 825-832.
16. **Beis, J.** Shape indexing using approximate nearest-neighbour search in high-dimensional spaces / J. Beis, D.G. Lowe // Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '97). – 1997. – P. 1000-1006. – DOI: 10.1109/CVPR.1997.609451.
17. **Камаев, А.Н.** Позиционирование изображений морского дна полученных с помощью АНПА / А.Н. Камаев // Подводные исследования и робототехника. – 2013. – № 2(16). – С. 38-47.
18. **Grisetti, G.** A tutorial on graph-based SLAM / G. Grisetti, R. Kümmerle, C. Stachniss, W. Burgard // IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine. – 2010. – Vol. 2, Issue 4. – P. 31-43. – DOI: 10.1109/MITS.2010.939925.

19. **Kamaev, A.N.** Constructing and visualizing three-dimensional sea bottom models to test AUV machine vision systems / A.N. Kamaev, V.A. Sukhenko, D.A. Karmanov // Programming and Computer Software. – 2017. – Vol. 43, Issue 3. – P. 184-195. – DOI: 10.1134/S0361768817030070.
20. **Kamaev, A.N.** Synthetic data for AUV technical vision systems testing / A.N. Kamaev, S.I. Smagin, V.A. Sukhenko, D.A. Karmanov // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1839. – P. 126-140.

Сведения об авторах

Камаев Александр Николаевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник Вычислительного центра ДВО РАН, лаборатория численных методов в математической физике, Хабаровск, Россия. Область научных интересов: компьютерное зрение, обработка изображений, компьютерная графика. E-mail: kamaev_an@mail.ru.

Карманов Дмитрий Александрович, старший программист Вычислительного центра ДВО РАН, лаборатория информационно-коммуникационных систем, Хабаровск, Россия. Область научных интересов: компьютерная графика, распределённые вычисления и системы искусственного интеллекта. E-mail: karmanno@gmail.com.

ГРПТИ: 28.23.15.

Поступила в редакцию 7 февраля 2018 г.

VISUAL NAVIGATION OF AN AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLE BASED ON THE GLOBAL SEARCH OF IMAGE CORRESPONDENCES

A.N. Kamaev¹, D.A. Karmanov¹

¹ Computing Center FEB RAS, Khabarovsk, Russia

Abstract

A task of autonomous underwater vehicle (AUV) navigation is considered in the paper. The images obtained from an onboard stereo camera are used to build point clouds attached to a particular AUV position. Quantized SIFT descriptors of points are stored in a metric tree to organize an effective search procedure using a best bin first approach. Correspondences for a new point cloud are searched in a compact group of point clouds that have the largest number of similar descriptors stored in the tree. The new point cloud can be positioned relative to the other clouds without any prior information about the AUV position and uncertainty of this position. This approach increases the reliability of the AUV navigation system and makes it insensitive to data losses, textureless seafloor regions and long passes without trajectory intersections. Several algorithms are described in the paper: an algorithm of point clouds computation, an algorithm for establishing point clouds correspondence, and an algorithm of building groups of potentially linked point clouds to speedup the global search of correspondences. The general navigation algorithm consisting of three parallel subroutines: image adding, search tree updating, and global optimization is also presented. The proposed navigation system is tested on real and synthetic data. Tests on real data showed that the trajectory can be built even for an image sequence with 60% data losses with successive images that have either small or zero overlap. Tests on synthetic data showed that the constructed trajectory is close to the true one even for long missions. The average speed of image processing by the proposed navigation system is about 3 frames per second with a middle-price desktop CPU.

Keywords: navigation, AUV, SLAM, feature points, dead reckoning, image matching.

Citation: Kamaev AN, Karmanov DA. Visual navigation of an autonomous underwater vehicle based on the global search of image correspondences. Computer Optics 2018; 42(3): 457-467. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-457-467.

Acknowledgements: The work was partially funded by the Russian Foundation for Basic Research under the research project 16-31-00187 mol_a.

References

- [1] Bobkov VA, Mel'man SV, Tolstonogov AJu, Shherbatjuk AF. On some algorithms for visual navigation of the autonomous underwater vehicle using stereo images [In Russian]. Underwater Investigations and Robotics 2016; 2(22): 19-24.
- [2] Eustice RM, Pizarro O, Singh H. Visually augmented navigation for autonomous underwater vehicles. IEEE Journal of Oceanic Engineering 2008; 33(2): 103-122. DOI: 10.1109/JOE.2008.923547.
- [3] Salvi J, Petillot Y, Battle E. Visual SLAM for 3D large-scale seabed acquisition employing underwater vehicles. 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems 2008: 1011-1016. DOI: 10.1109/IROS.2008.4650627.
- [4] Aulinas J, Petillot Y, Llado X, Salvi J, Garcia R. Vision-based underwater SLAM for the SPA-RUS AUV. Proceedings of the 10th International Conference on Computer and IT Applications in the Maritime Industries 2011: 171-180.
- [5] Johnson-Roberson M, Pizarro O, Williams SB, Mahon I. Generation and visualization of large-scale three-dimensional

- reconstructions from underwater robotic surveys. *Journal of Field Robotics* 2010; 27(1): 21-51. DOI: 10.1002/rob.20324.
- [6] Eustice RM, Singh H, Leonard JJ, Walter MR. Visually mapping the RMS titanic: Conservative covariance estimates for SLAM information filters. *The International Journal of Robotics Research* 2006; 25(12): 1223-1242. DOI: 10.1177/0278364906072512.
- [7] Kim A, Eustice RM. Real-time visual SLAM for autonomous underwater HULL inspection using visual saliency. *IEEE Transaction on Robotics* 2013; 29(3): 719-733. DOI: 10.1109/TRO.2012.2235699.
- [8] Carraso PLN, Bonin-Font F, Codina GO. Stereo Graph-SLAM for autonomous underwater vehicles. In Book: Menegatti E, Michael N, Berns K, Yamaguchi H, eds. *Intelligent Autonomous Systems 13: Proceedings of the 13th International Conference IAS-13*. Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer; 2014: 351-360. DOI: 10.1007/978-3-319-08338-4_26.
- [9] Kamaev AN. Relative features based orientation of low contrast images obtained from AUV [In Russian]. *Scientists notes PNU* 2011; 2(2): 32-42.
- [10] Lowe DG. Distinctive image features from scale-invariant keypoints. *International Journal of Computer Vision* 2004; 60(2): 91-110. DOI: 10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94.
- [11] Hartley R, Zisserman A. *Multiple view geometry in computer vision*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press; 2004. DOI: 10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94.
- [12] Jegou H, Douze M, Schmid C. Product quantization for nearest neighbor search. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 2011; 33(1): 117-128. DOI: 10.1109/TPAMI.2010.57.
- [13] Fischler MA, Bolles RC. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM* 1981; 24(6): 381-395. DOI: 10.1145/358669.358692.
- [14] Kabsch W. A solution for the best rotation to relate two sets of vectors. *Acta Crystallographica Section A* 1976; 32(5): 922-923. DOI: 10.1107/S0567739476001873.
- [15] Liu T, Moore AW, Gray A, Yang K. An investigation of practical approximate nearest neighbor algorithms. *Proceedings of the 17th International Conference on Neural Information Processing Systems* 2004: 825-832.
- [16] Beis J, Lowe DG. Shape indexing using approximate nearest-neighbour search in high-dimensional spaces. *Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '97)* 1997: 1000-1006. DOI: 10.1109/CVPR.1997.609451.
- [17] Kamaev AN. Computation of positions of sea floor images obtained from AUV [In Russian]. *Underwater Investigations and Robotics* 2013; 2(16): 38-47.
- [18] Grisetti G, Kümmerle R, Stachniss C, Burgard W. A Tutorial on graph-based SLAM. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine* 2010; 2(4): 31-43. DOI: 10.1109/MITS.2010.939925.
- [19] Kamaev AN, Sukhenko VA, Karmanov DA. Constructing and visualizing three-dimensional sea bottom models to test AUV machine vision systems. *Program Comput Soft* 2017; 43(3): 184-195. DOI: 10.1134/S0361768817030070.
- [20] Kamaev AN, Smagin SI, Sukhenko VA, Karmanov DA. Synthetic data for AUV technical vision systems testing. *CEUR Workshop Proceedings* 2017; 1839: 126-140.

Author's information

Aleksandr Nikolaevich Kamaev, candidate of Technical Sciences, senior research fellow of the Computing Center FEB RAS, Numerical Methods in Mathematical Physics laboratory, Khabarovsk, Russia. His research interests are currently focused on computer vision, image processing and computer graphics. E-mail: kamaev_an@mail.ru.

Dmitry Aleksandrovich Karmanov, senior software developer of the Computing Center FEB RAS, Information and Telecommunication Systems laboratory, Khabarovsk, Russia. His research interests are currently focused on computer graphics, distributed computations and artificial intelligence systems. E-mail: karmanno@gmail.com.

Received February 7, 2018.

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ НА ОСНОВЕ КОНТЕКСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ КОМПРЕССИИ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ

М.В. Гашников¹

¹Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

Исследуются контекстные алгоритмы интерполяции многомерных сигналов в задаче компрессии. Рассматривается метод иерархической компрессии для сигналов произвольной размерности. Для этого метода предлагается алгоритм интерполяции, основанный на контекстном моделировании. Алгоритм основан на оптимизации параметров интерполирующей функции в локальной окрестности интерполируемого отсчёта. При этом локально оптимальные параметры, найденные для более прореженных масштабных уровней сигнала, используются для интерполяции отсчётов менее прореженных масштабных уровней сигнала. Контекстный алгоритм интерполяции реализован программно в составе иерархического метода компрессии. Вычислительные эксперименты показали, что использование контекстного интерполятора вместо усредняющего позволяет заметно повысить эффективность иерархической компрессии.

Ключевые слова: интерполяция, компрессия, многомерный сигнал, контекстное моделирование, изображение, максимальная погрешность.

Цитирование: Гашников, М.В. Интерполяция на основе контекстного моделирования при иерархической компрессии многомерных сигналов / М.В. Гашников // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 468–475. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-468-475.

Введение

Несмотря на огромное количество известных решений в области интерполяции и аппроксимации многомерных сигналов [1–20] (видео [21], мульти- и гиперспектральных изображений [22–23], данных дистанционного зондирования [24] и т.д.), разработка новых алгоритмов и совершенствование известных активно продолжается и в настоящее время.

Оставляя за кадром тривиальные обобщения билинейной и бикубической интерполяции, в качестве примеров работ, проведённых в рамках хорошо известных подходов, следует отметить исследования [1–2] метода наименьших квадратов. Продолжают развиваться также сплайн-аппроксимация [3], тензорная аппроксимация [4], Кронекеровские базисы [5] и, конечно же, нейронные сети [6–7]. Наряду с более узкоспециализированными алгоритмами для неравномерных сеток отсчётов сигнала, такими как [8], совершенствуются и более «экзотические» подходы вида [9–10]. Отдельно стоит отметить метод разреженной аппроксимации [11], который находится достаточно близко к подходу «compressed sensing», который активно исследуется в последние годы, особенно в зарубежной литературе.

Подход «compressed sensing», предназначенный, в частности, для восстановления сигнала по «сильно» прореженным данным, в определённом смысле позволяет «заглянуть» за частоту Найквиста. Прорыв в этом направлении произошёл благодаря работам D.L. Donoho, E.J. Candes, J. Romberg, T. Tao, в частности, [12–13]. Вплоть до настоящего момента в этом направлении продолжают развиваться различные подходы. Среди них стратегии блочного прореживания [14], структурированные разреженные модели [15], адаптивная полиномиальная интерполяция [16] и др.

В данной работе исследования интерполяторов ведутся в рамках подхода, основанного на контекст-

ном моделировании [17–20]. В рамках этого подхода предлагается интерполятор, предназначенный для использования в составе иерархических [25–26] методов компрессии многомерных сигналов.

Использование контекстного моделирования позволяет повысить адаптивность интерполятора к локальным особенностям сжимаемого сигнала, благодаря чему увеличивается точность интерполяции. Таким образом, использование предлагаемого интерполятора в рамках иерархических методов компрессии позволяет повысить эффективность (коэффициент компрессии) этих методов.

1. Иерархическая компрессия многомерных сигналов

В данной работе предлагается иерархический метод компрессии многомерных сигналов, который является обобщением иерархического метода компрессии изображений [25–26] на случай более высокой размерности. Метод использует иерархическое безызбыточное представление исходного многомерного сигнала. Пусть $\mathbf{X} = \{x(\vec{k})\}$ – целочисленный вещественный исходный сигнал, $\vec{k}$ – вектор-столбец координат (аргументов). Рассмотрим представление этого сигнала в виде набора из L штук непересекающихся масштабных уровней $\mathbf{X}_l$ (см. также рис. 1):

$$\mathbf{X} = \bigcup_{l=0}^{L-1} \mathbf{X}_l, \quad \mathbf{X}_l = \{x(\vec{k}) : \vec{k} \in I_l\}, \quad (1)$$

где I_l задаёт множество индексов отсчётов масштабного уровня $\mathbf{X}_l$:

$$I_{L-1} = \{2^{L-1}\vec{k}\}, \quad I_l = \{2^l\vec{k}\} \setminus \{2^{l+1}\vec{k}\}, \quad 0 \leq l < L. \quad (2)$$

Нетрудно видеть, что «старший» масштабный уровень номер $(L-1)$ представляет собой «сетку» отсчётов сигнала с шагом $2^{(L-1)}$ по каждой координате, а

любой «нестарший» уровень номер l – это сетка отсчётов с шагом 2^l , из которой исключены отсчёты вдвое более редкой сетки.

При компрессии масштабные уровни сигнала обрабатываются последовательно, начиная со старшего уровня, т.е. в порядке $\mathbf{X}_{L-1}, \mathbf{X}_{L-2}, \dots, \mathbf{X}_0$. Способ сжатия старшего уровня не имеет значения, так как доля отсчётов этого уровня в общем массиве данных сигнала очень мала. Поэтому далее кратко рассмотрим только алгоритм компрессии произвольного нестаршего масштабного уровня $\mathbf{X}_l$ ($1 < L-1$), включающий следующие шаги.

1) Интерполятор

К моменту интерполяции масштабного уровня $\mathbf{X}_l$ уже обработаны все более прореженные масштабные уровни ($\mathbf{X}_i, i < l < L-1$), объединение которых составляет сетку отсчётов с шагом 2^{l+1} . Для всех отсчётов обработанных уровней уже вычислены восстановленные значения $\{\hat{x}_{i+1}(\vec{k})\}$, на основе которых и производится собственно интерполяция:

$$p_l(\vec{k}) = P\left(\bigcup_{i=l+1}^{L-1} \hat{\mathbf{X}}_i\right) = P(\{\hat{x}_{i+1}(\dots)\}), \quad k \in I_l, \quad (3)$$

где $p_l(\vec{k})$ – интерполирующие значения отсчётов,

$P(\dots)$ – интерполирующая функция, $\hat{\mathbf{X}}_i$ – восстановленный масштабный уровень сигнала.

2) Вычислитель разностного сигнала

Вычисляются разности исходных и интерполирующих значений отсчётов масштабного уровня (разностный сигнал):

$$f_l(\vec{k}) = x_l(\vec{k}) - p_l(\vec{k}), \quad k \in I_l. \quad (4)$$

3) Квантователь

Выполняется переквантование разностного сигнала, чтобы повысить коэффициент сжатия за счёт внесения погрешности. В статье используется (для определённости) квантователь с равномерной шкалой [27] ($[..]$ – целая часть числа):

$$q_l(\vec{k}) = \text{sign}(f_l(\vec{k})) \left\lceil \frac{|f_l(\vec{k})| + \varepsilon_{\max}}{2\varepsilon_{\max} + 1} \right\rceil, \quad k \in I_l, \quad (5)$$

позволяющий контролировать максимальную погрешность $\varepsilon_{\max}$ между исходным $x(\vec{k})$ и восстановленным $\hat{x}(\vec{k})$ сигналами:

$$|f(\vec{k})| = |x(\vec{k}) - \hat{x}(\vec{k})| \leq \varepsilon_{\max}. \quad (6)$$

Квантованный сигнал (5) затем сжимается энтропийным [28] кодером и помещается в архив или канал связи.

4) Восстановление

Вычисляются (уже на этапе компрессии) восстановленные (декомпрессированные) отсчёты сигнала

$$\hat{x}_l(\vec{k}) = q_l(\vec{k})(1 + 2\varepsilon_{\max}) + p_l(\vec{k}), \quad (7)$$

без которых никак не обойтись при интерполяции (3) следующих масштабных уровней с меньшими номерами $\{\mathbf{X}_i, i < l\}$ (аналогичный приём с обратной связью также используется, например, в ДИКМ [27–28]).

3		1		2		1		3
1		1		1		1		1
2		1		2		1		2
1		1		1		1		1
3		1		2		1		3

Рис. 1. Номера масштабных уровней при иерархическом представлении двумерного сигнала (изображения)

2. Интерполяция при иерархической компрессии многомерных сигналов

Нетрудно видеть, что все этапы иерархических методов компрессии многомерных сигналов, кроме интерполятора, по сути являются одномерными. Интерполятор, напротив, является единственным «существенно многомерным» этапом: только на этом этапе используются взаимозависимости отсчётов по всем направлениям.

2.1. Усредняющая интерполяция

Из соображений вычислительной сложности для интерполяции при иерархической компрессии чаще всего [29–31] рекомендуется использовать усреднение по ближайшим уже восстановленным отсчётам более прореженных масштабных уровней сигнала.

При этом в двумерном случае, в частности при иерархической компрессии полутоновых изображений, приходится рассматривать различные способы интерполяции для двух типов интерполируемых отсчётов: «центральных» с индексами вида $\vec{k} = 2^l(2m+1, 2n+1)$ и «краевых» с индексами вида $\vec{k} = 2^l(2m+1, 2n)$ и $\vec{k} = 2^l(2m, 2n+1)$ (l по-прежнему номер масштабного уровня). Для этих двух типов отсчётов усредняющий двумерный интерполятор может быть записан в виде:

$$p_l(2m+1, 2n) = \frac{1}{2}(\hat{x}_{l+1}(m, n) + \hat{x}_{l+1}(m+1, n)), \quad (8)$$

$$p_l(2m+1, 2n+1) = \frac{1}{4}(\hat{x}_{l+1}(m, n) + \hat{x}_{l+1}(m+1, n) + \hat{x}_{l+1}(m, n+1) + \hat{x}_{l+1}(m+1, n+1)). \quad (9)$$

Этот интерполятор показан на рис. 2а (ещё два аналогичных интерполятора показаны на рис. 2б, в).

Указанные интерполяторы допускают обобщение на трёхмерный случай (видео, гиперспектральные изображения и т.п.): два усредняющих трёхмерных интерполятора показаны на рис. 3а, б (формулы не приводятся ввиду их громоздкости). Аналогичным

образом могут быть построены усредняющие интерполяторы более высокой размерности.

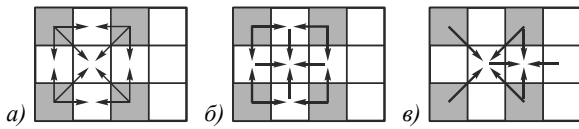


Рис. 2. Усредняющая интерполяция при иерархической компрессии двумерного сигнала (изображения)

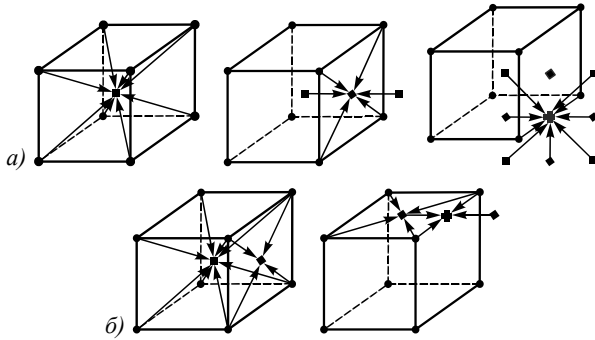


Рис. 3. Усредняющая интерполяция при иерархической компрессии трёхмерного сигнала

Усредняющие алгоритмы интерполяции обладают небольшой вычислительной сложностью, но их эффективность недостаточно велика, так как они не являются адаптивными и, таким образом, не учитывают локальные особенности сигнала.

2.2. Интерполяция на основе контекстного моделирования

Контекстное моделирование [17–20] при сжатии данных опирается на парадигму универсального моделирования и кодирования, которая была предложена Риссаненом и Лэнгдоном [17]. В исходной постановке контекстное моделирование предназначалось для статистического кодирования [28], но оно может быть применено и для интерполяции многомерных сигналов. При этом роль контекста может играть набор окружающих опорных отсчётов, на основе которых производится интерполяция.

В частности, в терминах контекстного моделирования может быть рассмотрен алгоритм интерполяции New Edge-Directed Interpolation (NEDI) [19–20], изначально сформулированный для двумерных сигналов (изображений). Алгоритм предполагает вычисление интерполирующих значений $p_i(m, n) = p(2^i m, 2^i n)$ как взвешенной суммы опорных отсчётов $\hat{x}_{l+1}(m, n)$, взятых с вдвое более редким шагом:

$$p_i(m, n) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{2i+j} \hat{x}_{l+1}(m+i, n+j), \quad (10)$$

где $\vec{\alpha} = [\alpha_{2i+j}, 0 \leq i, j \leq 1]^T$ – вектор неизвестных весовых коэффициентов интерполяции (см. рис. 4).

Высокая адаптивность алгоритма NEDI достигается за счёт того, что для каждого отсчёта сигнала вычисляется свой набор весовых коэффициентов α_i . Этот набор коэффициентов вычисляется исходя из минимизации погрешности интерполяции в локальной окрестности интерполируемого отсчёта. Естествен-

но, при этом приходится минимизировать погрешность интерполяции известных отсчётов. Таким образом, оптимизации подвергается погрешность интерполяции сигнала, прореженного вдвое, а опорные отсчёты берутся из сигнала $\hat{x}_{l+2}(m, n)$, прореженного вчетверо:

$$\varepsilon^2 = \sum_{i,j \in D_l} (\hat{x}_{l+1}(i, j) - p_{l+1}(i, j))^2 \rightarrow \min_{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}, \quad (11)$$

где $p_{l+1}(m, n)$ – интерполирующие значения для отсчётов $\hat{x}_{l+1}(m, n)$, вычисленные по формуле (10), а множество D_l задаёт область оценивания весовых коэффициентов интерполяции и включает N отсчётов.

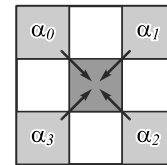


Рис. 4. Нумерация весовых коэффициентов α_i опорных отсчётов двумерного алгоритма интерполяции NEDI (интерполируемый отсчёт в центре)

При решении задачи (11) используются вспомогательные структуры данных. Перенумеруем в порядке построчной развёртки (см. рис. 5) отсчёты $\hat{x}_{l+1}(m, n)$ области оценивания D_l и поместим их в массив $\vec{Y} = [y_0, y_1, \dots, y_{N-1}]^T$ (свой для каждого интерполируемого отсчёта). Также заполним матрицу C размера $N \times 4$, каждая строка которой содержит опорные отсчёты, используемые для интерполяции отсчёта Y_i . Тогда критерий (11) будет записан в виде:

$$\varepsilon^2 = (Y - C\vec{\alpha})^T (Y - C\vec{\alpha}) \rightarrow \min_{\vec{\alpha}}. \quad (12)$$

Приравняв нулю частные производные по искомым параметрам, получим систему линейных уравнений:

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \alpha_j} = \sum_{i=0}^{N-1} \left(y_i - \sum_{\tau} C_{i,\tau} \alpha_{\tau} \right) C_{i,j} = 0. \quad (13)$$

Искомые весовые коэффициенты интерполяции являются решением этой системы уравнений:

$$\vec{\alpha} = (C^T C)^{-1} \cdot (C^T \vec{Y}). \quad (14)$$

В данной работе алгоритм NEDI адаптирован для безызбыточных иерархических сеток отсчётов, которые используются в иерархических методах компрессии. При этом на каждом l -м «нестаршем» ($0 \leq l \leq L-2$) масштабном уровне для интерполяции каждого отсчёта выбирается квадратная область оценивания D_l чётного размера, включающая уже восстановленные отсчёты предыдущих (более прореженных) масштабных уровней, которые образуют массив $\vec{Y}_l$, для которого подбирается «своя» матрица C_l .

На рис. 6 для двух ситуаций двух масштабных уровней ($L=2$) светлым цветом показаны отсчёты массива $\vec{Y}_l$ а тёмным – элементы матрицы C_l , принадлежащие первому уровню (интерполируемый отсчёт принадлежит нулевому уровню).

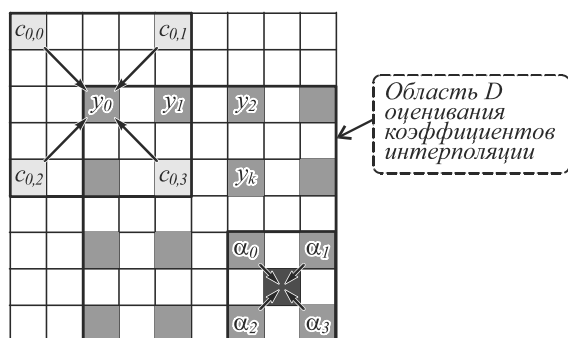


Рис. 5. Область оценивания весовых коэффициентов интерполяции алгоритма NEDI для двумерного сигнала

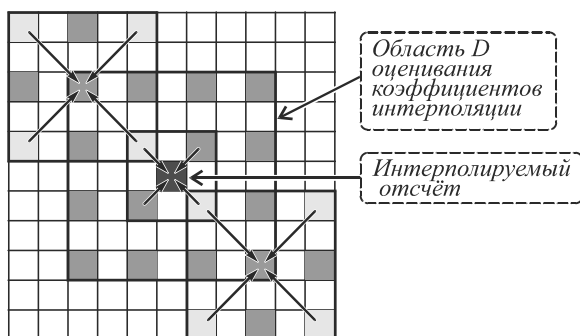


Рис. 6. Область оценивания весовых коэффициентов интерполяции алгоритма на основе NEDI при иерархической компрессии двумерного сигнала

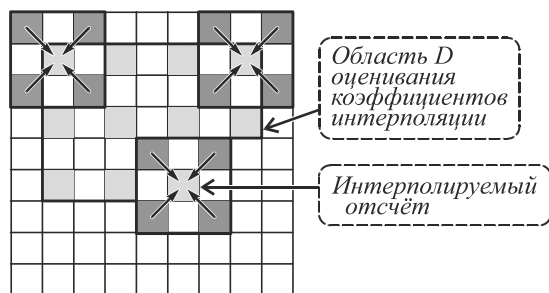


Рис. 7. Модифицированная область оценивания весовых коэффициентов интерполяции алгоритма на основе NEDI при иерархической компрессии двумерного сигнала

Оценка весовых коэффициентов интерполяции при этом производится согласно выражению (14). Сначала этот алгоритм применяется для интерполяции «центральных» отсчётов с индексами вида $(2i+1, 2j+1)$, затем аналогичным образом вычисляются весовые коэффициенты интерполяции для остальных отсчётов (ситуация поворачивается на $\pi/2$).

Описывая реализационные особенности алгоритма, нужно отметить, что вычислить обратную матрицу $(C^T C)^{-1}$ удастся не для всех отсчётов, т.к. для некоторых отсчётов она оказывается плохо обусловленной. Поэтому для отсчётов, для которых число обусловленности матрицы $(C^T C)$ превышает некий «порог обусловленности T » (параметр алгоритма), вместо NEDI используется усредняющая интерполяция (8–9). Проведённые эксперименты показали, что таких отсчётов в реальных ситуациях обычно немного.

2.3. Модификация области оценивания интерполятора на основе контекстного моделирования

В данной работе, наряду с предложенным выше алгоритмом, также предлагается основанный на алгоритме NEDI интерполятор с модифицированной областью оценивания коэффициентов интерполяции, также предназначенный для использования в рамках иерархической компрессии. Этот алгоритм отличается от алгоритма предыдущего подпараграфа тем, что его область оценивания коэффициентов интерполяции располагается не на более прореженном, а на том же самом масштабном уровне сигнала, что и интерполируемый отсчёт (см. рис. 7).

Обоснованием такого расположения области оценивания является то, что корреляционные и статистические свойства масштабных уровней сигнала различаются, поэтому расположение области оценивания на том же масштабном уровне, на котором расположен интерполируемый отсчёт, является достоинством. Недостатком такой модификации является то, что область оценивания при этом целиком располагается «с одной стороны» от интерполируемого отсчёта, т.к. может включать только уже обработанные отсчёты сигнала.

2.4. Общая характеристика предложенных интерполяторов на основе контекстного моделирования

Достоинством описанных алгоритмов интерполяции, основанных на контекстном моделировании, является повышенная точность интерполяции за счёт учёта локальных особенностей сигнала в малой окрестности интерполируемого отсчёта.

Недостатком предложенных алгоритмов является относительно высокая вычислительная сложность, обусловленная необходимостью (14) перемножения матриц размера $N \times 4$ и решения системы линейных уравнений с матрицей 4×4 для каждого обрабатываемого отсчёта.

С учётом перекрытий областей оценивания коэффициентов, произведение матриц (14) можно выполнять рекуррентно примерно за $32\sqrt{N}$ операций на отсчёт. Сложность решения системы линейных уравнений пропорциональна кубу размера матрицы системы уравнений (4^3). Таким образом, при разумном размере области оценивания коэффициентов ($N \leq 64$) вычислительная сложность контекстного интерполятора не превышает нескольких сотен операций на отсчёт.

Однако следует отметить, что вычислительная сложность может быть снижена на порядок и более за счёт параметризации системы интерполяционных коэффициентов, что является одним из направлений будущих исследований.

3. Экспериментальное исследование алгоритмов интерполяции

В данной работе предложенные контекстные алгоритмы интерполяции, основанные на NEDI, были

реализованы программно в качестве одного из этапов описанного иерархического метода компрессии.

Для исследования эффективности контекстных алгоритмов интерполяции были проведены вычислительные эксперименты по оценке влияния этого алгоритма на коэффициент сжатия при иерархической компрессии реальных двумерных сигналов (примеры см. на рис. 8).

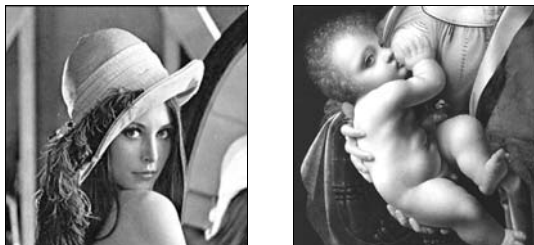


Рис. 8. Примеры тестовых изображений при исследовании интерполяторов

Мерой эффективности являлся относительный выигрыш (в %) в размере архива, обусловленный заменой усредняющего (8–9) интерполятора на контекстный интерполятор при иерархической компрессии:

$$\Delta = \left(1 - \frac{S_{\text{контекст}}}{S_{\text{усред}} \right) \cdot 100\%,$$

где $S_{\text{усред}}$, $S_{\text{контекст}}$ – размеры архивных файлов при иерархической компрессии с использованием усредняющего (8–9) и контекстного алгоритмов интерполяции.

В каждом вычислительном эксперименте выбирались наилучшие (обеспечивающие максимальный коэффициент сжатия) значения порога обусловленности T (см. описание контекстной интерполяции) при фиксированном количестве масштабных уровней L и размере N области оценивания весовых коэффициентов интерполяции. Типичные результаты, полученные для показанных тестовых изображений, приведены на рис. 9–11.

4. Выводы по результатам исследований

1. Все предложенные контекстные интерполяторы имеют преимущество над используемым в качестве базы для сравнения усредняющим интерполятором.
2. Предложенная модификация области оценивания коэффициентов интерполяции не рекомендуется к использованию, т.к. существенно уменьшает эффективность контекстного интерполятора (при этом всё равно есть незначительный выигрыш у усредняющего).
3. Предложенный контекстный интерполятор (п. 2.2) показывает заметное (до 8%) преимущество над усредняющим, которое в целом растёт при увеличении погрешности компрессии и размера области оценивания параметров.
4. Сравнивая этот результат с результатом энтропийного интерполятора [26], который выигрывает у усредняющего до 10%, можно утверждать, что предложенный интерполятор обладает точностью

на уровне лучших известных алгоритмов, используемых при иерархической компрессии.

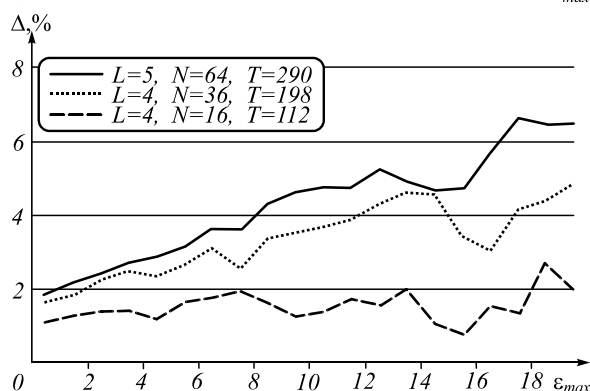
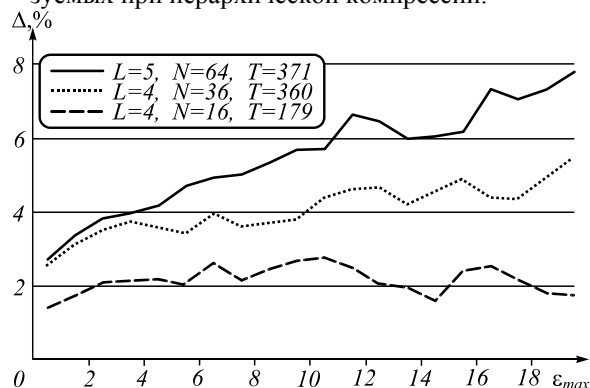


Рис. 9. Выигрыш контекстного интерполятора у усредняющего интерполятора в зависимости от максимальной погрешности



Рис. 10. Выигрыш контекстного интерполятора с модифицированной областью оценивания у усредняющего интерполятора в зависимости от максимальной погрешности для первого тестового сигнала

5. Несмотря на более высокую вычислительную сложность предложенного интерполятора по сравнению с энтропийным (сотни операций на отсчёт вместо десятков), можно сделать вывод о перспективности исследования и использования контекстного интерполятора, так как:
 - а) контекстный интерполятор гораздо проще обобщается на многомерный случай, чем энтропийный;
 - б) для многих прикладных задач упомянутое увеличение вычислительной сложности не является критичным;

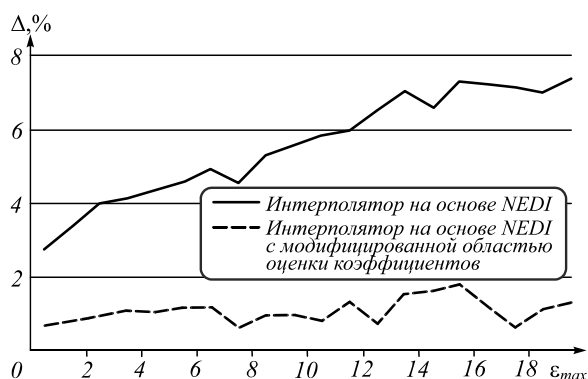


Рис. 11. Сравнение контекстного интерполятора на основе NEDI и контекстного интерполятора на основе NEDI с модифицированной областью оценивания для первого тестового сигнала

- в) контекстный интерполятор имеет близкую к энтропийному точность, но основан на существенно отличающихся принципах, т.е. расширяет арсенал подходов к решению той же задачи;
- г) в перспективе вычислительная сложность контекстного интерполятора может быть уменьшена на порядок и более благодаря параметризации интерполирующей функции.

Заключение

Рассмотрены алгоритмы интерполяции многомерных сигналов, основанные на контекстном моделировании. На основе алгоритма NEDI предложен контекстный алгоритм интерполяции, предназначенный для использования при иерархической компрессии многомерных сигналов. Проведены программная реализация и экспериментальные исследования контекстного интерполятора в рамках иерархической компрессии. Показано, что использование контекстного интерполятора вместо усредняющего позволяет существенно (до 8%) повысить эффективность иерархической компрессии.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 18-01-00667, 18-07-01312.

Литература

1. Cohen, A. On the stability and accuracy of least squares approximations / A. Cohen, M.A. Davenport, D. Leviatan // *Foundations of Computational Mathematics*. – 2013. – Vol. 13, Issue 5. – P. 819-834. – DOI: 10.1007/s10208-013-9142-3.
2. Блинов, А.О. Многомерная аппроксимация в задачах моделирования и оптимизации / А.О. Блинов, В.П. Фраленко // *Автоматика и телемеханика*. – 2009. – № 4. – С. 98-109.
3. Бутырский, Е.Ю. Аппроксимация многомерных функций / Е.Ю. Бутырский, И.А. Кувалдин, В.П. Чалкин. // *Научное приборостроение*. – 2010. – Т. 20, № 2. – С. 82-92.
4. Чобану, М.К. Сжатие изображений с помощью тензорной аппроксимации / М.К. Чобану, Д.В. Макаров // *Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС)*. – 2014. – № 4. – С. 109-112.
5. Caiafa, C.F. Computing sparse representations of multidimensional signals using kronecker bases / C.F. Caiafa,

- A. Cichocki // *Neural Computation*. – 2016. – Vol. 25, Issue 1. – P. 186-220. – DOI: 10.1162/NECO_a_00385.
6. Гулаков, К.В. Моделирование многомерных объектов на основе когнитивных карт с нейросетевой идентификацией параметров : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.18 / Гулаков Константин Васильевич. – Брянск, 2016. – 178 с.
7. Крапухина, Н.В. Новый подход к многомерной аппроксимации технологических данных на основе использования метода группового учёта аргументов и нейронных сетей / Н.В. Крапухина, Б.В. Бринза // *Цветные металлы*. – 2007. – № 5. – С. 19-23.
8. Mobli, M. Nonuniform sampling and non-Fourier signal processing methods in multidimensional NMR / M. Mobli, J.C. Hoch // *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*. – 2014. – Vol. 83. – P. 21-41. – DOI: 10.1016/j.pnmrs.2014.09.002.
9. Верстаков, Е.В. Сравнительный анализ алгоритмов аппроксимации двумерных сигналов по методу Прони и методу матричных пучков / Е.В. Верстаков, В.Д. Захарченко // *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. – 2015. – Т. 1(17). – С. 26-31.
10. Щерба, Е.В. Анализ применимости методов интерполяции и экстраполяции для решения задачи восстановления изображения / Е.В. Щерба // *Компьютерная оптика*. – 2009. – Т. 33, № 3. – С. 336-339.
11. Sahnoun, S. A simultaneous sparse approximation method for multidimensional harmonic retrieval / S. Sahnoun, E.-H. Djermoun, D. Brie, P. Comon // *Signal Processing*. – 2017. – Vol. 131. – P. 36-48. – DOI: 10.1016/j.sigpro.2016.07.029.
12. Donoho, D.L. Compressed sensing / D.L. Donoho // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2006. – Vol. 52, Issue 4. – P. 1289-1306. – DOI: 10.1109/TIT.2006.871582.
13. Candes, E.J. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information / E.J. Candes, J. Romberg, T. Tao // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2006. – Vol. 52, Issue 2. – P. 489-509. – DOI: 10.1109/TIT.2005.862083.
14. Bigot, J. An analysis of block sampling strategies in compressed sensing / J. Bigot, C. Boyer, P. Weiss // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2016. – Vol. 62, Issue 4. – P. 2125-2139. – DOI: 10.1109/TIT.2016.2524628.
15. Baraniuk, R.G. Model-based compressive sensing / R.G. Baraniuk, V. Cevher, M.F. Duarte, C. Hedge // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2010. – Vol. 56, Issue 4. – P. 1982-2001. – DOI: 10.1109/TIT.2010.2040894.
16. Chkifa, A. High-dimensional adaptive sparse polynomial interpolation and applications to parametric PDEs / A. Chkifa, A. Cohen, C. Schwab // *Foundations of Computational Mathematics*. – 2014. – Vol. 14, Issue 4. – P. 601-633. – DOI: 10.1007/s10208-013-9154-z.
17. Rissanen, J.J. Universal modeling and coding / J.J. Rissanen, G.G. Langdon // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 1981. – Vol. 27, Issue 1. – P. 12-23. – DOI: 10.1109/TIT.1981.1056282.
18. Trullemans, S. The context modelling toolkit: A unified multi-layered context modelling approach / S. Trullemans, L. Van Holsbeeke, B. Signer // *Proceedings of the ACM on Human-Computer Interaction*. – 2017. – Vol. 1, Issue 1. – 7. – DOI: 10.1145/3095810.
19. Li, X. New edge-directed interpolation / X. Li, M.T. Orchard // *IEEE Transactions on Image Processing*. – 2001. – Vol. 10, Issue 10. – P. 1521-1527. – DOI: 10.1109/83.951537.
20. Varathaguru, M. New edge-directed interpolation based-lifting DWT and MSPIHT algorithm for image compression / M. Varathaguru, R.S. Sabeenian // *Circuits and Systems*. – 2016. – Vol. 7, No. 9. – P. 2242-2252. – DOI: 10.4236/cs.2016.79195.

21. **Tekalp, A.M.** Digital video processing / A.M. Tekalp. – 2nd ed. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2015. – 624 p. – ISBN: 978-0-13-399100-0.
22. **Chang, Ch.-I.** Hyperspectral data processing: Algorithm design and analysis / Ch.-I. Chang. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2013. – 1164 p. – ISBN: 978-0-471-69056-6.
23. **Borengasser, M.** Hyperspectral remote sensing: Principles and applications / M. Borengasser, W.S. Hungate, R. Watkins. – Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2007. – 128 p. – ISBN: 978-1-56670-654-4.
24. **Schowengerdt, R.A.** Remote sensing: models and methods for image processing / R. Schowengerdt. – 3th ed. – Burlington, San Diego: Academic Press, 2007. – 558 p. – ISBN: 978-0-12-369407-2.
25. **Gashnikov, M.** Compression method for real-time systems of remote sensing / M.V. Gashnikov, N.I. Glumov, V.V. Sergeyev // Proceedings of 15th International Conference on Pattern Recognition. – 2000. – Vol. 3. – P. 232-235. – DOI: 10.1109/ICPR.2000.903527.
26. **Гашников, М.В.** Минимизация энтропии постинтерполяционных остатков при компрессии изображений на основе иерархической сеточной интерполяции / М.В. Гашников // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 2. – С. 266-275. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-266-275.
27. **Gonzalez, R.C.** Digital image processing / R.C. Gonzalez, R.E. Woods. – 3th ed. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2007. – 976 p. – ISBN: 978-0-13-168728-8.
28. **Sayood, K.** Introduction to data compression / K. Sayood. – 4th ed. – Waltham, MA: Morgan Kaufmann, 2012. – 768 p. – ISBN: 978-0-12-415796-5.
29. **Ватолин, Д.** Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео / Д. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. – 384 с. – ISBN: 5-86404-170-X.
30. **Ефимов, В.М.** Оценка эффективности иерархических и построенных алгоритмов сжатия полутонных изображений без потерь / В.М. Ефимов, А.Н. Колесников // Тезисы докладов III конференции “Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии”. – 1997. – Часть I. – С. 157-161.
31. **Computer image processing. Part II: Methods and algorithms** / A.V. Chernov, V.M. Chernov, M.A. Chicheva, V.A. Fursov, M.V. Gashnikov, N.I. Glumov, N.Yu. Ilyasova, A.G. Khranov, A.O. Korepanov, A.V. Kupriyanov, E.V. Myasnikov, V.V. Myasnikov, S.B. Popov, V.V. Sergeyev, V.A. Soifer; ed. by V.A. Soifer. – VDM Verlag Dr. Müller. – 2010. – 584 p. – ISBN: 978-3-6391-7545-5.

Сведения об авторе

Гашников Михаил Валерьевич, 1975 года рождения, в 1998 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ), кандидат наук, доцент. В настоящее время работает доцентом кафедры геоинформатики и информационной безопасности Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: сжатие изображений, обработка космических снимков, геоинформационные технологии. Имеет более 90 публикаций, в том числе более 30 статей и две монографии (в соавторстве). E-mail: mgash@smr.ru.

ГРПТИ: 28.17.19, 28.21.15, 28.23.15.

Поступила в редакцию 14 февраля 2018 г. Окончательный вариант – 18 апреля 2018 г.

INTERPOLATION BASED ON CONTEXT MODELING FOR HIERARCHICAL COMPRESSION OF MULTIDIMENSIONAL SIGNALS

M.V. Gashnikov¹

¹ Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

Context algorithms for interpolation of multidimensional signals in the compression problem are researched. A hierarchical compression method for arbitrary dimension signals is considered. For this method, an interpolation algorithm based on the context modeling is proposed. The algorithm is based on optimizing parameters of the interpolating function in a local neighborhood of the interpolated sample. At the same time, locally optimal parameters found for more decimated scale signal levels are used to interpolate samples of less decimated scale signal levels. The context interpolation algorithm is implemented programmatically as part of a hierarchical compression method. Computational experiments have shown that using a context interpolator instead of an average interpolator makes it possible to significantly improve the efficiency of hierarchical compression.

Keywords: interpolation, compression, multivariate signal, context modeling, image, maximum error.

Citation: Gashnikov M.V. Interpolation based on context modeling for hierarchical compression of multidimensional signals. Computer Optics 2018; 42(3): 468-475. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-468-475.

Acknowledgements: The reported study was funded by the Russian Foundation for Basic Research under research projects ## 18-01-00667, 18-07-01312.

References

- | | |
|---|---|
| <p>[1] Cohen A, Davenport MA, Leviatan D. On the stability and accuracy of least squares approximations. Foundations of</p> | <p>Computational Mathematics 2013; 13(5): 819-834. DOI: 10.1007/s10208-013-9142-3.</p> <p>[2] Blinov AO, Fralenko VP. Multidimensional approximation for modeling and optimization problems. Automation and</p> |
|---|---|

- Remote Control 2009; 70(4): 652-662. DOI: 10.1134/S0005117909040110
- [3] Butyrsky EuYu, Kuvaldin IA, Chalkin VP. Multidimensional functions' approximation [In Russian]. Scientific instrument building 2010; 20(2): 82-92.
 - [4] Tchobanou MK, Makarov DV. Image compression by using tensor approximation [In Russian]. Problems of development of advanced micro and nanoelectronic systems 2014; 4: 109-112.
 - [5] Caiafa CF, Cichocki A. Computing sparse representations of multidimensional signals using kronecker bases. Neural Computation 2016; 25(1): 186-220. DOI: 10.1162/NECO_a_00385.
 - [6] Gulakov KV. Modeling multidimensional objects on the basis of cognitive maps with neural network identification of parameters [In Russian]. The Thesis for the Candidate's Degree in Technical Sciences. Bryansk, 2016.
 - [7] Krapuhina NV, Brinza BV. A new approach to multidimensional approximation of technological data based on the use of the group method of argumentation and neural networks [In Russian]. Non-Ferrous Metals 2007; 5: 19-23.
 - [8] Mobli M, Hoch JC. Nonuniform sampling and non-Fourier signal processing methods in multidimensional NMR. Prog Nucl Magn Reson Spectrosc 2014; 83: 21-41. DOI: 10.1016/j.pnmrs.2014.09.002.
 - [9] Verstakov EV, Zakharchenko VD. The comparative analysis of approximation algorithms of two-dimensional signals by Proni method and matrix bunches method [In Russian]. Radio and Telecommunication Systems 2015; 1(17): 26-31.
 - [10] Shcherba EV. Application analysis of interpolation and extrapolation methods as used for image restoration [In Russian]. Computer optics 2009; 33(3): 336-339.
 - [11] Sahnoun S, Djermoun E-H, Brie D, Comon P. A simultaneous sparse approximation method for multidimensional harmonic retrieval. Signal Processing 2017; 131: 36-48. DOI: 10.1016/j.sigpro.2016.07.029.
 - [12] Donoho DL. Compressed sensing. IEEE Trans Inform Theory 2006; 52(4): 1289-1306. DOI: 10.1109/TIT.2006.871582.
 - [13] Candes EJ, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. IEEE Trans Inform Theory 2006; 52(2): 489-509. DOI: 10.1109/TIT.2005.862083.
 - [14] Bigot J, Boyer C, Weiss P. An analysis of block sampling strategies in compressed sensing. IEEE Trans Inform Theory 2016; 62(4): 2125-2139. DOI: 10.1109/TIT.2016.2524628.
 - [15] Baraniuk RG, Cevher V, Duarte MF, Hedges C. Model-based compressive sensing. IEEE Trans Inform Theory 2010; 56(4): 1982-2001. DOI: 10.1109/TIT.2010.2040894.
 - [16] Chkifa A, Cohen A, Schwab C. High-dimensional adaptive sparse polynomial interpolation and applications to parametric PDEs. Found Comput Math 2014; 14(4): 601-633. DOI: 10.1007/s10208-013-9154-z.
 - [17] Rissanen JJ, Langdon GG. Universal modeling and coding. IEEE Trans Inform Theory 1981; 27(1): 12-23. DOI: 10.1109/TIT.1981.1056282.
 - [18] Trullemans S, Van Holsbeeke L, Signer B. The context modelling toolkit: A unified multi-layered context modelling approach. Proceedings of the ACM on Human-Computer Interaction 2017; 1(1): 7. DOI: 10.1145/3095810.
 - [19] Li X, Orchard MT. New edge-directed interpolation. IEEE Trans Image Process 2001; 10(10): 1521-1527. DOI: 10.1109/83.951537.
 - [20] Varathaguru M, Sabeenian RS. New edge-directed interpolation based-lifting DWT and MSPIHT algorithm for image compression. Circuits and Systems 2016; 7(9): 2242-2252. DOI: 10.4236/cs.2016.79195.
 - [21] Tekalp AM. Digital video processing. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall; 2015. ISBN: 978-0-13-399100-0.
 - [22] Chang Ch-I. Hyperspectral data processing: Algorithm design and analysis. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc; 2013. ISBN: 978-0-471-69056-6.
 - [23] Borengasser M, Hungate WS, Watkins R. Hyperspectral remote sensing: Principles and applications. Boca Raton, London, New York: CRC Press; 2007. ISBN: 978-1-56670-654-4.
 - [24] Schowengerdt RA. Remote sensing: models and methods for image processing. 3th ed. Burlington, San Diego: Academic Press; 2007. ISBN 978-0-12-369407-2.
 - [25] Gashnikov MV, Glumov NI, Sergeyev VV. Compression method for real-time systems of remote sensing. ICPR 2000; 3: 232-235. DOI: 10.1109/ICPR.2000.903527.
 - [26] Gashnikov MV. Minimizing the entropy of post-interpolation residuals for image compression based on hierarchical grid interpolation. Computer Optics 2017; 41(2): 266-275. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-266-275.
 - [27] Gonzalez RC, Woods RE. Digital image processing. 3th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall; 2007. ISBN: 978-0-13-168728-8.
 - [28] Sayood K. Introduction to data compression. 4th ed. Waltham, MA: Morgan Kaufmann; 2012. ISBN: 978-0-12-415796-5.
 - [29] Vatolin D, Ratushnyak A, Smirnov M, Yukin V. Data compression methods. Archive program architecture, image and video compression [In Russian]. Moscow: "Dialog-MIFI" Publisher; 2002. ISBN: 5-86404-170-X.
 - [30] Efimov VM, Kolesnikov AN. Effectiveness estimation of the hierarchical and line-by-line lossless compression algorithms [In Russian]. Proceedings of the III conference "Pattern recognition and image analysis" 1997; 1: 157-161.
 - [31] Soifer VA, ed. Computer image processing, Part II: Methods and algorithms. VDM Verlag Dr Müller; 2010. ISBN: 978-3-6391-7545-5.

Author's information

Mikhael Valeryevich Gashnikov (b. 1975) graduated from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), PhD and associate professor. He is the associate professor at the Geoinformatics and Information Security department at Samara National Research University. He has 90 publications, including 30 scientific papers and 2 monograph (with coauthors). His research interests are currently focused on image compression, space images processing, geoinformation technologies. E-mail: mgash@smr.ru.

Received, February 14, 2018. The final version – April 18, 2018.

ПРИМЕНЕНИЕ ПЛОТНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ К ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ НЕХАРАКТЕРНОГО ПОВЕДЕНИЯ НА ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИИ

Р.А. Шаталин¹, В.Р. Фидельман¹, П.Е. Овчинников¹

¹Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

Аннотация

В работе предложены алгоритмы обнаружения нехарактерного поведения на основе главных компонент по характеристикам плотных траекторий движения. Проведено сравнение показателей точности и быстродействия с алгоритмом обнаружения по длинам векторов оптического потока. Результаты свидетельствуют о повышении быстродействия при использовании плотных траекторий и сохранении точности при обучении модели «мешка признаков» на сбалансированной выборке признаков поведения.

Ключевые слова: видеонаблюдение, обнаружение нехарактерного поведения, метод главных компонент, плотные траектории движения.

Цитирование: Шаталин, Р.А. Применение плотных траекторий движения к задаче обнаружения нехарактерного поведения на видеоизображении / Р.А. Шаталин, В.Р. Фидельман, П.Е. Овчинников // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 476-482. – DOI: 0.18287/2412-6179-2018-42-3-476-482.

Введение

Видеонаблюдение приобретает все большее значение, предоставляя важную информацию для охраны правопорядка как в общественных местах, так и на частных территориях. За последние годы множество алгоритмов для обнаружения конкретных нештатных ситуаций было предложено и реализовано на основе строгих правил [1, 2]. Данные алгоритмы позволяют с высокой надежностью обнаруживать заранее известные типы нештатных ситуаций, но их модификация для обнаружения иного типа аномалий нетривиальна. Для устранения этого недостатка было предложено несколько статистических подходов к задаче видеонаблюдения.

Одним из подходов является распознавание событий на основе статистических методов классификации. Успехи в области распознавания событий на видеоизображениях показали эффективность использования плотных траекторий движения в качестве признаков [3]. Тем не менее, для успешной классификации необходимы примеры всех интересующих типов поведения, что затрудняет применение предложенных методов к задаче видеонаблюдения, где потенциально опасные ситуации возникают достаточно редко.

Другим подходом к задаче является обнаружение нехарактерного поведения как отклонения от модели, сформированной на основе примеров нормального поведения. В различных областях применения было предложено множество статистических методов для обнаружения подобных аномалий [4]. Одним из распространенных подходов к обнаружению аномалий является оценка характерных взаимозависимостей между признаками с помощью метода главных компонент [5]. В рамках данного подхода предложено множество методов обнаружения аномалий среди выборки признаков путем анализа характеристик главных компонент для неё. Недостатком данных методов является вычисление главных компонент после каждого нового кадра, что обладает высокой вычислительной сложностью при обработке больших объемов данных.

Для устранения этого недостатка ранее был предложен метод для обнаружения нехарактерного поведения в задачах видеонаблюдения на основе главных компонент [6]. В данном методе главные компоненты вычисляются только на этапе обучения, а во время работы производится вычислительно более простая операция проецирования векторов. Тестирование алгоритма показало, что использованию его в реальном времени препятствует низкая скорость вычисления невязок, обусловленная большой размерностью векторов характеристик поведения.

В данной работе предложены алгоритмы обнаружения нехарактерного поведения на основе характеристик плотных траекторий движения и проведено сравнение показателей точности и быстродействия с ранее предложенным алгоритмом [6]. Основным различием между алгоритмами являются извлекаемые характеристики поведения.

1. Метод

Рассмотренные алгоритмы обнаружения нехарактерного поведения на видеоизображениях состоят из следующих этапов.

Извлечение признаков поведения

В качестве признаков поведения часто используются траектории движения некоторых объектов или особенностей видеоизображения [1]. Модификацией данного подхода являются плотные траектории движения [3], которые представляют собой результат отслеживания пикселей в узлах прямоугольной сетки, покрывающей всю область видеоизображения. Метод вычисления характеристик плотных траекторий движения заключается в следующем. Для инвариантности к масштабу используется пирамида из нескольких копий видеоизображения, где размеры каждого следующего уровня меньше размеров предыдущего в заданное количество раз. Для каждого изображения из пирамиды с одинаковым шагом задается прямоугольная сетка, пиксели в узлах которой отслеживаются при условии отсутствия проблемы апертурности в их окрестности. Для каждого уровня производится оценка

оптического потока методом Фарнебака, на основе которой вычисляются дальнейшие положения пикселей. Каждый пиксель отслеживается заданное количество кадров, после чего извлекаются характеристики его траектории движения и заново рассматривается возможность отслеживания пикселя в исходном узле сетки. Для описания траектории движения используются следующие характеристики:

- 1) характеристика формы траектории (*Trajectory Shape Descriptor*, TSD);
- 2) гистограммы направленного градиента (*Histogram of Oriented Gradients*, HOG) в области вдоль траектории;
- 3) гистограммы оптического потока (*Histogram of Optical Flow*, HOF) в области вдоль траектории.

Для объединения набора однородных характеристик траекторий на заданном промежутке видеопоследовательности в признаки поведения используется модель «мешка признаков» [3], суть которой заключается в следующем. На этапе обучения пространство характеристик разбивается на фиксированное количество областей, чьи центры определяются методом k-средних на основе некоторой выборки характеристик траекторий. На этапе извлечения каждой характеристике сопоставляется область с ближайшим центром и вычисляется гистограмма распределения характеристик по областям. В качестве признаков поведения может использоваться как гистограмма для отдельной характеристики плотных траекторий движения, так и вектор, состоящий из значений гистограмм для нескольких характеристик.

В работе [3] исследовано применение характеристик плотных траекторий движений для классификации действий на видеоизображении, но задача обнаружения нехарактерного поведения обладает рядом принципиальных отличий. Во-первых, в задаче видеонаблюдения временные рамки различных событий неизвестны заранее, что не позволяет разбить видеопоследовательность на фрагменты с одинаковым типом поведения, в пределах которых характеристики плотных траекторий объединяются в признаки поведения. Во-вторых, в задаче видеонаблюдения нештатные ситуации встречаются намного реже нормального поведения, что не позволяет составить репрезентативную выборку для обучения модели «мешка признаков». Отсутствие или недостаток примеров нештатного поведения при обучении модели может повлиять на разбиение пространства характеристик на области и привести к снижению вероятности обнаружения.

В данной работе предложены алгоритмы обнаружения нехарактерного поведения, которые решают эти проблемы следующим образом. Во-первых, вся видеопоследовательность разбивается на фрагменты заданной длительности, для которых производится извлечение характеристик плотных траекторий, объединение их в признаки поведения и обнаружение нехарактерного поведения. Во-вторых, для обучения модели «мешка признаков» составляется сбалансиро-

ванная выборка с одинаковым количеством характеристик плотных траекторий для нормального и нештатного поведения путем равномерно случайного отбора. Для составления подобных выборок предложено множество методов [7, 8], среди которых используемый подход является одним из самых простых и не требует дополнительной модели характеристик плотных траекторий.

Для сравнения с результатами работы [6] использовался алгоритм, где признаками поведения служила последовательность длин векторов смещения, вычисляемая следующим образом. Для каждого кадра видеопоследовательности объекты отделяются от фона сцены с помощью самоорганизующейся искусственной нейронной сети, предложенной в работе [9]. Параметры сети были выбраны с помощью критерия качества выделения фона на основе морфологических операторов [10]. Для каждого пикселя, принадлежащего объекту, оценивается скорость движения с помощью пирамидального метода Лукаса–Канаде [11]. Для компенсации влияния перспективной проекции методом плоской гомографии [12] рассчитываются вектора смещения – проекции векторов оптического потока на плоскость пола. Пусть имеется изображение размером $N \times M$ и $\vec{p}(x, y)$ – вектор смещения для пикселя с координатами (x, y) . Тогда выражение для вектора признаков $\vec{F}$ запишется в виде:

$$\vec{F} = \{|\vec{p}(0, 0)|, \dots, |\vec{p}(0, M)|, |\vec{p}(1, 0)|, \dots, |\vec{p}(N, M)|\}. \quad (1)$$

Основным недостатком последовательности длин векторов смещения является большая размерность вектора признаков $\vec{F}$, равная количеству пикселей на изображении. Размерность гистограмм характеристик плотных траекторий является свободным параметром, что позволяет для заданных размеров видеоизображения получить более короткие вектора признаков поведения с целью снижения вычислительной сложности последующих этапов алгоритма.

Обнаружение нехарактерного поведения

Для оценки аномальности поведения в сцене по векторам признаков применялся метод на основе главных компонент [6], суть которого заключается в следующем. На стадии обучения для всех примеров «нормального» поведения извлекаются вектора признаков и для получившегося набора векторов находятся главные компоненты. Во время работы текущий вектор признаков поведения проецируется на набор векторов главных компонент и обратно. В общем случае набор векторов главных компонент не является базисом и некоторая составляющая вектора теряется при проецировании. Далее эта составляющая называется вектором невязки, и на её основе предложено две оценки аномальности: относительная и максимальная невязка. Относительная невязка представляет собой отношение норм вектора невязки и норм вектора признаков поведения, а максимальная невязка – максимальное значение среди модулей компонент вектора невязки.

2. Эксперимент

Работа алгоритмов с использованием разных признаков поведения была проверена как на видеозаписях лаборатории университета Калифорнии в Сан-Диего (UCSD) [13], так и на экспериментально полученных видео. Видеозапись «Работа и ремонт» была сделана в компьютерном классе ННГУ. На видео «Работа и ремонт» в качестве нормального поведения была взята работа за компьютером, а в качестве нештатного – манипуляции с задней панелью системного блока. Видеозапись лаборатории UCSD содержит пешеходную улицу, обычная ходьба по которой была взята за нормальное поведение, а проезд транспортных средств – за нештатное.

Алгоритмы на основе плотных траекторий движения разбивали видеопоследовательность на фрагменты по 15 кадров, для которых производилось извлечение признаков и обнаружение нехарактерного поведения. Для обучения модели «мешка признаков» сначала формировалась выборка характеристик плотных траекторий движения для всех примеров нормального и нештатного поведения из видео. Количество кадров, примеров и плотных траекторий для разных типов поведения на обеих видеозаписях приведено в табл. 1. Из табл. 1 видно, что для обоих видео количество отслеживаемых плотных траекторий для нормального поведения больше, в особенности для видеозаписи лаборатории UCSD. Аналогично работе [3] для ограничения вычислительной сложности процесса обучения размер выборки ограничивался 100 тысячами отобранных характеристик плотных траекторий. При несбалансированном обучении размер выборки сокращался путем равномерно случайного отбора, что приводило к соотношению количества характеристик траекторий для нормального и нештатного поведения, близкого к исходному. При сбалансированном обучении для каждого типа поведения производился независимый равномерно случайный отбор 50 тысяч характеристик плотных траекторий, которые вместе формировали выборку для обучения модели «мешка признаков». Гистограммы каждой характеристики плотных траекторий состояли из 4000 столбцов аналогично работе [3].

Табл. 1. Количество кадров, примеров и плотных траекторий для разных типов поведения на видео «Работа и ремонт» и видеозаписи лаборатории UCSD

	Работа и ремонт		UCSD	
	Нормальное поведение	Нештатное поведение	Нормальное поведение	Нештатное поведение
Количество примеров	33	38	34	35
Количество кадров	10784	4795	6733	2822
Количество траекторий	148493	127805	321389	146337

Обучение метода на основе главных компонент проводилось на ограниченном числе примеров нормального поведения из видео. Затем для остальных

кадров с нормальным и нештатным поведением из выбранного видео вычислялись значения оценок аномальности. На основе этих оценок рассчитывался равный уровень ошибок, который представляет собой уровень ошибок при равной частоте ложных тревог и пропуска события [13]. При этом для уменьшения влияния шума и вычислительных погрешностей отбрасывались главные компоненты, которые описывали менее 1% вариации характеристик нормального поведения.

Значения равных уровней ошибок относительной и максимальной невязки на видео «Работа и ремонт» для разных характеристик поведения при сбалансированном обучении модели «мешка признаков» и разном количестве обучающих примеров для метода на основе главных компонент приведены в табл. 2. Из табл. 2 видно, что для видео «Работа и ремонт» наилучшие результаты были достигнуты при использовании относительной невязки для комбинации характеристики формы траекторий с гистограммой направленных градиентов. При этом равный уровень ошибок составил менее 1 процента, что соответствует более высокой точности в сравнении с ранее предложенным алгоритмом [6].

Табл. 2. Равный уровень ошибок относительной и максимальной невязки для видео «Работа и ремонт» при сбалансированном обучении модели «мешка признаков» и разном количестве обучающих примеров

Признаки поведения	Относительная невязка		Максимальная невязка	
	Обучение на 3 примерах	Обучение на 7 примерах	Обучение на 3 примерах	Обучение на 7 примерах
Длины векторов смещения	3,7%	1,5%	8,4%	6,7%
TSD	12,81%	12,04%	10,42%	10,47%
HOG	0,32%	0,35%	0,47%	0,44%
HOF	11,06%	10,73%	18,22%	13,62%
TSD-HOG	0,15%	0,18%	11,23%	11,47%
TSD-HOF	11,46%	11,17%	13,20%	11,08%
HOG-HOF	5,82%	4,70%	17,34%	4,33%
TSD-HOG-HOF	7,08%	8,51%	12,49%	10,12%

Значения равных уровней ошибок относительной и максимальной невязки на видеозаписи лаборатории UCSD для разных характеристик поведения при сбалансированном обучении модели «мешка признаков» и разном количестве обучающих примеров приведены в табл. 3. Из табл. 3 видно, что для видео лаборатории UCSD наилучшие результаты были достигнуты также при использовании относительной невязки для комбинации характеристики формы траекторий и гистограммы направленных градиентов. При этом равный уровень ошибок соответствует в пределах порядка показателям точности максимальной невязки для последовательности длин векторов смещения. Из этого следует, что эффективность относительной и максимальной невязки зависит не только от количества объектов в сцене, но и разновидности признаков поведения.

Табл. 3. Равный уровень ошибок для относительной и максимальной невязки для видеозаписи лаборатории UCSD при сбалансированном обучении модели «мешка признаков» и разном количестве обучающих примеров

Признаки поведения	Относительная невязка		Максимальная невязка	
	Обучение на 5 примерах	Обучение на 25 примерах	Обучение на 5 примерах	Обучение на 25 примерах
Длины векторов смещения	49,6%	49,1%	22,7%	24,7%
TSD	50,63%	41,82%	27,06%	27,50%
HOG	29,43%	33,00%	35,29%	32,71%
HOF	25,81%	31,69%	29,99%	33,43%
TSD-HOG	25,51%	23,73%	25,81%	27,20%
TSD-HOF	25,81%	30,97%	26,50%	30,68%
HOG-HOF	25,94%	32,58%	32,22%	33,14%
TSD-HOG-HOF	25,38%	31,27%	23,70%	27,50%

Из приведенных значений равных уровней ошибок следует, что среди рассмотренных алгоритмов обнаружения нехарактерного поведения наибольшей точностью обладает алгоритм с использованием относительной невязки для комбинации характеристики формы траекторий с гистограммой направленных градиентов. При этом алгоритм использует только относительную невязку как для простых сцен, так и для сцен с большим количеством движущихся объектов в отличие от алгоритма на основе длин векторов смещения.

Недостатком предложенных алгоритмов является использование примеров нештатного поведения для обучения модели «мешка признаков». Для оценки влияния этого фактора было проведено тестирование алгоритмов при обучении модели только на характеристиках плотных траекторий для нормального поведения. Полученные значения равных уровней ошибок относительной невязки при разном количестве обучающих примеров приведены в табл. 4. Из сравнения табл. 2, 3 и 4 следует, что в условиях отсутствия примеров нештатного поведения алгоритмы в целом обладают более высоким равным уровнем ошибок. Такой результат можно объяснить существенной разницей между характеристиками плотных траекторий для рассматриваемых типов поведения, что приводит к неоптимальному разбиению пространства характеристик при обучении модели «мешка признаков» в данных условиях. Значения равных уровней ошибок относительной и максимальной невязки для комбинации характеристики формы траекторий с гистограммой направленных градиентов при несбалансированном обучении модели «мешка признаков» и разном количестве обучающих примеров приведены в табл. 5. Из сравнения табл. 2, 3 и 5 следует, что обучение модели «мешка признаков» на сбалансированной выборке позволило снизить равный уровень ошибок, в особенности для видеозаписи лаборатории UCSD.

Табл. 4. Равный уровень ошибок относительной невязки при обучении модели «мешка признаков» только на примерах нормального поведения

Признаки поведения	Работа и ремонт		UCSD	
	Обучение на 3 примерах	Обучение на 7 примерах	Обучение на 5 примерах	Обучение на 25 примерах
TSD	29,36%	31,41%	65,27%	57,88%
HOG	6,37%	0,70%	36,51%	42,12%
HOF	17,90%	15,53%	29,85%	37,20%
TSD-HOG	8,36%	6,72%	42,40%	47,76%
TSD-HOF	17,26%	15,53%	30,12%	35,60%
HOG-HOF	12,81%	9,25%	30,41%	35,89%
TSD-HOG-HOF	14,39%	12,14%	30,68%	36,77%

Табл. 5. Равный уровень ошибок относительной невязки при несбалансированном обучении модели «мешка признаков»

Признаки поведения	Работа и ремонт		UCSD	
	Обучение на 3 примерах	Обучение на 7 примерах	Обучение на 5 примерах	Обучение на 25 примерах
TSD	13,84%	15,71%	49,37%	48,05%
HOG	0,32%	0,35%	29,99%	35,01%
HOF	12,81%	11,00%	26,50%	31,69%
TSD-HOG	0,32%	0,35%	29,43%	33,14%
TSD-HOF	12,96%	12,13%	25,94%	29,96%
HOG-HOF	6,95%	6,37%	25,94%	32,42%
TSD-HOG-HOF	8,43%	7,70%	25,38%	31,40%

Для оценки быстродействия алгоритмов измерялось время исполнения этапов работы алгоритмов на компьютере с четырехъядерным CPU Intel Core i5 3,4 ГГц и 8 GB RAM. Среднее значение времени вычисления и размерность вектора признаков поведения приведены в табл. 6. Из табл. 6 видно, что извлечение характеристик плотных траекторий движения занимает больше времени, чем вычисление длин векторов смещения. Такой результат следует из обработки изображения на нескольких масштабах и последующего применения подхода «мешок признаков» для создания единого описателя поведения на кадре.

Табл. 6. Среднее время вычисления и размерность вектора признаков поведения для видео «Работа и ремонт» и видеозаписи лаборатории UCSD

Признаки поведения	Размерность вектора признаков		Среднее время извлечения, мс	
	UCSD	Работа и ремонт	UCSD	Работа и ремонт
Длины векторов смещения	38400	71680	13,62	23,70
TSD	4000	4000	21,38	42,03
HOG	4000	4000	23,33	45,32
HOF	4000	4000	25,54	47,20
TSD-HOG	8000	8000	33,93	60,58
TSD-HOF	8000	8000	33,00	62,15
HOG-HOF	8000	8000	38,49	65,18
TSD-HOG-HOF	12000	12000	46,71	80,53

Количество использованных главных компонент и среднее значение времени вычисления невязок и пове-

дения приведены в табл. 7 и 8 соответственно. Из табл. 7 видно, что использование характеристик плотных траекторий приводит к сокращению количества главных компонент. Данный результат вместе со снижением размерности обуславливает существенное снижение времени вычисления невязок, представленных в табл. 8.

Табл. 7. Количество главных компонент для разных признаков поведения при разном количестве обучающих примеров

Признаки поведения	Работа и ремонт		UCSD	
	Обучение на 3 примерах	Обучение на 7 примерах	Обучение на 5 примерах	Обучение на 25 примерах
Длины векторов смещения	496	1421	716	3272
TSD	38	147	64	323
HOG	38	148	64	321
HOF	38	136	58	288
TSD-HOG	38	149	64	323
TSD-HOF	37	142	63	319
HOG-HOF	38	144	63	314
TSD-HOG-HOF	37	142	64	320

Табл. 8. Среднее время расчета невязок в миллисекундах для разных признаков поведения при разном количестве обучающих примеров

Признаки поведения	Работа и ремонт		UCSD	
	Обучение на 3 примерах	Обучение на 7 примерах	Обучение на 5 примерах	Обучение на 25 примерах
Длины векторов смещения	82,66	235,14	64,82	290,97
TSD	0,29	0,88	0,43	1,79
HOG	0,29	0,88	0,43	1,79
HOF	0,27	0,80	0,40	1,60
TSD-HOG	0,55	1,73	0,82	3,56
TSD-HOF	0,53	1,64	0,81	3,52
HOG-HOF	0,53	1,66	0,81	3,45
TSD-HOG-HOF	0,85	3,85	1,68	9,65

На основе приведенных оценок быстродействия можно сделать следующий вывод. Использование характеристик плотных траекторий движений приводит к существенному снижению времени вычисления невязок за счет повышения среднего времени извлечения признаков. При этом суммарное время работы алгоритма снижается и начинает в значительной степени зависеть от времени извлечения характеристик.

Заключение

В работе предложены алгоритмы обнаружения нехарактерного поведения на основе главных компонент по характеристикам плотных траекторий движения. Проведено сравнение показателей точности и быстродействия с алгоритмом обнаружения по длинам векторов смещения. Результаты экспериментов свидетельствуют о повышении быстродействия при использовании плотных траекторий за счет снижения размерности вектора признаков и сокращения количества глав-

ных компонент. Сохранение точности достигается при условии обучения модели «мешка признаков» на сбалансированной выборке из признаков нормального и нештатного поведения. При этом для простых сцен и сцен с большим количеством движущихся объектов наименьший равный уровень ошибок достигается при использовании относительной невязки.

Литература

1. **Sodemann, A.** A review of anomaly detection in automated surveillance / A. Sodemann, M. Ross, B. Borghetti // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews. – 2012. – Vol. 42, Issue 6. – P. 1257-1272. – DOI: 10.1109/TSMCC.2012.2215319.
2. **Епифанцев, Б.Н.** Мультисенсорные системы мониторинга территорий ограниченного доступа: возможности видеоаналитического канала обнаружения вторжений / Б.Н. Епифанцев, А.А. Пятков, С.А. Копейкин // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 1. – С. 121-129. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-1-121-129.
3. **Wang, H.** Dense trajectories and motion boundary descriptors for action recognition / H. Wang, A. Kläser, C. Schmid, C. Liu // International Journal of Computer Vision. – 2013. – Vol. 103, Issue 1. – P. 60-79. – DOI: 10.1007/s11263-012-0594-8.
4. **Chandola, V.** Anomaly detection: A survey / V. Chandola, A. Banerjee, V. Kumar // ACM Computing Surveys (CSUR). – 2009. – Vol. 41, Issue 3. – 15 (58 p.). – DOI: 10.1145/1541880.1541882.
5. **Jolliffe, I.** Principal component analysis. / I. Jolliffe. – 2nd ed. – New York: Springer-Verlag, 2002. – 488 p. – ISBN: 978-0-387-95442-4.
6. **Шаталин, Р.А.** Обнаружение нехарактерного поведения в задачах видеонаблюдения / Р.А. Шаталин, В.Р. Фидельман, П.Е. Овчинников // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 1. – С. 37-45. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-1-37-45.
7. **He, H.** Learning from imbalanced data / H. He, E.A. Garcia // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering. – 2009. – Vol. 21, Issue 9. – P. 1263-1284. – DOI: 10.1109/TKDE.2008.239.
8. **Акимов, А.В.** Модели и алгоритмы искусственного разномножения данных для обучения алгоритмов распознавания лиц методом Виолы-Джонса / А.В. Акимов, А.А. Сирота // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 6. – С. 911-918. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-6-911-918.
9. **Maddalena, L.** A self-organizing approach to background subtraction for visual surveillance application / L. Maddalena, A. Petrosino // IEEE Transactions on Image Processing. – 2008. – Vol. 17, Issue 7. – P. 1168-1177. – DOI: 10.1109/TIP.2008.924285.
10. **Овчинников, П.Е.** Критерий качества выделения фона с использованием морфологических операторов для задач обнаружения нештатных ситуаций / П.Е. Овчинников, Р.А. Шаталин // Системы управления и информационные технологии. – 2014. – Т. 56, № 2.1. – С. 190-194.
11. **Bouguet, J.** Pyramidal implementation of the lucas kanade feature tracker / J. Bouguet // Intel Corporation, Microprocessor Research Labs. – 2000. – 9 p.
12. **Antonakaki, P.** Detecting abnormal human behavior using multiple cameras / P. Antonakaki, D. Kosmopoulos, S. Perantonis // Signal Processing. – 2009. – Vol. 89, Issue 9. – P. 1723-1738. – DOI: 10.1016/j.sigpro.2009.03.016.
13. **Mahadevan, V.** Anomaly detection and localization in crowded scenes / V. Mahadevan, W. Li, V. Bhalodia, N. Vasconcelos // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2014. – Vol. 36, Issue 1. – P. 18-32. – DOI: 10.1109/TPAMI.2013.111.

Сведения об авторах

Шаталин Роман Андреевич, 1992 года рождения, в 2015 году окончил Нижегородский государственный университет по направлению подготовки 09.04.02 «Информационные системы и технологии» и поступил в аспирантуру ННГУ по направлению подготовки 03.06.01 «Физика и астрономия», работает программистом на кафедре информационных технологий в физических исследованиях физического факультета ННГУ. Область научных интересов: обработка видеозаписей, компьютерное зрение и машинное обучение. E-mail: shatalinra@nifti.unn.ru.

Фидельман Владимир Романович, 1950 года рождения, в 1974 году окончил физический факультет ГГУ по специальности «Физика» со специализацией «Математическое обеспечение ЭВМ и АСУ». В 1997 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности «Применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях». С 1998 года – заведующий кафедрой информационных технологий в физических исследованиях физического факультета ННГУ. Область научных интересов: методы цифровой обработки сигналов и изображений, методы моделирования открытых самоорганизующихся систем, системы автоматизации научных исследований. E-mail: fidelman@nifti.unn.ru.

Овчинников Павел Евгеньевич, 1983 года рождения, в 2005 году окончил физический факультет ННГУ по специальности «Информационные системы (в физике)». В 2009 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, с 2013 года – старший научный сотрудник НИФИ ННГУ. Область научных интересов: методы цифровой обработки сигналов и изображений, машинное обучение. E-mail: ope@nifti.unn.ru.

ГРНТИ: 28.23.15

Поступила в редакцию 20 февраля 2018 г. Окончательный вариант – 3 апреля 2018 г.

ABNORMAL BEHAVIOR DETECTION BASED ON DENSE TRAJECTORIES

R.A. Shatalin¹, V.R. Fidelman¹, P.E. Ovchinnikov¹

¹Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia

Abstract

In this paper, we propose abnormal behavior detection algorithms based on dense trajectories and principal components for video surveillance applications. The result shows that the proposed algorithms are faster than an algorithm based on lengths of displacement vectors but the accuracy is only retained if the bag-of-features model is trained on a balanced sample of behavior features.

Keywords: video surveillance, abnormal behaviour detection, principal component analysis, dense trajectories.

Citation: Shatalin RA, Fidelman VR, Ovchinnikov PE. Abnormal behavior detection based on dense trajectories. Computer Optics 2018; 42(3): 476-482. DOI: 0.18287/2412-6179-2018-42-3-476-482.

References

- [1] Sodemann A, Ross M, Borghetti B. A review of anomaly detection in automated surveillance. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews 2012; 42(6): 1257-1272. DOI: 10.1109/TSMCC.2012.2215319.
- [2] Epifancev BN, Pyatkov AA, Kopeykin SA. Multi-sensor systems for monitoring access to restricted areas: capabilities of the intrusion detection video analytical channel. Computer Optics 2016; 40(1): 121-129. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-1-121-129.
- [3] Wang H, Kläser A, Schmid C, Liu C. Dense trajectories and motion boundary descriptors for action recognition. International Journal of Computer Vision, 2013, 103(1): 60-79. DOI: 10.1007/s11263-012-0594-8.
- [4] Chandola V, Banerjee A, Kumar V. Anomaly detection: A survey. ACM Computing Surveys 2009; 41(3): 15. DOI: 10.1145/1541880.1541882.
- [5] Jolliffe IT. Principal component analysis. 2nd ed. Springer, New York: Springer-Verlag; 2002. ISBN: 978-0-387-95442-4.
- [6] Shatalin RA, Fidelman VR, Ovchinnikov PE. Abnormal behaviour detection method for video surveillance applications [In Russian]. Computer Optics 2017; 41(1): 37-45. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-1-37-45.
- [7] He H, Garcia EA. Learning from imbalanced data. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering 2009; 21(9): 1263-1284. DOI: 10.1109/TKDE.2008.239.
- [8] Akimov AV, Sirota AA. Synthetic data generation models and algorithms for training image recognition algorithms using the Viola-Jones framework [In Russian]. Computer Optics 2016; 40(6): 911-918. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-6-911-918.
- [9] Maddalena L, Petrosino A. A self-organizing approach to background subtraction for visual surveillance application. IEEE Transactions on Image Processing 2008; 17(7): 1168-1177. DOI: 10.1109/TIP.2008.924285.
- [10] Ovchinnikov PE, Shatalin RA. Background subtraction quality criterion based on morphological operations for behaviour anomaly detection [In Russian]. Systemy upravleniya i informacionnyeologii 2014; 56(2): 190-194.

-
- | | |
|---|---|
| <p>[11] Bouguet JY. Pyramidal implementation of the lucas kanade feature tracker. Intel Corporation, Microprocessor Research Labs 2000.</p> <p>[12] Antonakaki P, Kosmopoulos D, Perantonis S. Detecting abnormal human behavior using multiple cameras. Signal</p> | <p>Processing 2009; 89(9): 1723-1738. DOI: 10.1016/j.sigpro.2009.03.016.</p> <p>[13] Mahadevan V, Li W, Bhalodia V, Vasconcelos N. Anomaly detection and localization in crowded scenes. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014, 36(1): 18-32. DOI: 10.1109/TPAMI.2013.111.</p> |
|---|---|
-

Author's information

Roman Andreevich Shatalin (b. 1992) received master degree in Computer Science from Lobachevsky State University, Nizhni Novgorod, Russian Federation in 2013 and currently is working towards PhD. His research interests primarily include computer vision and machine learning, with specific focus on visual analysis of human behavior. E-mail: shatalinra@nifti.unn.ru.

Vladimir Romanovich Fidelman (b. 1950) graduated from Physics faculty of Lobachevsky State University in 1974, majoring in Computer Software and Automation. Currently he is working as Head of Information Technology in Physics Research department. Research interests are signal and image processing, models of open self-organizing systems, research automation systems. E-mail: fidelman@nifti.unn.ru.

Pavel Evgenyevich Ovchinnikov (b. 1983) graduated from Physics faculty of Lobachevsky State University in 2005, majoring in Information Technologies in Physics. Currently he is working as Senior Researcher at Research Institute of Technical Physics at Lobachevsky State University. Research interests are signal and image processing, machine learning. E-mail: ope@nifti.unn.ru.

Received February 20, 2018. The final version – April 3, 2018.

МЕТОД СОЗДАНИЯ ЦИФРОВЫХ ВОДЯНЫХ ЗНАКОВ НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОАССОЦИАТИВНЫХ СЖИМАЮЩИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ЕГО РЕАЛИЗАЦИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

А.А. Сирота¹, М.А. Дрюченко¹, Е.Ю. Митрофанова¹

¹ Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

Аннотация

Рассматривается метод и реализуемые на его основе алгоритмы создания цифровых водяных знаков, базирующиеся на применении обобщённых сжимающих преобразований при встраивании данных во фрагменты контейнеров - изображений. Принципиальной особенностью предлагаемого метода является использование гетероассоциативного сжимающего преобразования – взаимного отображения со сжатием двух соседних областей изображения произвольной формы. Проведены комплексные исследования для оценки показателей качества создаваемых цифровых водяных знаков, и показано, что предлагаемый метод и реализуемые на его основе алгоритмы позволяют достаточно гибко регулировать показатели уровня искажения контейнера и достоверности извлечения скрытых данных. Проводится анализ предлагаемых алгоритмов создания цифровых водяных знаков в условиях воздействий различных видов помех и преобразований, направленных на разрушение скрываемой информации, а также результаты сравнения с известными стегоалгоритмами.

Ключевые слова: сжимающие отображения, обработка изображений, нейронные сети, стеганография, цифровые водяные знаки.

Цитирование: Сирота, А.А. Метод создания цифровых водяных знаков на основе гетероассоциативных сжимающих преобразований изображений и его реализация с использованием искусственных нейронных сетей / А.А. Сирота, М.А. Дрюченко, Е.Ю. Митрофанова // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 483-494. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-483-494.

Введение

Широкое распространение цифровых технологий обуславливает необходимость разработки и совершенствования методов обеспечения конфиденциальности, целостности, контроля несанкционированного использования и тиражирования информации. К числу перспективных технологий, используемых для решения данных задач, можно отнести технологии компьютерной стеганографии, позволяющие организовывать защищённое скрытое хранение и передачу данных по открытым каналам коммуникации, а также скрытое маркирование данных цифровыми водяными знаками (ЦВЗ) в интересах контроля их использования и распространения. В качестве носителей (контейнеров) скрываемой пользовательской информации, как правило, выступают цифровые объекты, обладающие психовизуальной избыточностью. В данной работе в качестве контейнеров будут рассматриваться изображения.

Подавляющее большинство разработанных на сегодняшний день методов и алгоритмов стеганографического скрытия информации (ССИ) в изображения реализуют встраивание данных в их пространственную или частотную составляющую. Алгоритмы, работающие с пространственным представлением контейнеров, чаще всего реализуют варианты LSB- [1–3] или PVD-методов [4], ВРС-методы разделения битовых слоёв раstra на сегменты по уровню сложности с последующей заменой шумовых областей битами сообщения [5, 6], а также варианты «блочного» ССИ за счёт манипуляции значениями цветности/яркости пикселей в блоках фиксированного размера [7, 8]. Основным недостатком подобных алгоритмов является слабая устойчивость скрытых

данных к последующим трансформациям контейнера. Алгоритмы, работающие с частотным представлением контейнеров, чаще всего реализуют ССИ путём модификации спектральных коэффициентов (дискретного косинусного или вейвлет-преобразований) [9, 10]. Как правило, алгоритмы ССИ в частотной области контейнера обеспечивают большую робастность скрытых данных, но также зависят от используемых алгоритмов кодирования и конечного формата контейнера.

Для эффективного применения технологий ССИ в интересах создания ЦВЗ необходимо выполнить ряд противоречивых требований, а именно: обеспечить визуальную незаметность скрываемых данных, сохранив, по возможности, качество контейнера, и одновременно обеспечить высокую достоверность извлечения ранее скрытого ЦВЗ. Указанные противоречия не снимаются в полной мере в известных методах и алгоритмах [1–10].

Возможным подходом к дальнейшему развитию методов ССИ, обеспечивающим минимальную визуальную и статистическую заметность результатов ССИ с сохранением высокой достоверности извлечения скрытых данных, является использование аппарата искусственных нейронных сетей (НС) [11–15]. В данной работе, развивающей предыдущие работы авторов [13–15], рассматривается метод построения алгоритмов ССИ на основе сжимающих преобразований общего вида, реализуемых на фрагментах изображений произвольной формы с использованием НС прямого распространения, проводится полномасштабное исследование их эффективности в условиях внешних негативных воздействий, а также сравнение с известными алгоритмами. Реализуемый подход к ССИ, на наш взгляд, обладает следующими достоинствами:

- возможностью создания алгоритмов с универсальной архитектурой, не зависящей от форматов контейнеров;
- обеспечением повышенной скрытности (визуальной и статистической) и устойчивости процедур ССИ за счёт близости нейросетевых алгоритмов анализа данных к статистически оптимальным;
- реализацией менее прозрачных процедур ССИ, воспроизведение которых сторонними лицами будет затруднено.

Принципиальной особенностью постановки задачи является использование при ССИ взаимного отображения со сжатием двух соседних областей изображения, имеющих произвольную форму, т.е. гетероассоциативного сжимающего преобразования (ГСП) как общего случая. Использование преобразования такого вида позволяет находить существенные взаимосвязи для различных областей изображений. Стандартный вариант, когда сжатие производится по отношению к одной области, – автоассоциативное сжимающее преобразование (АСП) является частным случаем предыдущего.

1. Метод ГСП и его применение для стеганографического скрытия информации

Теоретическое обоснование возможностей построения сжимающих преобразований с использованием искусственных НС для решения задач, связанных с представлением данных и нахождением взаимосвязей между фрагментами случайных полей и изображений, было представлено авторами в работе [14]. Одной из особенностей рассмотренного в [14] метода ГСП и реализуемых на его основе алгоритмов является инвариантность к конфигурации обрабатываемых фрагментов изображений, что может быть успешно использовано на практике при формировании стеганографических ключей. Показано, что применение аппарата НС для реализации ГСП предоставляет преимущества с точки зрения сокращения времени выполнения процедуры сжатия при наличии ранее обученных преобразователей.

Далее рассмотрим подробнее схему ССИ, основанную на использовании сжимающих преобразований общего вида, реализуемых на фрагментах контейнеров-изображений. Скрываемое сообщение (ЦВЗ) представляется в виде бинарной последовательности $b^{(p)} \in \{-1, +1\}$, $p = \overline{1, P}$. На маркируемом контейнере-изображении Z выделяются непересекающиеся области пикселей $\Omega^{(p)}$ с настраиваемой площадью и геометрической конфигурацией. В простейшем случае $\Omega^{(p)}$ представляют собой прямоугольные блоки пикселей с фиксированной шириной и высотой. В каждый такой блок реализуется встраивание одного бита из b .

При выполнении ГСП области $\Omega^{(p)}$ разбиваются на непересекающиеся подобласти – «входную» $z_1^{(p)}$ и «выходную» $z_2^{(p)}$, $z_1^{(p)} \cup z_2^{(p)} = \Omega^{(p)}$, $z_1^{(p)} \cap z_2^{(p)} = \emptyset$. Затем производится отображение данных входной час-

ти в данные выходной. При выполнении сжимающего преобразования автоассоциативного типа «входные» и «выходные» области совпадают $z_1^{(p)} = z_2^{(p)} = \Omega^{(p)}$ и в процессе сжатия происходит отображение данных на себя. В общем же случае области $z_1^{(p)}$, $z_2^{(p)}$ могут быть произвольной конфигурации. Для примера на рис. 1 представлены две конфигурации фрагментов полутонового изображения: области прямоугольной формы с размещением одной прямоугольной области внутри другой и решетки со случайным выбором ячеек внутри области прямоугольной формы. Серым цветом выделены пиксели входной части фрагмента $z_1^{(p)}$, белым цветом – пиксели выходной части $z_2^{(p)}$. Для цветных изображений конфигурация входной и выходной частей может быть также произвольной; при этом, например, входная часть может включать две цветовые компоненты фрагмента, которые отображаются на оставшуюся компоненту.



Рис. 1. Примеры выходной части фрагмента изображения прямоугольной (а) и случайной (б) конфигурации

В общем случае случайные векторы z_1 , z_2 связаны соотношением:

$$z_2 = \mu_{2/1} + V = H z_1 + V, \quad H = R_{z21} R_{z11}^{-1}, \quad (1)$$

$$M[V] = 0, \quad M[V V^T] = R_{z22} - R_{z21} R_{z11}^{-1} R_{z12},$$

где $\mu_{2/1}$ – имеет смысл оптимальной (в классе линейных) оценки z_2 относительно наблюдения z_1 ; V – стохастическая (маскирующая) составляющая, некоррелированная с $\mu_{2/1}$; $R_{z11} = M[z_1 z_1^T]$, $R_{z22} = M[z_2 z_2^T]$, $R_{z21} = M[z_2 z_1^T]$.

1.1. Встраивание данных

Предлагаемая схема стеганографического встраивания данных укрупнённо включает три этапа:

1. Подготовка контейнера для ССИ на основе «регулируемого сжатия» его фрагментов с формированием приближённой оценки «выходной части» $z_2^{(p)}$ по известным данным «входной части» $z_1^{(p)}$ со случайным или детерминированным выбором конфигурации областей локализации множеств пикселей $z_1^{(p)}$, $z_2^{(p)}$.
2. Формирование и выделение стохастической составляющей, маскирующей скрываемые данные.
3. Модификация «сжатых» фрагментов контейнера элементами встраиваемого сообщения и обратное добавление маскирующей составляющей.

При выполнении ССИ здесь используются две нейронные сети: НС-1 и НС-2, архитектура которых представлена на рис. 2а, б.

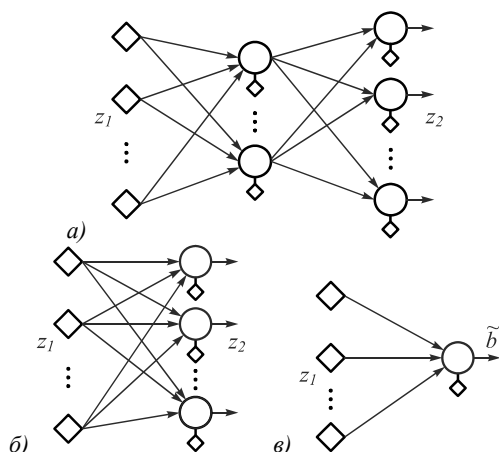


Рис. 2. Архитектуры нейронных сетей, используемых при реализации ГСП и встраивании данных (а, б), а также при извлечении ранее скрытых данных (в)

Здесь НС-1 (рис. 2а) выполняет сжимающее преобразование при количестве нейронов в скрытом слое $M < N_1$, $M < N_2$ (N_1 , N_2 – количество входов и выходов сети) и применяется на первом этапе работы алгоритма для подготовки фрагментов контейнера перед ССИ. Обучение сети проводится по реализациям векторов $\{z_1^{(p)}, z_2^{(p)}, p = \overline{1, P}\}$, описывающим входные и выходные части всех используемых фрагментов контейнера. При $z_1^{(p)} \neq z_2^{(p)}$ НС-1 является гетероассоциативной, а при $z_1^{(p)} = z_2^{(p)}$ – автоассоциативной [16]. В случае реализации ГСП на вход НС-1 подаются данные «входной части» фрагмента $z_1^{(p)}$, при этом на выходе формируется сжатая оценка данных «выходной части» фрагмента $z_2^{(p)}$

$$\eta_{2/1}^{(p)} = W^{(2)} W^{(1)} z_1^{(p)}, \quad (2)$$

где $W^{(1)}$, $W^{(2)}$ – матрицы весов первого и второго слоя НС-1. Оценки $\eta_{2/1}^{(p)}$ используются на последующих этапах работы алгоритма как элементы контейнера, в которые непосредственно и реализуется встраивание данных из b .

НС-2 (рис. 2б) применяется для формирования стохастической, маскирующей скрываемые данные составляющей. Обучение НС-2 также проводится по реализациям векторов $\{z_1^{(p)}, z_2^{(p)}, p = \overline{1, P}\}$. На выходе данной сети формируется реакция в виде квазиоптимальной оценки, соответствующей по структуре (см. (1)) оптимальной линейной оценке $\mu_{2/1}$ вектора z_2 относительно вектора z_1 :

$$v_{2/1}^{(p)} = W z_1^{(p)} = \tilde{R}_{z_{21}}^{-1} \tilde{R}_{z_{12}} z_1^{(p)}, \quad (3)$$

$$\tilde{R}_{z_{21}} = \frac{1}{P-1} \sum_{p=1}^P z_2^{(p)} z_1^{(p)} = \|r_{jn}^{(2,1)}\|,$$

$$\tilde{R}_{z_{11}} = \frac{1}{P-1} \sum_{p=1}^P z_1^{(p)} z_1^{(p)} = \|r_{in}^{(1,1)}\|,$$

где $\tilde{R}_{z_{21}}$, $\tilde{R}_{z_{11}}$ – выборочные матрицы ковариации случайных векторов, соответствующие матрицам

$R_{z_{11}}$, $R_{z_{21}}$, W – матрица весов НС-2. После этого для каждого фрагмента по аналогии с (1) можно выделить маскирующую, стохастическую составляющую прогноза как $V^{(p)} = z_2^{(p)} - v_{2/1}^{(p)}$.

С целью минимизации ошибки искажения контейнера при выполнении сжимающего преобразования далее (без ограничения общности) использовалась НС-1 при $M = N_2 - 1$, тогда $\eta_{2/1}^{(p)}$ будет отличаться от $v_{2/1}^{(p)}$ только отсутствием «высокочастотной» составляющей с дисперсией, соответствующей минимальному собственному числу выборочной матрицы ковариации $\tilde{R}_z = \tilde{R}_{z_{21}} \tilde{R}_{z_{11}}^{-1} \tilde{R}_{z_{12}}$ оценки $v_{2/1}^{(p)} = \tilde{R}_{z_{21}} \tilde{R}_{z_{11}}^{-1} z_1^{(p)}$ [14].

Встраивание битов сообщения реализуется путём добавления к $\eta_{2/1}^{(p)}$ высокочастотной составляющей с амплитудой, изменяемой значением $b^{(p)}$, и обратным добавлением маскирующей составляющей

$$\bar{z}_2^{(p)} = \eta_{2/1}^{(p)} + A_m b^{(p)} \phi_{N_2} + V^{(p)}, \quad (4)$$

$$\phi_{N_2} = r_{\min} / \sqrt{(r_{\min}^T r_{\min})}, \quad r_{\min} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P (\eta_{2/1}^{(p)} - v_{2/1}^{(p)}),$$

где A_m – задаваемая пользователем амплитуда встраиваемой последовательности. В (4) ϕ_{N_2} имеет смысл собственного вектора, соответствующего минимальному собственному значению матрицы выборочной матрицы $\tilde{R}_z$ [14].

В результате выполнения этих действий каждый заполненный фрагмент контейнера-изображения определяется вектором $\bar{z}^{(p)} = (z_1^{(p)T}, \bar{z}_2^{(p)T})^T$, т.е. состоит из нетронутой входной части и модифицированной выходной части. При этом заполненный контейнер в целом представляется совокупностью $\bar{Z} = \{\bar{z}^{(p)}, p = \overline{1, P}\}$.

Проведённый авторами в [14] анализ показал возможность построения ГСП как универсальных сжимающих преобразований спектрального типа с минимальным уровнем вносимых искажений на основе НС, архитектура которых представлена на рис. 2а, б. Установлено, что при выполнении ГСП каждый реально получаемый на выходе сети вектор квазиоптимальной оценки $v_{2/1}^{(p)}$, $p = \overline{1, P}$, может быть представлен в виде разложения по первым M собственным векторам ψ_i , $i = \overline{1, M}$, выборочной матрицы ковариации $\tilde{R}_z = \tilde{R}_{z_{21}} \tilde{R}_{z_{11}}^{-1} \tilde{R}_{z_{12}}$ такой оценки вектора z_2 относительно z_1 . Показана возможность построения ГСП двумя способами: либо путём обучения НС, имеющей представленную на рис. 2а архитектуру; либо путём расчёта весовых коэффициентов автоассоциативного преобразователя линейной оценки $v_{2/1}$ на основе решения задачи на собственные числа и собственные векторы для матрицы $\tilde{R}_z$.

Укрупнённая схема работы алгоритма встраивания данных с использованием обученных НС-1 и НС-2 приведена на рис. 3. На первом шаге алгоритма

встраивания задаётся стеганографический ключ K_1 . В общем случае его компонентами являются:

- параметры инициализации генераторов псевдослучайных числовых последовательностей (ПСЧП), определяющих структуру входных и выходных фрагментов в рамках каждого блока (псевдослучайный выбор пикселей $z_1^{(p)}, z_2^{(p)}$), а также порядок выбора блоков для модификации на всём изображении;
- параметры и значения весовых коэффициентов ранее обученных НС-1 и НС-2.

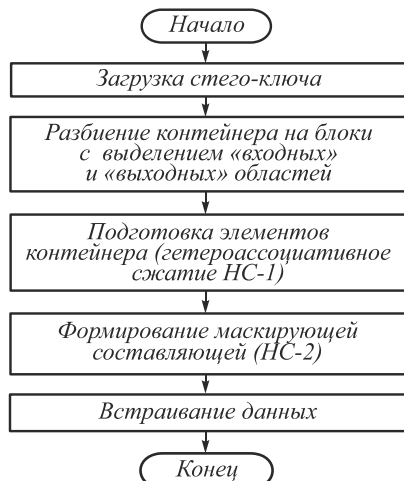


Рис. 3. Обобщённая схема работы алгоритма встраивания данных

Далее реализуется разбиение изображения-контейнера на фрагменты заданной конфигурации с выделением подмножеств «входных» и «выходных» элементов в каждом из них. В случае, если последующее использование маркированного контейнера не предполагает его серьёзных искажающих изменений, то более предпочтительным с точки зрения безопасности является вариант с псевдослучайным выбором координат пикселей «входных» и «выходных» элементов в рамках прямоугольных блоков небольшого размера. Отметим, что для эффективной работы алгоритма элементы $z_1^{(p)}$ и $z_2^{(p)}$ должны иметь ненулевую корреляционную зависимость, что исключает возможность наполнения $z_1^{(p)}$ и $z_2^{(p)}$ случайно выбираемыми по всему контейнеру пространственно разнесёнными пикселями.

Затем с использованием ранее обученных сетей НС-1 и НС-2 реализуется ГСП «выходных» фрагментов $z_2^{(p)}$ и формирование маскирующей встраиваемые данные составляющей, после чего реализуется (4) и элементы «заполненных» фрагментов $\bar{z}^{(p)}$ записываются на свои позиции в итоговом маркированном контейнере.

1.2. Извлечение данных

При восстановлении ранее скрытых данных решается задача классификации вектора модифицированной выходной части фрагмента контейнера $\bar{z}_2$ по его принадлежности к одному из классов H_1, H_2 . Каждый класс характеризуется различными векторами мате-

матического ожидания $H_1: m_+ = A_m \phi_{N_2}, H_2: m_+ = -A_m \phi_{N_2}$ и общей матрицей ковариации

$$R_\eta = W_{12} R_{z11} W_{12}^T + R_V,$$

$$R_V = M[VV^T] = R_{z22} + W R_{z11} W^T - W R_{z12} - R_{z12}^T W^T.$$

Для построения решающего правила используется однослойная сеть НС-3 (рис. 2б) с линейной или нелинейной функцией активации. На вход НС-3 подаются модифицированные в результате встраивания выходные части фрагментов $\bar{z}_2^{(p)}$. Сеть обучается для решения задачи классификации входного для неё вектора с целью выделения значения ранее скрытого во фрагменте бита сообщения $\tilde{b}^{(p)}, p = \overline{1, P} \parallel b^{(p)} - \tilde{b}^{(p)} \parallel \rightarrow \min$. Волнистая линия в обозначениях восстанавливаемой последовательности $\tilde{b}^{(p)}$ означает наличие возможных ошибок при классификации. Отметим, что вероятностный характер извлечения данных в значительной мере определяет варианты практического использования предложенной схемы ССИ, например, в приложениях для создания ЦВЗ.

Укрупнённая схема работы алгоритма извлечения ранее скрытых данных приведена на рис. 4.

Сначала выполняется загрузка стеганографического ключа K_2 , опционально включающего параметры инициализации генераторов ПСЧП, определяющих структуру входных и выходных фрагментов в рамках каждого блока, порядок выбора блоков на всём изображении, а также параметры и значения весовых коэффициентов ранее обученной НС-3. Далее с использованием K_2 реализуется прогонка множества выделенных «выходных» элементов $\bar{z}_2^{(p)}$ через НС-3 с формированием выходного бинарного вектора $\tilde{b}^{(p)}, p = \overline{1, P}$, на основе которого реализуется восстановление скрытых данных.



Рис. 4. Обобщённая схема работы алгоритма извлечения данных

2. Результаты экспериментальных исследований и их обсуждение

2.1. Анализ показателей искажения контейнера при встраивании ЦВЗ

Экспериментальный анализ алгоритма создания ЦВЗ проводился с использованием тестовых приме-

ров, формируемых на основе генерации реализаций однородных гауссовских случайных полей, а также реальных цветных изображений. В ходе анализа использовались показатели, определяющие степень искажения контейнера при встраивании ЦВЗ и связанные с визуальной заметностью вносимых искажений, а также вероятность ошибки классификации элементов двоичной последовательности P_{er} при извлечении ранее встроженных данных. При проведении экспериментов использовался комплекс программных средств, разработанных в среде MATLAB.

Оценка степени искажения контейнера при встраивании ЦВЗ изначально проводилась по двум показателям: средней квадратичной ошибке (СКО, MSE) и максимальной абсолютной ошибке (МАО, MAE) при сравнении исходного Z и заполненного контейнера $\bar{Z}$.

В ходе исследований выяснилось, что данные показатели не всегда позволяют связать свои значения с визуальной заметностью вносимых искажений. Например, при малых уровнях MSE на гладких изображениях искажения оказались более заметны визуально, чем на изображениях, имеющих фрагменты с малой пространственной корреляцией, при более высоких уровнях MSE. Поэтому для анализа качества заполненных контейнеров далее, чтобы не перегружать изложение, приводятся только оценки на основе MAE, определяющей уровень абсолютных искажений контейнера. Использование MSE по отношению к MAE качественно не изменяет ход полученных зависимостей и результаты сравнения алгоритмов.

Более объективный анализ уровня искажения контейнера, на наш взгляд, позволяет провести индекс структурного сходства (SSIM) Бовика [17]. Для полутоновых изображений в наших экспериментах он рассчитывался стандартным образом. Для цветных изображений он рассчитывался как среднее геометрическое показателей, полученных для каждой из трёх цветовых компонент RGB.

В ходе исследований проводились эксперименты с различными параметрами алгоритмов создания ЦВЗ. При создании ЦВЗ для полутоновых изображений, генерируемых как реализации гауссовских случайных полей $w(x, y)$, $x = 1,800$, $y = 1,800$ с различными функциями пространственной корреляции (в приведенных ниже примерах $R(x, x', y, y') = \sigma^2 e^{-a\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$), рассматривались три типовых варианта построения алгоритма встраивания: на основе ГСП с использованием фрагментов квадратной формы со сторонами 8×8 , выходной частью в виде прямоугольника со сторонами 5×6 и окружающей её входной частью ($N=64$, $N_1=34$, $N_2=30$); на основе ГСП с использованием фрагментов квадратной формы 8×8 , выходной частью в виде 30 случайным образом размещённых в пределах фрагмента пикселей и соответствующей входной частью случайной конфигурации – оставшимися пикселями ($N=64$, $N_1=34$, $N_2=30$); на основе АСП с использованием фрагментов квадратной формы 8×8 , в которых входная и выходная часть совпа-

дают и полностью заполняют фрагмент $N=N_1=N_2=64$. Для упрощения представления дальнейших результатов эти варианты будем обозначать соответственно $vm-1$, $vm-2$, $vm-3$.

При создании ЦВЗ для цветных реальных изображений (формат *.bmp) также рассматривались три типовых варианта построения алгоритма встраивания: на основе ГСП с использованием в каждой цветовой компоненте фрагментов прямоугольной формы со сторонами 4×6 , выходной частью в виде прямоугольника со сторонами 3×4 и окружающей её входной частью ($N=72$, $N_1=36$, $N_2=36$); на основе ГСП с использованием в каждой цветовой компоненте фрагментов 4×6 , выходной частью в виде 36 случайным образом размещённых в «пироге трёх цветов» пикселей и соответствующей входной частью случайной конфигурации ($N=72$, $N_1=36$, $N_2=36$); на основе АСП с использованием в каждой цветовой компоненте фрагментов прямоугольной формы 4×6 , в которых входная и выходная часть совпадают и полностью заполняют фрагмент $N=N_1=N_2=72$. При представлении дальнейших результатов эти варианты будут обозначены как $vc-1$, $vc-2$, $vc-3$.

Особое внимание уделялось анализу возможности использования нейросетевых преобразователей данных, которые обучались на одних изображениях для встраивания и извлечения ЦВЗ на других изображениях. Фактически это означает возможность использования алгоритма, адаптированного к определённому классу изображений, для применения по отношению к другим изображениям, т.е. контентную независимость алгоритма.

Далее приведены результаты, которые отражают типичный характер закономерностей, полученных в целом и для других случаев. На рис. 5 при использовании в качестве контейнеров полутоновых изображений, формируемых как реализации случайного поля (варианты $vm-1$, $vm-2$, $vm-3$), приведены зависимости для SSIM и P_{er} восстановления ЦВЗ от амплитуды встраиваемой последовательности A_m , задаваемой в единицах уровня $i/255$, $i = \overline{0, 255}$.

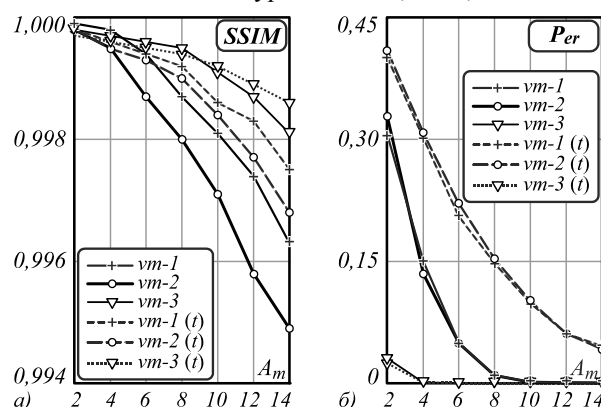


Рис. 5. Зависимости показателей качества ЦВЗ для полутоновых изображений (реализаций случайных полей)

Объём обучающей выборки для формирования НС $P_1=10000$, объём тестирующей выборки $P_2=10000$.

Здесь обучение и тестирование алгоритмов встраивания и извлечения ЦВЗ проводилось для гауссовских случайных полей с параметром функции корреляции $a_1=0,01$. Кроме этого, проводилось тестирование ранее обученных алгоритмов с использованием реализаций гауссовских случайных полей, генерируемых с параметром функции корреляции $a_2=0,05$ (кривые $vm-1(t)$, $vm-2(t)$, $vm-3(t)$). Это позволяет судить о степени «контентной независимости» обучаемых алгоритмов и оценки возможности их применения для создания ЦВЗ в других объектах.

Анализ зависимостей на рис. 5 показывает следующее. Значения показателя SSIM, естественно, лучше при использовании изображений с большим уровнем пространственной корреляции ($a_1=0,05$), чем у изображений с малой пространственной корреляцией ($a_1=0,01$). При этом величина MAE для вариантов с $a_1=0,05$ и $a_1=0,01$ примерно одинакова и варьируется от 1–2 при $A_m=2$ до 7–12 при $A_m=14$. При малой A_m использование АСП приводит к большим искажениям контейнера (MAE порядка 6) по сравнению с вариантами, основанными на использовании ГСП (MAE менее 5), однако уже для значений $A_m > 4$ наблюдается обратная картина – для АСП MAE составляет порядка 6–9, а для ГСП – MAE порядка 7–12. Вероятность ошибки P_{er} для вариантов с ГСП будет тем больше, чем больше пространственная корреляция изображений. Для АСП наличие отличной от теоретически нулевой вероятности ошибки при малых A_m объясняется шумом квантования. При задании других значений параметра функции корреляции ($a_1=0,05$ для обучающего изображения, $a_2=0,01$ для тестирующего изображения) все зависимости располагаются в обратном порядке.

На рис. 6а, б при использовании контейнеров в виде цветных изображений (варианты $vc-1$, $vc-2$, $vc-3$) приведены аналогичные зависимости для SSIM и P_{er} от амплитуды встраиваемой последовательности A_m .

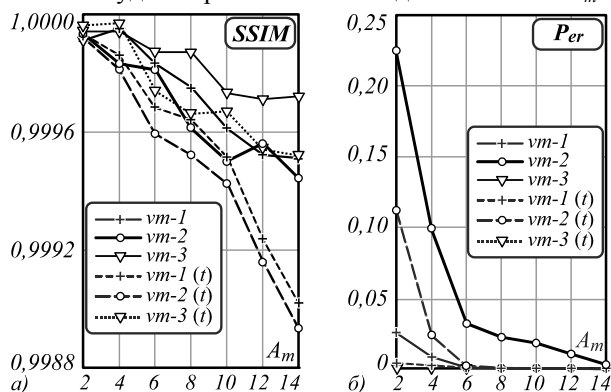


Рис. 6. Зависимости показателей качества ЦВЗ для цветных изображений

Здесь при обучении и тестировании алгоритмов использовалось изображение «lena.bmp», а при тестировании на ранее обученных алгоритмах – изображение «cars.bmp» (рис. 7а, б).

На рис. 8а, б в увеличенном масштабе приведены фрагменты исходного и заполненного контей-

нера ($vc-2$), а также разница между ними, умноженная на 100 (рис. 8в).

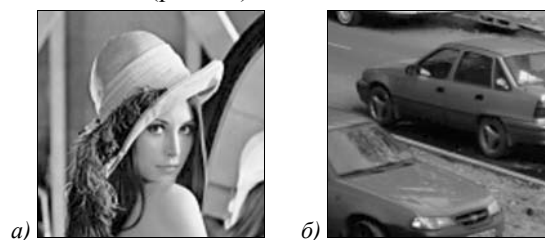


Рис. 7. Примеры изображений-контейнеров

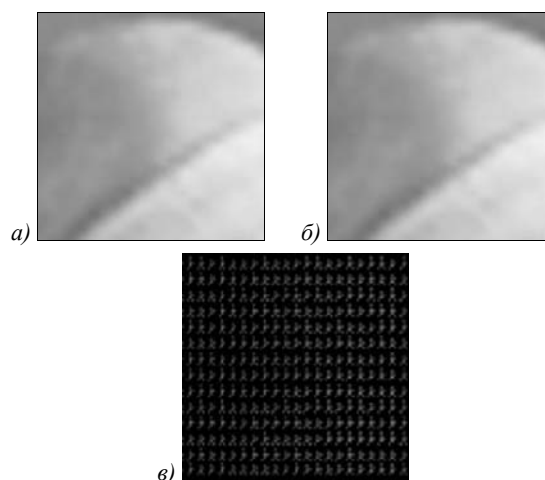


Рис. 8. Фрагменты исходного и заполненного контейнеров и разница между ними, умноженная на 100

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 6, показывает в целом близость полученных здесь закономерностей с закономерностями, полученными для реализаций случайных полей.

2.2. Исследование стойкости ЦВЗ по отношению к негативным воздействиям

Важным фактором, определяющим качество ЦВЗ, является стойкость в смысле сохранения скрытой в контейнерах информации по отношению к внешним негативным воздействиям (НВ) negative impact (NI) преднамеренного и непреднамеренного характера. Общий подход при выполнении подобных исследований состоял в воспроизведении всех этапов создания и восстановления ЦВЗ при введении определённых допущений относительно характера НВ и имеющейся у нарушителя априорной информации. Для различных типов НВ использован относительный уровень негативного воздействия $\varepsilon=1, 2, \dots, 9$, приведённый к диапазонам значений варьируемых параметров. В ходе экспериментов осуществлялся объективный и субъективный контроль уровня вносимых при НВ искажений, чтобы не допустить неприемлемой потери качества контейнера. Исследования проводились с использованием генерируемых реализаций случайных полей и реальных изображений. Следует отметить, что вопросы устойчивости алгоритмов создания ЦВЗ на основе искусственных нейронных сетей подобного типа были рассмотрены авторами ранее в работе [15] в существенно более ограниченном объёме.

В табл. 1 представлены типовые зависимости вероятности ошибки P_{er} от ε при извлечении элементов последовательности ЦВЗ в условиях различных НВ для вариантов алгоритма vc-1, vc-2, vc-3. Амплитуда встраиваемой последовательности $A_m = 8$.

Табл. 1. Вероятности ошибки при извлечении ЦВЗ после применения к маркированному контейнеру различных НВ

ε	Тип негативного воздействия					
	Адд. шум	Имп. шум	Unsharp mask	Low filter $k_h = 4$	JPEG $k_h = 8$	Подмена ЦВЗ
ГСП, vc-1, $A_m = 8$						
1	0,0071	0,0494	$<10^{-3}$	$<10^{-3}$	$<10^{-3}$	$<10^{-3}$
3	0,0421	0,1310	0,0085	0,0021	$<10^{-3}$	$<10^{-3}$
5	0,0688	0,2019	0,0221	0,0055	0,0086	0,0042
7	0,1083	0,2506	0,0379	0,0177	0,1221	0,0494
9	0,1396	0,2911	0,0492	0,1289	0,2716	0,4681
ГСП, vc-2, $A_m = 8$						
1	0,0084	0,0297	$<10^{-3}$	0,0013	0,0212	$<10^{-3}$
3	0,0483	0,0822	0,0084	0,0135	0,0305	$<10^{-3}$
5	0,0810	0,1376	0,0227	0,0247	0,1043	0,0057
7	0,1252	0,1771	0,0378	0,0420	0,3829	0,0226
9	0,1491	0,2157	0,0498	0,1061	0,4802	0,4205
АСП, vc-3, $A_m = 8$						
1	0,0087	0,0779	$<10^{-3}$	$<10^{-3}$	$<10^{-3}$	0,4772
3	0,0502	0,2008	0,0071	$<10^{-3}$	0,0027	0,4935
5	0,0907	0,2710	0,0166	$<10^{-3}$	0,1498	0,5107
7	0,1289	0,3284	0,0214	0,0012	0,4366	0,4930
9	0,1506	0,3688	0,0246	0,1406	0,4911	0,5023

Зависимости приведены для изображения «cars.bmp» и являются типичными. С использованием стандартных функций и упомянутых далее опций среды MATLAB реализованы следующие типовые НВ:

- аддитивный гауссовский шум с относительной от интенсивности $I(x, y)$ каждого пикселя локальной дисперсией $\sigma_n^2 = 0,00025 \times \varepsilon \times I$;
- импульсный шум, реализующий подавление пикселей исходного изображения с вероятностью $p_n = 0,005 \times \varepsilon$;
- фильтрация на основе скользящего фильтра с Unsharp Mask (повышение резкости) с параметром усиления резкости $Amount = 2 \times \varepsilon$;
- низкочастотная фильтрация (Low filter) на основе скользящего фильтра в виде гауссианы с размером маски $h_L = \varepsilon$;
- применение сжатия изображений на основе преобразования JPEG со стандартным коэффициентом потери качества $Quality\ q = 100 - 10 \cdot \varepsilon$;
- уничтожение или подмена ЦВЗ при известной структуре и параметрах алгоритма путём встраивания другого ЦВЗ с амплитудой $A'_m = \varepsilon$.

Анализ полученных в ходе исследований результатов показывает достаточно высокую степень стойкости алгоритмов по отношению к НВ в виде аддитивных и импульсных помех, а также при применении фильтров Unsharp Mask. Существенный уровень вероятности ошибки при извлечении ЦВЗ здесь достигался при таком уровне НВ, который приводил к

недопустимым искажениям контейнера, диагностируемым как на основе SSIM, так и визуально.

Для НВ, основанных на низкочастотном сглаживании с использованием масочных фильтров и JPEG-компрессии, уже при малых значениях ε , соответствующих размеру маски сглаживающего фильтра 3–5 пикселей и коэффициенту потери качества JPEG 80–90, происходит искажение ранее встроённых ЦВЗ.

Для противодействия подобным НВ была предложена следующая версия алгоритма. Она основана на переходе от модификации значений отдельных пикселей изображений при встраивании ЦВЗ к изменению средних значений групп рядом стоящих пикселей, образующих блоки размером $k_h \times k_h$ ($k_h = 2, \dots, 8$). При этом исходное изображение I разбивается на блоки $u_{ij}^{(r,g,b)}$, $i = \overline{1, I_x}$, $j = \overline{1, J_y}$ размером $k_h \times k_h$ пикселей, I_x, J_y – количество блоков, размещаемых по оси ОХ и по оси ОУ. Затем вычисляются матрицы средних значений блоков $U^{(r,g,b)} = \|\bar{u}_{ij}^{(r,g,b)}\|$. Далее по отношению к полученному таким образом изображению U выполняется стандартный алгоритм встраивания ЦВЗ на основе ГСП или АСП, а затем проводится соответствующая модификация средних значений яркости исходного изображения. Алгоритм извлечения ЦВЗ реализуется стандартным образом. Для обеспечения большей стойкости ЦВЗ по отношению к JPEG рекомендуется предварительно выполнить преобразование, переводящее исходное изображение из формата RGB в формат YCbCr. Следует отметить, что при таком способе создания ЦВЗ пропускная способность контейнера уменьшается в $k_h \times k_h$ раз.

Значения вероятности ошибок при реализации подобной схемы встраивания ЦВЗ выделены в табл. 1 жирным шрифтом. Здесь мы видим, что уже при $k_h = 4$ НВ в виде низкочастотного сглаживания фактически парируется. Для преобразования JPEG устойчивый эффект достигается для значений $k_h = 8$. При этом разрушение ЦВЗ происходит для таких уровней сжатия, которые соответствуют недопустимой степени потери качества исходного изображения.

В целом по представленным в табл. 1 зависимостям следует отметить более высокую стойкость алгоритмов с ГСП (варианты vc-1, vc-2) по отношению к типовым НВ по сравнению с алгоритмом, основанным на АСП (вариант vc-3).

Интересным представляется ещё одно свойство алгоритмов с ГСП: при их применении в рассматриваемой схеме внесения ЦВЗ произвести уничтожение или подмену ранее встроённой информации весьма затруднительно. Здесь возможны две ситуации.

В первой из них нарушитель знает только структуру алгоритма (т.е. фактически конфигурацию входной и выходной частей). Здесь при отсутствии у нарушителя точных значений элементов матричных операторов преобразования данных он может попытаться заново обучить нейронные преобразователи на контейнере с уже внедрённым в него ЦВЗ. Это в большинстве случаев не позволит уничтожить ЦВЗ,

так как ранее модифицированная высокочастотная составляющая меняет порядок своего расположения при выполнении сжимающего преобразования (в рассмотренных примерах уже при $A_m > 3$).

Во втором случае нарушительно известна не только структура, но и параметры преобразователей. И в этой ситуации уничтожить или подменить ЦВЗ затруднительно. Действительно, если для контейнера с ранее встроенным ЦВЗ абсолютно точно повторить всю последовательности преобразований (4) для любых вариантов алгоритма с ГСП, то при неизменной входной части значения оценок $\eta_{2/1}^{(p)}$, $\nu_{2/1}^{(p)}$, $p = \overline{1, P}$ очевидно сохраняются. При этом меняется только стохастическая составляющая прогноза, которая теперь будет содержать в себе разницу между модифицированной выходной частью и её оценкой $\tilde{\nu}^{(p)} = \bar{\nu}_2^{(p)} - \nu_{2/1}^{(p)}$, $p = \overline{1, P}$. При её обратном добавлении во фрагменты контейнера в соответствие с (4) возвращается исходная ситуация. Встроенная нарушителем новая двоичная последовательность может изменить ЦВЗ только в том случае, если её амплитуда заведомо превышает амплитуду исходной последовательности (последний столбец табл. 1). А это, в свою очередь, ведёт к искажению контейнера и повышает заметность внесения в него новых данных. При использовании АСП маскирующая составляющая V отсутствует и, соответственно, отсутствует возможность сохранения ранее встроенных данных. Поэтом в данном случае даже простое «зануление» высокочастотной составляющей приводит к удалению ЦВЗ (последний столбец табл. 1).

Следует также отметить, что для предлагаемого метода характерна также высокая скрытность по отношению к использованию сторонними лицами стеганографических ключей, используемых для извлечения данных. Использование неполной или частичной информации, особенно в алгоритмах со случайным размещением выходной части в компонентах цветного изображения, не позволяет обучить НС, способную восстановить ранее встроенный ЦВЗ.

2.3. Сравнение с известными алгоритмами встраивания ЦВЗ

Для оценки эффективности предлагаемых в статье алгоритмов проводилось их сравнение с известными алгоритмами встраивания ЦВЗ, реализующими стегоскрытие данных в пространственную и частотную область изображений. Были выбраны алгоритмы блочного типа, работающие в пространственном представлении контейнера – алгоритм Брундокса (*Bruyndonckx*) [7] и Ленгелаара (*Langelaar*) [8], алгоритм Каттера (*Kutter*) [18], использующий значения цветности в локальных областях контейнера для прогноза значений восстанавливаемых бит ЦВЗ, алгоритм Коха–Жао (*Koch–Zhao*) [19], реализующий ССИ в частотной области контейнера путём относительной замены величин коэффициентов дискретного косинусного преобразования (данный принцип является базовым для значительного числа алгоритмов ССИ в частотной

области), а также два относительно новых алгоритма на основе комбинации дискретного вейвлет (DWT), дискретного косинусного (DCT) преобразований и сингулярного разложения (SVD) DCT-DWT-SVD [20]. Выбор первых четырёх алгоритмов для сравнения с предлагаемыми вариантами был обусловлен сопоставимыми значениями стеганографической пропускной способности, а также широкой известностью и доступностью их реализаций. Алгоритмы на основе DCT-DWT-SVD выбирались для сравнения, поскольку они являются достаточно современными, робастными, высокопроизводительными стегоалгоритмами, реализующими принципы ССИ, широко применяемые во многих других алгоритмах создания ЦВЗ. Отметим, что по пропускной способности алгоритмы DCT-DWT-SVD превосходят описываемые в данной работе алгоритмы с ГСП. Однако для извлечения ЦВЗ эти алгоритмы требуют наличия исходного незаполненного контейнера, что является их недостатком по сравнению с предлагаемыми.

В алгоритмах Брундокса, Ленгелаара и Коха–Жао встраивание одного бита информации осуществлялось в блоки пикселей или спектральных коэффициентов размером 8×8 . В алгоритме Каттера энергия встраиваемого бита данных задавалась равной $\lambda = 0,05$, а размер области прогнозирования значений цветности пикселей при восстановлении информации (сторона «креста») $\tau = 3$. Порог разности между коэффициентами в алгоритме Коха–Жао $\delta = 25$. В зависимости от локализации выбираемых для модификации пар спектральных коэффициентов рассматривались два варианта алгоритма Коха–Жао – реализующие ССИ в среднечастотные (СЧ) или в низкочастотные (НЧ) коэффициенты. В алгоритмах DCT-DWT-SVD согласно [20] рассматривались две модификации. В первой (DCT-DWT-SVD-1) реализуется встраивание ЦВЗ путём модификации сингулярных значений матрицы, составленной из НЧ коэффициентов DCT в блоках 4×4 для низкочастотной составляющей двухуровневого DWT. Во второй (DCT-DWT-SVD-2) реализуется встраивание ЦВЗ за счёт модификации матрицы сингулярных значений разложения SVD, примененного к матрице коэффициентов DCT, вычисленных для низкочастотной составляющей двухуровневого DWT (не в блоках 4×4). Значение усиливающего коэффициента α , влияющего на качество создаваемых заполненных контейнеров и на степень робастности скрытых данных [20], в алгоритмах выбиралось равным 0,05.

Тестирование алгоритмов проводилось на выборке из 30 полноцветных изображений из наборов Kodak Lossless True Color Image Suite [21] и TESTIMAGES [22]. Разрешение тестовых изображений варьировалось от 300×300 до 1200×1200 пикселей. Анализ алгоритмов проводился в части оценки искажений заполненных контейнеров и достоверности восстановления ранее скрытых данных в отсутствие и при наличии НВ. В табл. 2 для каждого алгоритма приведены усреднённые для тестовой выборки значе-

ния SSIM и вероятности ошибок восстановления скрытой информации P_{er} . Представленные в третьем столбце таблицы значения MAE определялись как максимальные значения, полученные для каждого алгоритма по всем примерам тестовой выборки $MAE = \max(MAE_i), i = 1, 30$.

Табл. 2. Результаты сравнения предлагаемых алгоритмов создания ЦВЗ с известными

Алгоритм	SSIM	MAE	P_{er}
ГСП, vc-1, $A_m = 8$	0,999	6	0,012
ГСП, vc-2, $A_m = 8$	0,998	8	0,014
Bruyndonckx, 8×8	0,995	31	0,041
Langelaar, 8×8	0,989	38	0,034
Kutter, $\lambda = 0,05, v = 3$	0,996	13	0,062
Koch-Zhao, ЧЧ, 8×8	0,993	10	0,006
Koch-Zhao, НЧ, 8×8	0,991	13	$<10^{-3}$
DCT-DWT-SVD-1	0,992	8	$<10^{-3}$
DCT-DWT-SVD-2	0,956	32	$<10^{-3}$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что алгоритмы на основе ГСП в данной конфигурации обеспечивают минимальные искажения при ССИ по сравнению со всеми выбранными для сравнения алгоритмами. При этом усреднённые по тестовой выборке значения вероятности ошибок при восстановлении ЦВЗ в отсутствие НВ для предложенных алгоритмов vc-1 и vc-2 составляют порядка 0,014, что свидетельствует о надёжном восстановлении ЦВЗ. В выбранных для сравнения алгоритмах, работающих в пространственном представлении контейнера, P_{er} без НВ составила от 0,034 до 0,062. Наименьшая вероятность ошибки извлечения данных в отсутствие НВ была получена для алгоритма Коха-Жао, а также для вариантов алгоритма DCT-DWT-SVD (при больших искажениях контейнера по сравнению с ГСП).

В табл. 3, табл. 4 для сравниваемых алгоритмов приведены усреднённые вероятности ошибок восстановления скрытой информации в случае применения к маркированным контейнерам различных НВ. Алгоритмы на основе ГСП показали хорошую устойчивость встроенных ЦВЗ к зашумлению контейнеров аддитивным гауссовским шумом $P_{er} \approx 0,05$, что несколько лучше результата, полученного для алгоритмов Ленгелара, Коха-Жао и DCT-DWT-SVD-2, существенно превосходит результаты для алгоритмов Брундокса и Катера, но уступает алгоритму DCT-DWT-SVD-2.

При негативном воздействии на заполненные контейнеры в виде импульсного шума с плотностью $p_n = 0,01$ наиболее робастным также оказался алгоритм DCT-DWT-SVD-2. Для алгоритмов на основе ГСП vc-1, vc-2, алгоритмов Катера, Ленгелара и Коха-Жао вероятность ошибки восстановления примерно сопоставима, в то время как алгоритм Брундокса здесь показал вдвое больший процент ошибочно восстанавливаемых бит ЦВЗ.

При воздействии на заполненные контейнеры НВ на основе фильтра повышения резкости (Unsharp Mask) P_{er} , полученная для алгоритмов на основе ГСП,

оказывается сопоставима или меньше, чем во всех других анализируемых алгоритмах, кроме алгоритма DCT-DWT-SVD-2.

Табл. 3. Результаты сравнения предлагаемых алгоритмов создания ЦВЗ с известными

Алгоритм	P_{er} в условиях НВ		
	Amount = 6 ад. шум $\sigma_n^2 = 4 \cdot 10^{-4}$	Имп. шум $p_n = 0,01$	Unsharp Mask
ГСП, vc-1, $A_m = 8$	0,046	0,112	0,008
ГСП, vc-2, $A_m = 8$	0,053	0,081	0,007
Bruyndonckx, 8×8	0,138	0,224	0,086
Langelaar, 8×8	0,075	0,139	0,048
Kutter, $\lambda = 0,05, v = 3$	0,178	0,126	0,011
Koch-Zhao, ЧЧ, 8×8	0,081	0,155	0,008
Koch-Zhao, НЧ, 8×8	0,094	0,143	0,005
DCT-DWT-SVD-1	0,077	0,165	0,118
DCT-DWT-SVD-2	0,008	0,028	0,003

Табл. 4. Результаты сравнения предлагаемых алгоритмов создания ЦВЗ с известными

Алгоритм	P_{er} в условиях НВ		
	Low filter $h_L = 3$	JPEG, $q = 80$	JPEG, $q = 40$
ГСП, vc-1, $A_m = 8$	0,326 / 0,012	0,494 / 0,006	0,488 / 0,011
ГСП, vc-2, $A_m = 8$	0,332 / 0,023	0,492 / 0,016	0,497 / 0,039
Bruyndonckx, 8×8	0,388	0,192	0,305
Langelaar, 8×8	0,436	0,141	0,288
Kutter, $\lambda = 0,05, v = 3$	0,421	0,455	0,492
Koch-Zhao, ЧЧ, 8×8	0,227	0,016	0,511
Koch-Zhao, НЧ, 8×8	0,096	0,004	0,042
DCT-DWT-SVD-1	0,344	0,271	0,363
DCT-DWT-SVD-2	0,005	$<10^{-3}$	0,007

Применение низкочастотной фильтрации одинаково негативно отражается на результатах работы всех алгоритмов, работающих в пространственном представлении контейнера. Для маски размером $h_L \geq 3$ вероятности ошибок извлечения встроенной информации для всех алгоритмов превышают 0,3, то есть восстановления ЦВЗ с приемлемым уровнем достоверности не происходит. Наилучшая достоверность восстановления при данном типе НВ также была получена в алгоритме DCT-DWT-SVD-2.

При реализации JPEG-сжатия наиболее робастным также оказался алгоритм DCT-DWT-SVD-2. Предложенные алгоритмы на основе ГСП в этом случае не обеспечивают устойчивость встроенной информации. Однако в случае отсутствия жёстких требований по пропускной способности стегосистемы они также способны обеспечить высокую робастность встроенных меток к низкочастотной фильтрации и сжатию изображения при переходе от модификации значений отдельных пикселей к модификации средних значений пикселей в блоках заданного размера $k_h \times k_h$. Так, в табл. 3 жирным шрифтом приведены усреднённые значения вероятностей ошибок для Low filter и JPEG-преобразований, полученные для «блочных» вариан-

тов алгоритмов $vc-1$ и $vc-2$ на основе ГСП с $k_h=8$. В данном случае вероятности ошибочного восстановления битов ЦВЗ для маркированных контейнеров, подвергшихся низкочастотной фильтрации с размером окна $h_L=3$, не превышают 2,5%, а для контейнеров, подвергшихся сжатию с $q \geq 40$, – 4%.

Заключение

Предложенный метод создания ЦВЗ основан на использовании гетероассоциативных сжимающих преобразований на фрагментах контейнеров произвольной формы с применением аппарата искусственных нейронных сетей. Метод обеспечивает форматонезависимость и универсальность реализуемых на его основе алгоритмов, что позволяет по общей схеме применять их для ССИ в различных типах контейнеров (изображения, звук, видео).

Проведенные исследования позволяют отметить следующие положительные качества предложенных алгоритмов: низкий уровень искажения контейнера в сочетании с высокой степенью устойчивости ЦВЗ по отношению к шумовым негативным воздействиям различных типов или воздействиям в виде высокочастотной пространственной фильтрации; наличие маскирующих свойств ГСП, которые затрудняют повторную перезапись ЦВЗ или подбор «ключа» для восстановления ЦВЗ. Для предлагаемого класса алгоритмов характерна также возможность гибкого варьирования показателей уровня искажения контейнера, достоверности извлечения ЦВЗ и его стойкости, что позволяет их использовать для решения различных задач ССИ со своими специфическими требованиями.

Одновременно следует отметить низкую устойчивость создаваемых ЦВЗ по отношению к низкочастотному сглаживанию и JPEG-компрессии. Для преодоления подобных негативных воздействий предложена модификация алгоритма, основанная на изменении по той же универсальной схеме обработки информации средних значений групп пикселей фиксированного размера. Подобная модификация алгоритмов на основе ГСП показала значительную устойчивость к указанным видам негативных воздействий.

Предложенные алгоритмы на основе ГСП обеспечивают минимальные искажения контейнеров по сравнению со всеми выбранными для сравнения стегаалгоритмами. В блочной модификации алгоритмы на основе ГСП превосходят выбранные для сравнения алгоритмы (за исключением DCT-DWT-SVD-2) по устойчивости скрытых данных к НВ типа импульсного и аддитивного гауссовского шума, повышения резкости, низкочастотной фильтрации и JPEG-компрессии. Стоит отметить, что оказавшийся более робастным алгоритм DCT-DWT-SVD-2 является «неслепым», т.е. требует наличия исходного незаполненного контейнера для извлечения ЦВЗ, что существенно ограничивает его применимость в реальных приложениях.

На практике исследованные алгоритмы на основе ГСП с учётом своей специфики могут быть достаточно эффективно использованы для создания полухрупких

ЦВЗ и скрытного встраивания небольших объемов маркирующих данных в подвижные или статичные изображения высокого качества, обеспечивая минимальный уровень их визуальных искажений и сравнительно высокую достоверность восстановления.

Дальнейшее развитие предлагаемых алгоритмов может осуществляться в плане повышения их устойчивости на основе модификации по аналогичной схеме не только различных участков высокочастотных составляющих, но и среднечастотных составляющих, получаемых при выполнении гетероассоциативного преобразования фрагментов контейнера.

Литература

1. **Younes, M.A.B.** A new steganography approach for image encryption exchange by using the least significant bit insertion / M.A.B. Younes, A. Jantan // *International Journal of Computer Science and Network Security*. – 2008. – Vol. 8, Issue 6. – P. 247-254.
2. **Hadhoud, M.M.** Secure perceptual data hiding technique using information theory / M.M. Hadhoud, N.A. Ismail, W. Shawkey, A.Z. Mohammed // *International Conference on Electrical, Electronic and Computer Engineering (ICEEC '04)*. – 2004. – P. 249-253. – DOI: 10.1109/ICEEC.2004.1374433.
3. **Mandal, J.K.** Steganographic technique based on minimum deviation of fidelity / J.K. Mandal, M. Sengupta // *2011 Second International Conference on Emerging Applications of Information Technology*. – 2011. – P. 298-301. – DOI: 10.1109/EAIT.2011.24.
4. **Wu, H.-C.** Image steganographic scheme based on pixel-value differencing and LSB replacement methods / H.-C. Wu, N.-I. Wu, C.-S. Tsai // *IEEE Proceedings – Vision, Image and Signal Processing*. – 2005. – Vol. 152, Issue 5. – P. 611-615. – DOI: 10.1049/ip-vis:20059022.
5. **Kawaguchi, E.** Principle and applications of BPCS-steganography / E. Kawaguchi, R.O. Eason // *Proceedings of SPIE*. – 1998. – Vol. 3524. – P. 464-473. – DOI: 10.1117/12.337436.
6. **Maya, S.T.** Robust steganography using bit plane complexity segmentation / S.T. Maya, M.N. Miyatake, R.V. Medina // *1st International Conference on Electrical and Electronics Engineering*. – 2004. – P. 40-43. – DOI: 10.1109/ICEEE.2004.1433845.
7. **Darmstaedter, V.** Low cost spatial watermarking / V. Darmstaedter, J.-F. Delaigle, J.J. Quisquater, B. Macq // *Computers and Graphics*. – 1998. – Vol. 22, Issue 4. – P. 417-424. – DOI: 10.1016/S0097-8493(98)00031-4.
8. **Langelaar, G.C.** Robust labeling methods for copy protection of images / G.C. Langelaar, J.C.A. van der Lubbe, R.L. Lagendijk // *Proceedings of the SPIE*. – 1997. – Vol. 3022. – P. 298-309. – DOI: 10.1117/12.263418.
9. **Provos, N.** Hide and seek: An introduction to steganography / N. Provos, P. Honeyman // *IEEE Security and Privacy*. – 2003. – Vol. 1, Issue 3. – P. 32-44. – DOI: 10.1109/MSECP.2003.1203220.
10. **Westfeld, A.** F5-A steganographic algorithm: High capacity despite better steganalysis / A. Westfeld // *Proceedings of 4th International Workshop Information Hiding*. – 2001. – P. 289-302.
11. **Kavitha, V.** Neural based steganography / V. Kavitha, K.S. Easwarakumar. – In: *PRICAI 2004: Trends in Artificial Intelligence* / ed. by Ch. Zhang, H.W. Guesgen, W.K. Yeap. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. – P. 429-435.
12. **Chang, Ch.-Y.** Using counter-propagation neural network for robust digital audio watermarking in DWT domain / Ch.-Y. Chang, W.-Ch. Shen, H.-J. Wang // *2006 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. – 2006. – Vol. 2. – P. 1214-1219. – DOI: 10.1109/ICSMC.2006.384880.
13. **Sirota, A.A.** Neural network functional models and algorithms for information conversion in order to create digital watermarks

- / A.A. Sirota, M.A. Dryuchenko, E.Y. Mitrofanova // Radioelectronics and Communications Systems. – 2015. – Vol. 58, Issue 1. – P. 1-10. – DOI: 10.3103/S073527271501001X.
14. **Сирота, А.А.** Обобщённые алгоритмы сжатия изображений на фрагментах произвольной формы и их реализация с использованием искусственных нейронных сетей / А.А. Сирота, М.А. Дрюченко // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 5. – С. 751-761. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-5-751-761.
 15. **Сирота, А.А.** Анализ устойчивости алгоритмов создания цифровых водяных знаков с использованием универсальных сжимающих преобразований по отношению к негативным воздействиям различных видов / А.А. Сирота, Е.Ю. Митрофанова, М.А. Дрюченко // Вестник воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2015. – № 3. – С. 111-121.
 16. **Осовский, С.** Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский; пер. с польск. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с. – ISBN: 5-279-02567-4.
 17. **Wang, Z.** A universal image quality index / Z. Wang, A.C. Bovik // IEEE Signal Processing Letters. – 2002. – Vol. 9, Issue 3. – P. 81-84. – DOI: 10.1109/97.995823.
 18. **Kutter, M.** Digital signature of color images using amplitude modulation / M. Kutter, F.D. Jordan, F. Bossen // Proceedings of SPIE. – 1997. – Vol. 3022. – P. 518-526. – DOI: 10.1117/12.263442.
 19. **Koch, E.** Towards robust and hidden image copyright labeling / E. Koch, J. Zhao // Proceedings of 1995 IEEE Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing. – 1995. – P. 452-455.
 20. **Divecha, N.** Implementation and performance analysis of DCT-DWT-SVD based watermarking algorithms for Color images / N. Divecha, N.N. Jani // International Conference on Intelligent Systems and Signal Processing (ISSP). – 2013. – P. 204-208. – DOI: 10.1109/ISSP.2013.6526903.
 21. Kodak lossless true color image suite [Электронный ресурс]. – URL: <http://r0k.us/graphics/kodak/> (дата обращения 03.01.2018).
 22. Testimages. Free collection of digital images for testing [Электронный ресурс]. – URL: <https://testimages.org/> (дата обращения 03.01.2018).

Сведения об авторах

Сирота Александр Анатольевич, 1954 года рождения, в 1976 году окончил Воронежский государственный университет по специальности «Радиофизика и электроника». Доктор технических наук (1995 год), профессор, заведует кафедрой технологий обработки и защиты информации Воронежского государственного университета. Область научных интересов: синтез и анализ систем сбора и обработки информации, методы и технологии компьютерного моделирования информационных процессов и систем, системный анализ в сфере информационной безопасности, компьютерная обработка изображений, нейронные сети и нейросетевые технологии в системах принятия решений. E-mail: sir@cs.vsu.ru.

Дрюченко Михаил Анатольевич, 1985 года рождения, в 2007 году окончил Воронежский государственный университет по специальности «Прикладная математика и информатика». Доцент кафедры технологий обработки и защиты информации Воронежского государственного университета. Область научных интересов: компьютерная стеганография и стегоанализ, компьютерная обработка изображений, программирование. E-mail: m_dryuchenko@mail.ru.

Митрофанова Елена Юрьевна, 1987 года рождения, в 2009 году окончила Воронежский государственный университет по специальности «Прикладная математика и информатика». Доцент кафедры технологий обработки и защиты информации Воронежского государственного университета. Область научных интересов: алгоритмы и технологии создания цифровых водяных знаков, нейросетевые технологии обработки информации. E-mail: mitrofanova.e_yu@mail.ru.

ГРНТИ: 81.96.00, 28.23.37.

Поступила в редакцию 19 февраля 2018 г. Окончательный вариант – 8 мая 2018 г.

DIGITAL WATERMARKING METHOD BASED ON HETEROASSOCIATIVE IMAGE COMPRESSION AND ITS REALIZATION WITH ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

A.A. Sirota¹, M.A. Dryuchenko¹, E.Yu. Mitrofanova¹
¹ Voronezh State University, Voronezh, Russia

Abstract

In this paper, we present a digital watermarking method and associated algorithms that use a heteroassociative compressive transformation to embed a digital watermark bit sequence into blocks (fragments) of container images. A principal feature of the proposed method is the use of the heteroassociative compressing transformation – a mutual mapping with the compression of two neighboring image regions of an arbitrary shape. We also present the results of our experiments, namely the dependencies of quality indicators of thus created digital watermarks, which show the container distortion level, and the probability of digital watermark extraction error. In the final section, we analyze the performance of the proposed digital watermarking algorithms under various distortions and transformations aimed at destroying the hidden data, and compare these algorithms with the existing ones.

Keywords: data compression, image processing, neural networks, steganography, digital watermarks.

Citation: Sirota AA, Dryuchenko MA, Mitrofanova EYu. Digital watermarking method based on heteroassociative image compression and its realization with artificial neural networks. *Computer Optics* 2018; 42(3): 483-494. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-483-494.

References

- [1] Younes MAB, Jantan A. A new steganography approach for image encryption exchange by using the least significant bit insertion. *Inter J Comp Sci Network Security* 2008; 8(6): 247-254.
- [2] Hadhoud MM, Ismail NA, Shawkey W, Mohammed AZ. Secure perceptual data hiding technique using information theory. *ICEEC '04* 2004; 249-253. DOI: 10.1109/ICEEC.2004.1374433.
- [3] Mandal JK, Sengupta M. Steganographic technique based on minimum deviation of fidelity. 2011 Second International Conference on Emerging Applications of Information Technology 2011; 298-301. DOI: 10.1109/EAIT.2011.24.
- [4] Wu H-C, Wu N-I, Tsai C-S. Image Steganographic scheme based on pixel-value differencing and LSB replacement methods. *IEE Proceedings – Vision, Image and Signal Processing* 2005; 152(5): 611-615. DOI: 10.1049/ip-vis:20059022.
- [5] Kawaguchi E, Eason RO. Principle and applications of BPCS-Steganography. *Proc SPIE* 1998; 3524: 464-473. DOI: 10.1117/12.337436.
- [6] Maya ST, Miyatake MN, Medina RV. Robust steganography using bit plane complexity segmentation. 1st International Conference on Electrical and Electronics Engineering 2004; 40-43. DOI: 10.1109/ICEEE.2004.1433845.
- [7] Darmstaedter V, Delaigle J-F, Quisquater JJ, Macq B. Low cost spatial watermarking. *Computers and Graphics* 1998; 22(4): 417-424. DOI: 10.1016/S0097-8493(98)00031-4.
- [8] Langelaar GC, van der Lubbe JCA, Legendijk RL. Robust labeling methods for copy protection of images. *Proc SPIE* 1997; 3022: 298-309. DOI: 10.1117/12.263418.
- [9] Provos N, Honeyman P. Hide and seek: An introduction to steganography. *IEEE Security & Privacy* 2003; 1(3): 32-44. DOI: 10.1109/MSECP.2003.1203220.
- [10] Westfeld A. F5-A steganographic algorithm: High capacity despite better steganalysis. *Proceedings of 4th International Workshop Information Hiding* 2001; 289-302.
- [11] Kavitha V, Easwarakumar KS. Neural based steganography. In Book: Zhang Ch, Guesgen HW, Yeap WK, eds. *PRICAI 2004: Trends in Artificial Intelligence*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 2004: 429-435.
- [12] Chang Ch-Y, Shen W-Ch, Wang H-J. Using counter-propagation neural network for robust digital audio watermarking in DWT domain. 2006 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics 2006; 2: 1214-1219. DOI: 10.1109/ICSMC.2006.384880.
- [13] Sirota AA, Dryuchenko MA, Mitrofanova EY. Neural network functional models and algorithms for information conversion in order to create digital watermarks. *Radio-electronics and Communications Systems* 2015; 58(1): 1-10. DOI: 10.3103/S073527271501001X.
- [14] Sirota AA, Dryuchenko MA. Generalized image compression algorithms for arbitrarily-shaped fragments and their implementation using artificial neural networks. *Computer Optics* 2015; 39(5): 751-761. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-5-751-761.
- [15] Sirota AA, Mitrofanova EY, Dryuchenko MA. Analysis of the stability of the digital watermarking algorithms based on universal compression to the negative impact of various types [In Russian]. *Proceedings of Voronezh State University, Series: Systems Analysis and Information Technologies* 2015; 3: 111-121.
- [16] Osowski S. *Sieci neuronowe do przetwarzania informacji* [In Polish]. Warsaw, Poland: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej; 2000. ISBN: 978-83-7207-615-1.
- [17] Wang Z, Bovik AC. A universal image quality index. *IEEE Signal Processing Letters* 2002; 9(3): 81-84. DOI: 10.1109/97.995823.
- [18] Kutter M, Jordan FD, Bossen F. Digital signature of color images using amplitude modulation. *Proc SPIE* 1997; 3022: 518-526. DOI: 10.1117/12.263442.
- [19] Koch E, Zhao J. Towards robust and hidden image copyright labeling. *Proc IEEE Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing* 1995: 452-455.
- [20] Divecha N, Jani NN. Implementation and performance analysis of DCT-DWT-SVD based watermarking algorithms for Color images. *International Conference on Intelligent Systems and Signal Processing (ISSP)* 2013: 204-208. DOI: 10.1109/ISSP.2013.6526903.
- [21] Kodak lossless true color image suite. Source: <http://r0k.us/graphics/kodak/>.
- [22] Testimages. Free collection of digital images for testing. Source: <https://testimages.org/>.

Author's information

Alexander Anatolievich Sirota (1954) graduated from Voronezh State University in 1976 majoring in “Radiophysics and Electronics”. Professor, Doctor of Technical Sciences (since 1995). Currently head of Information Processing and Security Technologies chair at Voronezh State University. Research interests: analysis and design of information collection and processing systems, methods and techniques of information processes and systems computer modeling, system analysis in information security, digital image processing, neural networks and neural network technologies in decision-making systems. E-mail: sir@cs.vsu.ru.

Mikhail Anatolievich Dryuchenko (1985) graduated from Voronezh State University in 2007, majoring in Applied Mathematics and Informatics. Currently docent at the Information Processing and Security Technologies chair at Voronezh State University. Research interests: steganography and steganalysis, computer graphics processing, programming. E-mail: m_dryuchenko@mail.ru.

Elena Yurievna Mitrofanova (1987) graduated from Voronezh State University in 2009, majoring in Applied Mathematics and Informatics. Currently docent at the Information Processing and Security Technologies chair at Voronezh State University. Research interests: steganography and digital watermarking, neural networks and neural network technologies. E-mail: mitrofanova.e_yu@mail.ru.

Received February 19, 2018. The final version – May 08, 2018.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И АНАЛИЗ ДАННЫХ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ–ГАЛУА В РЕДУЦИРОВАННЫХ БИНАРНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

В.М. Чернов^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

В работе предлагается новый метод вычисления преобразований Фурье–Галуа (теоретико-числовых преобразований), являющихся модулярным аналогом дискретного преобразования Фурье. Ряд специфических проблем, связанных с вычислением преобразований в конечном поле, удаётся решить с помощью представления элементов этих полей в «экзотических» системах счисления, являющихся редукциями канонических систем счисления И. Катаи при отображении соответствующего кольца целых квадратичного поля в поле классов вычетов по простому модулю. Подробно исследуется случай бинарных редуцированных систем счисления. Доказывается, что такие системы счисления существуют для любого простого числа.

Ключевые слова: преобразования Фурье–Галуа, конечные поля, канонические и редуцированные системы счисления.

Цитирование: Чернов, В.М. Вычисление преобразований Фурье–Галуа в редуцированных бинарных системах счисления / В.М. Чернов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 495–500. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-495-500.

Введение

Основной объект исследования работы – преобразования Фурье–Галуа (синонимы: теоретико-числовые преобразования, ТЧП) [1, 2], являющиеся модулярной версией дискретного преобразования Фурье в конечном поле $(\text{mod } p)$:

$$\begin{aligned}\hat{x}(m) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\omega^{mn}, \\ \omega^N &\equiv 1 \pmod{p}, \\ x(n) &\in \mathbf{Z}, m = 0, 1, \dots, N-1.\end{aligned}\quad (1)$$

Считалось, что такие преобразования были введены в [3] в 1972, пока не было обнаружено, что такое преобразование было использовано Штрассеном и Шёнхаге в работе по умножению больших целых чисел [4] в 1966 году (заметим, что их приоритет иногда оспаривается также с упоминанием работ Фараджиева и Цыпкина 1965–1966 гг. См., например, [5]).

Преобразования (1) обладают рядом полезных свойств, главное из которых – отсутствие вычислительной погрешности, что, например, для задач, возникающих в криптографии, является принципиальным. Пик популярности исследований ТЧП приходился на 90-е годы, причём эти исследования не ограничивались только теоретическими. Наряду с ними проводились и аппаратные разработки [6].

Следует отметить, что, в отличие от традиционного «комплексного» дискретного преобразования Фурье (ДПФ), его модулярная версия (1) обладает рядом специфических недостатков, затрудняющих его вычисление:

- операции $(\text{mod } p)$ не являются «элементарными» компьютерными операциями;
- длина преобразования и простое число p связаны соотношением делимости $N|(p-1)$;

- зачастую делители числа $(p-1)$ таковы, что вычисление (1) исключает дополнительную алгоритмическую поддержку за счёт применения модулярных аналогов быстрых алгоритмов ДПФ.

В ряде случаев удаётся выбрать параметры преобразования (в частности, простое число p), при которых перечисленные выше вычислительные недостатки проявляются в минимальной степени.

Наиболее известны в этом контексте простые числа Ферма $p = 2^B + 1$, $B = 2^k$, простые числа Мерсенна $p = 2^k - 1$, по модулю которых в соответствующих конечных полях относительно просто реализуются арифметические операции при представлении элементов этих полей в бинарной арифметике со множеством цифр $\Lambda = \{0, 1\}$ [1, 2]. Менее известны простые числа Голомба [7] $p = 3 \cdot 2^k + 1$ и Люка $p = 5 \cdot 2^k + 1$, для которых также возможна не очень сложная реализация операций в бинарной системе счисления, и вообще для простых чисел $p = 2^n - 2^m + 1$ [5]. Естественно, что для этих чисел наиболее эффективная реализация в двоичной $\{0, 1\}$ -арифметике будет при $\omega \equiv 2 \pmod{p}$, когда умножения на степени ω сводятся к регистровым сдвигам.

Замечание. К сожалению, достаточно общие утверждения о мультипликативных порядках элементов $\omega \equiv 2 \pmod{p}$, то есть о возможных длинах преобразования (1), известны только в простейших случаях. В общем случае эта задача сводится к вычислительно сложной задаче дискретного логарифмирования.

Рассмотрение в преобразовании (1) вместо простых p составных модулей $\text{mod } m$ добавляет к отмеченным трудностям необходимость учёта возможных делителей нуля фактор-кольца $\mathbf{Z}/m\mathbf{Z}$. Эта проблема решается, как правило, с помощью распараллеливания вычислений по модулям, равным делителям числа m .

В работах [8–10] идея распараллеливания реализуется также в сочетании с представлением элементов кольца $\mathbf{Z}/m\mathbf{Z}$ в подходящей системе счисления.

Необходимые теоретические сведения и обозначения

Пусть $\mathbf{Z}(\sqrt{d})$ – кольцо целых квадратичных чисел поля $\mathbf{Q}(\sqrt{d})$, то есть чисел $z = a + b\sqrt{d}$; $a, b \in \mathbf{Q}$ с условиями:

$$\text{Norm}(z) = a^2 - b^2d \in \mathbf{Z}, \quad \text{Tr}(z) = 2a \in \mathbf{Z}.$$

Как известно [13],

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(\sqrt{d}) &= \{z = a + b\sqrt{d}\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \{z : a, b \in \mathbf{Z} \text{ при } d \not\equiv 1 \pmod{4}\}; \\ \{z : a, b \in \mathbf{Z}, a \equiv b \pmod{2} \text{ при } d \equiv 1 \pmod{4}\}. \end{array} \right. \end{aligned}$$

Согласно [14], элемент $\alpha \in \mathbf{Z}(\sqrt{d})$ называется *основанием канонической системы счисления* в $\mathbf{Z}(\sqrt{d})$, если любой элемент z этого кольца представим в виде

$$z = \sum_{k=0}^{k(z)} z_k \alpha^k, \quad z_k \in \Lambda. \quad (2)$$

Числа z_k , допуская некоторую методологическую вольность, будем называть *цифрами*, множество Λ – *цифровым алфавитом*, а пару (α, Λ) – *системой счисления* в кольце $\mathbf{Z}(\sqrt{d})$. Если

$$\Lambda = \{0, 1, \dots, |\text{Norm}(\alpha)| - 1\}, \quad (3)$$

то система счисления называется *канонической системой счисления*. Исчерпывающее описание канонических систем счисления для мнимых квадратичных полей получено в [13].

В работе [14] было предложено обобщение понятия канонической системы счисления: допускался цифровой алфавит Λ , являющийся конечным подмножеством множества $\mathbf{Z}(\sqrt{d})$. Такие системы счисления, следуя [14], будем называть *квазиканоническими системами счисления*.

Как легко следует из ограничений классификационных теорем работы [13], бинарные канонические системы счисления существуют только в кольцах

$$\mathbf{Z}(i), \mathbf{Z}(i\sqrt{2}), \mathbf{Z}(i\sqrt{7}). \quad (4)$$

В [14] показано, что в этих кольцах и только в них существуют и квазиканонические системы счисления. Определить цифры z_k разложения (2) можно с помощью рекуррентного процесса [15], [10], но для рассматриваемых колец $\mathbf{Z}(\sqrt{d})$ лучше воспользоваться алгоритмом деления по норме на элемент α [12]. Такой алгоритм реализуем лишь для пяти значений $d \leq 0$, а именно: $d = -1, -2, -3, -7, -11$, то есть и для рассматриваемых колец (4).

Пусть далее для данного простого p число d является квадратичным вычетом $(\text{mod } p)$ [17], то есть существуют решения сравнения

$$y^2 \equiv d \pmod{p}. \quad (5)$$

Пусть η – одно из решений сравнения (5), рассмотрим гомоморфизм

$$\varphi : z = a + b\sqrt{d} \mapsto a + \eta b \pmod{p}, \quad (6)$$

так как элемент в правой части (6) принадлежит конечному полю $\mathbf{F}_p$, то есть φ – отображение $\mathbf{Z}(\sqrt{d}) \rightarrow \mathbf{F}_p$.

Отображение φ *редукция* $(\text{mod } p)$, очевидным образом индуцирует преобразование представления (1) с новыми параметрами: цифрами $\varphi(z_k)$ и основанием $\varphi(\alpha) = g$. Такие представления будем называть *представлениями в редуцированных системах счисления*.

В настоящей работе рассматриваются только *бинарные редуцированные системы счисления* (то есть с двухэлементными цифровыми множествами Λ).

Свяжем с элементом кольца $\mathbf{F}_p$ его код – вектор цифр:

$$\xi = \xi_0 g^0 + \xi_1 g^1 + \xi_2 g^2 + \dots \leftrightarrow (\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots). \quad (7)$$

Операции над представлениями элементов (2) индуцируют соответствующие им правила преобразований кодов. Отметим, что при такой интерпретации цифры ξ_k при реализации операций играют не роль чисел, а являются исключительно «идентификаторами состояния соответствующего триггера».

Конечные поля, для которых существуют бинарные редуцированные системы счисления

Рассмотрим подробнее те из колец целых квадратичных чисел $\mathbf{Z}(\sqrt{d})$, для которых выполняются условия:

- число (d) является квадратичным вычетом $(\text{mod } p)$,
- в кольце $\mathbf{Z}(\sqrt{d})$ существуют бинарные квазиканонические системы счисления.

Кольца $\mathbf{Z}(\sqrt{d})$ с условием (b) немного: $\mathbf{Z}(i)$, $\mathbf{Z}(i\sqrt{2})$, $\mathbf{Z}(i\sqrt{7})$. Исследуем, при каких простых p каждое из перечисленных колец удовлетворяет условию (a).

Случай поля $\mathbf{Z}_p(i) \cong \mathbf{F}_p$. Как следует из работы [13] о канонических системах счисления в мнимых квадратичных полях и её обобщений [16] на «квазиканонические» системы счисления, в кольце целых элементов $\mathbf{Z}(i)$ существуют ровно 8 бинарных «квазиканонических» систем счисления, а именно системы счисления с основаниями $\alpha = \alpha^\pm = -1 \pm i$ и множествами Λ цифр

$$\{0, 1\}, \{0, i\}, \{0, -1\}, \{0, -i\}.$$

В табл. 1 указаны правила инверсии знака, переноса в старший разряд(ы) для четырех из восьми бинарных систем счисления.

Табл. 1. Арифметические операции в квазиканонических системах счисления кольца целых квадратичных $\mathbf{Z}(i)$

Система счисления $\{\alpha, \Lambda\}$	Преобразование выражений, возникающих при реализации арифметических операций
$\alpha = -1 + i$, $\Lambda = \{0, i\}$	$i^2 = i\alpha + i$, $-i = i\alpha^4 + i\alpha^3 + i\alpha^2 + i$, $2i = i\alpha^3 + i\alpha^2$
$\alpha = -1 + i$, $\Lambda = \{0, -1\}$	$(-1)^2 = 1 =$ $= (-1)\alpha^4 + (-1)\alpha^3 + (-1)\alpha^2 + (-1)$, $-2 = (-1)\alpha^3 + (-1)\alpha^2$
$\alpha = -1 + i$, $\Lambda = \{0, -i\}$	$(-i)^2 = -1 =$ $= (-i)\alpha^2 + (-i)\alpha + (-i)$, $i = (-i)\alpha^4 + (-i)\alpha^3 +$ $+ (-i)\alpha^2 + (-i)$, $2i = (-i)\alpha^3 + (-i)\alpha^2$
$\alpha = -1 + i$, $\Lambda = \{0, 1\}$	$1^2 = 1$, $-1 = 1 \cdot \alpha^4 + 1 \cdot \alpha^3 + 1 \cdot \alpha^2 + 1$, $2 = 1 \cdot \alpha^3 + 1 \cdot \alpha^2$

От редуцированного $(\text{mod } p)$ кольца $\mathbf{Z}_p(i)$ потребуем, чтобы элемент (-1) являлся квадратичным вычетом $(\text{mod } p)$. Хорошо известно (например, [17]), что это условие выполняется для всех простых чисел вида $p = 4k + 1$ (так называемых «пифагоровых простых»):

$$5, 13, 17, 29, 37, 41, 53, 61, 73, 89, 97, 101, 109, \dots,$$

то есть членов последовательности A00144 по классификации [18].

В этом случае «редуцированная» $(\text{mod } p)$ табл. 1 получается формальной заменой основания системы счисления и «цифр» на соответствующие элементы, а именно образы при каноническом отображении редукции $\mathbf{Z}(i) \rightarrow \mathbf{Z}_p(i)$ («приведение $(\text{mod } p)$ »).

Пример 1. Пусть $p = 13$, η – решение сравнения $\eta^2 \equiv -1 \equiv p - 1 (\text{mod } p)$.

В рассматриваемом случае указанное сравнение имеет два решения $\eta_+ \equiv 5$, $\eta_- \equiv 8 (\text{mod } 13)$.

Далее, при

$$\eta \equiv 5 (\text{mod } 13), \quad \Lambda = \{0, i\} = \{0, 5\},$$

$$\alpha = -1 + i \equiv -1 + 5 = 4 (\text{mod } 13).$$

соответствующие соотношения правого столбца табл. 1 примут вид:

$$\left. \begin{aligned} 5^2 &\equiv 5 \cdot 4^1 + 5 \cdot 4^0 \\ 8 &\equiv 5 \cdot 4^4 + 5 \cdot 4^3 + 5 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4^0 \\ 2 \cdot 5 &\equiv 5 \cdot 4^3 + 5 \cdot 4^2 \end{aligned} \right\} (\text{mod } 13). \quad (8)$$

Отметим, что в соотношениях (8) коэффициенты $5 \equiv i (\text{mod } 13)$ при реализации операций играют не роль чисел, а являются исключительно идентификаторами состояния соответствующего триггера.

Так как возможная длина N преобразования (1) связана с $(\text{mod } p)$ соотношением делимости $N | (p - 1)$, то для $p = 13$ возможные длины преобразований $N = 2, 3, 4, 6, 12$, причём элемент $\alpha \equiv 4$ имеет мультипликативный порядок, равный 12.

Заметим, что в отличие от классических систем счисления в кольце целых рациональных чисел $\mathbf{Z}$ один и тот же элемент кольца классов вычетов $(\text{mod } p)$ может иметь несколько (бинарных) представлений в системе счисления с основанием α .

Пример 2. Пусть

$$p = 5, i \equiv 2 (\text{mod } 5),$$

$$\alpha = -1 - i \equiv 2 (\text{mod } 5), \Lambda = \{0, 1\}.$$

Свяжем с элементом кольца $\mathbf{S}_p(i)$ его код – вектор цифр:

$$x = x_0\alpha^0 + x_1\alpha^1 + x_2\alpha^2 + \dots \leftrightarrow (x_0, x_1, x_2, \dots).$$

Тогда при выбранных выше параметрах имеем:

$$0 \leftrightarrow (0, 0, 0) \leftrightarrow (1, 0, 1),$$

$$1 \leftrightarrow (1, 0, 0) \leftrightarrow (0, 1, 1),$$

$$2 \leftrightarrow (0, 1, 0) \leftrightarrow (1, 1, 1),$$

$$3 \leftrightarrow (1, 1, 0),$$

$$4 \leftrightarrow (0, 0, 1).$$

Случай поля $\mathbf{Z}_p(i\sqrt{2}) \cong \mathbf{F}_p$. Как показано в работе

[14], в кольце целых квадратичных чисел $\mathbf{Z}(i\sqrt{2})$ существуют ровно четыре бинарные квазиканонические системы счисления: системы счисления с основаниями $\alpha = \pm i\sqrt{2}$ и множествами цифр $\Lambda^+ = \{0, 1\}$, $\Lambda^- = \{0, -1\}$.

Так как требуется, чтобы в редуцированном $(\text{mod } p)$ кольце элемент (-2) был квадратичным вычетом $(\text{mod } p)$, то, вычисляя символ Лежандра [17],

$$\left(\frac{-2}{p}\right) = \left(\frac{-1}{p}\right) \left(\frac{2}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2}} \cdot (-1)^{\frac{p^2-1}{8}},$$

нетрудно убедиться, правая часть последнего равенства равна $(+1)$ при всех простых p с условием

$$p^2 + 4p - 5 \equiv 0 (\text{mod } 16),$$

что, очевидно, выполняется для простых вида $p = 8k + 1$ или $p = 8k + 3$, $k \in \mathbf{Z}$, то есть для простых чисел – членов последовательности A004625 и членов последовательности A007520 по классификации энциклопедии [18].

Пример 3. Пусть $p = 11$, η – решение сравнения $\eta^2 \equiv -2 \equiv p - 2 (\text{mod } p)$.

В рассматриваемом случае указанное сравнение имеет два решения $\eta_+ \equiv 3$, $\eta_- \equiv 8 (\text{mod } 11)$.

Далее, при

$$\eta \equiv 3 (\text{mod } 11), \quad \Lambda = \{0, 1\},$$

$$\alpha = i\sqrt{2} \equiv 3 (\text{mod } 11)$$

соответствующие соотношения правого столбца табл. 2 примут вид:

$$\left. \begin{aligned} 10^2 &\equiv 1 \\ -1 &\equiv 10 \equiv 1 \cdot \alpha^2 + 1 \\ 2 &\equiv 1 \cdot \alpha^4 + 1 \cdot \alpha^2 \equiv 1 \cdot 81 + 1 \cdot 9 \end{aligned} \right\} (\bmod 11). \quad (9)$$

Табл. 2. Арифметические операции в квазиканонических системах счисления кольца целых квадратичных $\mathbf{Z}(i\sqrt{2})$

Система счисления $\{\alpha, \Lambda\}$	Преобразование выражений, возникающих при реализации арифметических операций
$\{i\sqrt{2}, \{0, 1\}\}$	$1^2 = 1,$ $-1 = 1 \cdot \alpha^2 + 1,$ $2 = 1 \cdot \alpha^4 + 1 \cdot \alpha^2$
$\{i\sqrt{2}, \{0, -1\}\}$	$(-1)^2 = 1,$ $1 = (-1) \cdot \alpha^2 + (-1),$ $2 = (-1) \cdot \alpha^2$

Случай поля $\mathbf{Z}_p(i\sqrt{7}) \cong \mathbf{F}_p$. Так как $(-7) \equiv 1 (\bmod 4)$, то

$$\mathbf{Z}(i\sqrt{7}) = \left\{ \frac{a + bi\sqrt{7}}{2}; a, b \in \mathbf{Z}; a \equiv b (\bmod 2) \right\}.$$

Тем не менее, для определения множества простых, для которых существуют редуцированные бинарные системы счисления, удовлетворяющие требованию (а), определим простые, для которых число (-7) является квадратичным вычетом $(\bmod p)$.

Вычисляя символ Лежандра с использованием квадратичного закона взаимности, имеем

$$\begin{aligned} \left(\frac{-7}{p} \right) &= \left(\frac{-1}{p} \right) \left(\frac{2}{p} \right) = (-1)^{p-1/2} \cdot \left(\frac{7}{p} \right) = \\ &= (-1)^{p-1/2} (-1)^{(7-1/2)(p-1/2)} \left(\frac{p}{7} \right) = \left(\frac{p}{7} \right). \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что квадратичными вычетами $(\bmod 7)$ являются элементы $1, 2, 4 (\bmod 7)$.

Таким образом, при $p \equiv 1, 2, 4 (\bmod 7)$ справедливо соотношение $\mathbf{Z}_p(i\sqrt{7}) \cong \mathbf{F}_p$ и в поле $\mathbf{F}_p$ существуют бинарные системы счисления – редукции $(\bmod p)$ квазиканонических систем счисления в $\mathbf{Z}(i\sqrt{7})$.

Табл. 3. Арифметические операции в квазиканонических системах счисления кольца целых квадратичных $\mathbf{Z}(i\sqrt{7})$

Система счисления $\{\alpha, \Lambda\}$	Преобразование выражений, возникающих при реализации арифметических операций
$\left\{ \frac{-1 \pm i\sqrt{7}}{2}, \{0, 1\} \right\}$	$1^2 = 1,$ $-1 = 1 \cdot \alpha^2 + 1 \cdot \alpha + 1$ $2 = 1 \cdot \alpha^3 + 1 \cdot \alpha$
$\left\{ \frac{-1 \pm i\sqrt{7}}{2}, \{0, -1\} \right\}$	$2 = (-1)\alpha^3 + (-1)\alpha,$ $1 = (-1)\alpha^2 + (-1)\alpha + (-1)$

Пример 4. Пусть $p = 11$, η – решение сравнения $\eta^2 \equiv -7 \equiv p - 7 (\bmod p)$.

В рассматриваемом случае указанное сравнение имеет два решения $\eta_+ \equiv 2$, $\eta_- \equiv 9 (\bmod 11)$. Далее, при

$$\eta \equiv 2 (\bmod 11), \Lambda = \{0, 1\}, 2^{-1} \equiv 6 (\bmod 11),$$

$$\alpha = 2^{-1}(-1 - i\sqrt{7}) \equiv 7 (\bmod 11),$$

соответствующие соотношения правого столбца табл. 3 примут вид:

$$\left. \begin{aligned} 2 &= 1 \cdot \alpha^3 + 1 \cdot \alpha \equiv 1 \cdot 6^3 + 1 \cdot 6 \\ -1 &= 1 \cdot \alpha^2 + 1 \cdot \alpha + 1 \equiv 1 \cdot 6^2 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 6^0 \end{aligned} \right\} (\bmod 11).$$

Таким образом, суммируя полученные результаты о полях $\mathbf{Z}_p(i\sqrt{d})$ при $d = 1, 2, 7$, получаем основное утверждение работы.

Утверждение. Для любого простого p существует по крайней мере одна из бинарных редуцированных систем счисления в $\mathbf{Z}_p$.

Заключение

Отметим, что сфера приложения рассматриваемого подхода, по мнению автора, не ограничивается приложениями к вычислению теоретико-числовых преобразований для их последующего использования в алгоритмах умножения больших целых чисел, при решении криптографических задач и т.п.

Действительно, реальные вычисления при численном решении любой прикладной задачи производятся не над полями действительных или комплексных чисел, а над некоторым множеством их рациональных аппроксимаций, причем происхождение обрабатываемых данных и возможности используемых вычислительных средств выделяют во множестве рациональных чисел конечное подмножество – некую «рабочую зону». После соответствующего масштабирования элементы этого множества можно считать целыми числами и, более того, вычетами по достаточно большому модулю [19].

Таким образом, рассмотренные «экзотические» системы счисления – бинарные редуцированные системы счисления в определенной мере представляют альтернативу традиционной «битовой» системе счисления.

Отметим также, что разработанная методика применима не только для построения бинарных редуцированных систем. Вопрос о целесообразности таких исследований с ориентацией на приложения зависит от характеристик существующих или перспективных вычислительных устройств.

По крайней мере, представляются интересными и реалистичными исследования тернарных редуцированных систем счисления, например, с «уравновешенным» цифровым алфавитом $\Lambda = \{-1, 0, 1\}$, или каких-либо иных с возможностью простых реализаций базовых арифметических операций.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №16-41-630676_p_a) и в рамках госзадания по теме № 0026-2018-0106.

Литература

1. **Нуссбаумер, Г.** Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления свёрток / Г. Нуссбаумер; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1985. – 248 с.
2. **Блейхут, Р.** Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов / Р. Блейхут; пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
3. **Rader, C.M.** Discrete convolution via Mersenne transforms / C.M. Rader // IEEE Transactions on Computers. – 1972. – Vol. C-21, Issue 12. – P. 1269-1273. – DOI: 10.1109/T-C.1972.223497.
4. **Schönhage, A.** Schnelle Multiplikation großer Zahlen / A. Schönhage, V. Strassen // Computing. – 1966. – Vol. 7, Issue 3-4. – P. 281-292. – DOI: 10.1007/BF02242355.
5. **Вариченко, Л.В.** Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов / Л.В. Вариченко, В.Г. Лабунец, М.А. Раков. – Киев: Наукова думка, 1986. – 247 с.
6. **Alfredson, L.-I.** VLSI architectures and arithmetic operations with application to the Fermat number transform / L.-I. Alfredson. – Linköping, Sweden: Linköping University, 1996. – 296 p. – ISBN: 91-7871-694-2.
7. **Golomb, S.W.** Properties of the sequence $3 \cdot 2^n + 1$ / S.W. Golomb // Mathematics of Computation. – 1976. – Vol. 30, Issue 135. – P. 657-663. – DOI: 10.1090/S0025-5718-1976-0404129-8.
8. **Chernov, V.M.** Fast algorithm for “error-free” convolution computation using Mersenne–Lucas codes / V.M. Chernov // Chaos, Solitons and Fractals. – 2006. – Vol. 29, Issue 2. – P. 372-380. – DOI: 10.1016/j.chaos.2005.08.081.
9. **Чернов, В.М.** Квазипараллельный алгоритм безошибочного вычисления свёртки в редуцированных кодах Мерсенна–Люка / В.М. Чернов // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 2. – С. 241-248. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-2-241-248.
10. **Чернов, В.М.** Арифметические методы синтеза быстрых алгоритмов дискретных ортогональных преобразований / В.М. Чернов. – М.: Физматлит, 2007. – 264 с. – ISBN: 5-9221-0940-6.
11. **Koblitz, N.** Algebraic aspects of cryptography / N. Koblitz. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1998. – 206 p. – ISBN: 978-3-540-63446-1.
12. **Боревич, З.И.** Теория чисел / З.И. Боревич, И.П. Шафаревич. – 3-е изд. – М.: Наука, 1985. – 504 с.
13. **Káta, I.** Canonical number systems in imaginary quadratic fields / I. Káta, B. Kovács // Acta Mathematica Hungarica. – 1981. – Vol. 37, Issues 1-3. – P. 159-164. – DOI: 10.1007/BF01904880.
14. **Богданов, П.С.** Классификация бинарных квазиканонических систем счисления в мнимых квадратичных полях / П.С. Богданов, В.М. Чернов // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 391-400.
15. **Thuswaldner, J.** Elementary properties of canonical number systems in quadratic fields / J. Thuswaldner. – In: Application of Fibonacci numbers / ed. by G.E. Bergum, A. N. Philippou, A.F. Horadam. – Dordrecht: Springer, 1998. – P. 405-414. – DOI: 10.1007/978-94-011-5020-0_45.
16. **Богданов, П.С.** О сходимости некоторых алгоритмов бинарной и тернарной машинной арифметики для вычислений в мнимых квадратичных полях / П.С. Богданов // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 2. – С. 249-254. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-2-249-254.
17. **Айерлэнд, К.** Классическое введение в современную теорию чисел / К. Айерлэнд, М. Роузен; пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 415 с.
18. The on-line encyclopedia of Integer Sequences® (OEIS®) [Электронный ресурс]. – URL: <https://oeis.org/> (дата обращения 10.04.2018 г.).
19. **Грегори, Р.** Безошибочные вычисления. Методы и приложения / Р. Грегори, Е. Кришнамурти; пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 207 с. – ISBN: 5-03-001145-5.

Сведения об авторе

Чернов Владимир Михайлович, 1949 года рождения, математик, доктор физико-математических наук. Главный научный сотрудник лаборатории математических методов обработки изображений Института систем обработки изображений РАН (филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН); профессор кафедры геоинформатики и информационной безопасности Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: алгебраические методы в цифровой обработке сигналов, криптография, машинная арифметика. E-mail: vche@smr.ru.

ГРПТИ: 27.41.41.

Поступило в редакцию 18 апреля 2018 г. Окончательный вариант – 28 мая 2018 г.

CALCULATION OF FOURIER-GALOIS TRANSFORMS IN REDUCED BINARY NUMBER SYSTEMS

V.M. Chernov^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia,

²Samara National Research University, Samara, Russia

Abstract

The paper proposes a new method for calculating Fourier-Galois transforms (number-theoretical transforms), which are a modular analog of the discrete Fourier transform. A number of specific problems related to the calculation of transforms in a finite field can be solved by representing the elements of these fields in “exotic” number systems, which are reductions of the canonical number systems proposed by I. Káta when mapping the corresponding ring of an integer quadratic field into a field of the prime residue classes modulo. The case of binary reduced number systems is studied in detail. It is proved that such number systems exist for any prime number.

Keywords: Fourier-Galois transforms, finite fields, canonical and reduced number systems.

Citation: Chernov VM. Calculation of Fourier-Galois transforms in reduced binary number systems. *Computer Optics* 2018; 42(3): 495-500. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-495-500.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research under grant No. 16-41-630676_p_a.

References

- [1] Nussbaumer HJ. Fast Fourier transform and convolution algorithms. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 1982. ISBN: 978-3-540-11825-1.
- [2] Blahut RE. Fast algorithms for digital signal processing. Boston, MA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.; 1985. ISBN: 978-0201101553.
- [3] Rader C.M. Discrete convolution via Mersenne transforms. *IEEE Trans Comp* 1972; C-21(12): 1269-1273. DOI: 10.1109/T-C.1972.223497.
- [4] Schönhage A, Strassen V. Schnelle Multiplikation großer Zahlen. *Computing* 1966; 7(3-4): 281-292. DOI: 10.1007/BF02242355.
- [5] Varichenko LV, Labunets VG, Rakov MA. Abstract algebraic systems and digital signal processing [In Russian]. Kiev, “Naukova dumka” Publisher; 1986.
- [6] Alfredson L-I. VLSI architectures and arithmetic operations with application to the Fermat number transform. Linköping, Sweden: Linköping University; 1996. ISBN: 91-7871-694-2.
- [7] Golomb SW. Properties of the sequence $3 \cdot 2^n + 1$. *Math Computing* 1976; 30(135): 657-663. DOI: 10.1090/S0025-5718-1976-0404129-8.
- [8] Chernov VM. Fast algorithm for “error-free” convolution computation using Mersenne–Lucas codes. *Chaos, Solitons and Fractals* 2006; 29(2): 372-380. DOI: 10.1016/j.chaos.2005.08.081.
- [9] Chernov VM. Quasiparallel algorithm for error-free convolution computation using reduced Mersenne–Lucas codes [In Russian]. *Computer Optics* 2015; 39(2): 241-248. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-2-241-248.
- [10] Chernov VM. Arithmetic methods of fast algorithm of discrete orthogonal transforms synthesis [In Russian]. Moscow: “Fizmatlit” Publisher; 2007. ISBN: 5-9221-0940-6.
- [11] Koblitz N. Algebraic aspects of cryptography. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 1998. ISBN: 978-3-540-63446-1.
- [12] Borevich ZI, Shafarevich IR. Number theory. New York, London: Academic Press Inc; 1966.
- [13] Kátai I, Kovács B. Canonical number systems in imaginary quadratic fields. *Acta Mathematica Hungarica* 1981; 37(1-3): 159-164. DOI: 10.1007/BF01904880.
- [14] Bogdanov PS, Chernov VM. Classification of binary quasicanonical number systems in imaginary quadratic fields [in Russian]. *Computer Optics* 2013; 37(3): 391-400.
- [15] Thuswardner J. Elementary properties of canonical number systems in quadratic fields. In Book: Bergum GE, Philippou AN, Horadam AF, eds. Application of Fibonacci numbers. Dordrecht: Springer; 1998: 405-414. DOI: 10.1007/978-94-011-5020-0_45.
- [16] Bogdanov PS. On convergence some algorithms of binary and ternary machine arithmetic for calculations in imaginary quadratic fields [In Russian]. *Computer Optics* 2015; 39(2): 249-254.
- [17] Ireland K, Rosen M. A classical introduction to modern number theory. New York: Springer-Verlag; 1982.
- [18] The on-line encyclopedia of Integer Sequences® (OEIS®). Source: <https://oeis.org/>.
- [19] Gregory RT, Krishnamurty EV. Methods and applications of error-free computation. New York: Springer; 1984. ISBN: 978-1-4612-9754-3.

Author's information

Vladimir Mikhailovich Chernov (b. 1949) is mathematician, Doctor of Physical and Mathematical Sciences. Chief researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS (Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS) and a professor of Geo-Information Science and Information Security department at Samara National Research University. Research interests are algebraic methods in digital signal processing, cryptography, computer arithmetic.

Received April 18, 2018. The final version – May 28, 2018.

УСЛОВНЫЕ МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ МЕРЫ СЛОЖНОСТИ И ИНФОРМАТИВНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

С.А. Брянский^{1,2}, Ю.В. Визильтер²

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва, Россия,

² Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем», Москва, Россия

Аннотация

Предложены новые условные меры сложности и информативности, а также взаимной информативности изображений. Предложенные оценки сложности и информативности отличаются от ранее известных тем, что зависят не только от площадей областей разбиения кадра, но и от их формы. Для этого мозаичные модели формы изображений, характерные для морфологии Пытьева, используются совместно с фигурными картами толщин, рассматривавшихся ранее лишь в рамках математической морфологии Серра. В статье исследованы математические свойства морфологических карт толщин и соответствующих им оценок морфологической сложности и информативности в зависимости от свойств используемых наборов структурирующих элементов. Приведены качественные примеры вычисления всех предложенных характеристик формы, а также численные результаты экспериментов по оценке и сравнению сложности форм на открытой базе изображений Kimia99.

Ключевые слова: математическая морфология, сложность форм, информативность форм.

Цитирование: Брянский, С.А. Условные морфологические меры сложности и информативности изображений / С.А. Брянский, Ю.В. Визильтер // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 501-509. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-501-509.

Введение

В морфологии Пытьева [1] понятие «морфологической сложности» мозаичной формы изображения традиционно вводится следующим образом.

Пусть изображение представляет собой непрерывно определенную двумерную функцию распределения яркости на кадре

$$f(x, y) : \Omega \rightarrow R, \Omega \subset R^2, \quad (1)$$

где Ω – область кадра ограниченного размера, R – множество действительных чисел, R^2 – плоскость кадра. Кадр будем считать прямоугольным, хотя в общем случае форма кадра может быть произвольной. Такие изображения являются элементами гильбертова пространства $L^2(\Omega)$ со скалярным произведением (f, g) , нормой $\|f\|$ и евклидовым расстоянием $d_E(f, g) = \|f - g\|$.

Пусть теперь мозаичное изображение представляет собой кусочно-постоянную функцию вида

$$f(x, y) = \sum_{i=1 \dots n} f_i \chi_{F_i}(x, y), \quad (2)$$

где n – число областей разбиения F кадра Ω на связанные непересекающиеся области постоянной яркости, $F = \{F_1, \dots, F_n\}$, $f = (f_1, \dots, f_n)$ – вектор действительных значений яркости, соответствующих каждой области разбиения; $\chi_{F_i}(x, y) \in \{0, 1\}$ – характеристическая функция i -й области яркости:

$$\chi_{F_i}(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in F_i, \\ 0, & (x, y) \notin F_i. \end{cases} \quad (3)$$

Множество изображений одной формы разбиения кадра F в таком случае образует выпуклое и замкнутое подпространство $F \subseteq L^2(\Omega)$:

$$F = \{f(x, y) = \sum_{i=1 \dots n} f_i \chi_{F_i}(x, y), f \in R^n\}. \quad (4)$$

В рамках данной работы мы будем говорить о пытьевских разбиениях кадра как о мозаичных формах. Легко убедиться, что пытьевские формы образуют алгебраическую структуру типа «решетка», в которой для любых двух форм F и G можно указать форму более сложную $F \wedge G$ и менее сложную $F \vee G$. Более сложные формы получаются из менее сложных разбиением, а менее сложные из более сложных – слиянием областей. Форма $F \wedge G$ содержит набор областей, образующихся попарным пересечением исходных форм F и G . Форма $F \vee G$ – это такая форма, которая является наиболее сложной среди всех форм, являющихся более простыми как по отношению к F , так и по отношению к G . При этом образуется множество монотонно вложенных друг в друга пытьевских форм (классов изображений), получаемых последовательным разбиением исходной формы (или, напротив, последовательным слиянием областей базовой формы).

Как видно, введенное таким образом отношение «более сложный по форме» (записывается $F \geq G \Leftrightarrow F = F \wedge G \Leftrightarrow F \supseteq G$) является отношением не полного, а частичного порядка – большинство форм являются несравнимыми по сложности. В связи с этим в работе [10] был предложен способ распространения морфологического отношения «более сложный по форме» на множество всех пытьевских форм, причем формируется не только бинарное отношение, но и мера сложности. Мерой сложности образа было предложено называть любую такую неотрицательную функцию от некоторого дескриптора формы образа, которая монотонно увеличивается при таких последовательных трансформациях образа, при

которых число его элементов увеличивается. В частности, ранее было показано, что для мозаичных форм изображений, описываемых разбиением F кадра Ω площади S на непересекающиеся связные области F_i с соответствующими площадями S_i , подобной мерой сложности является:

$$\begin{aligned}\mu_H(F) &= \sum_{i=1}^n p_i \cdot (1 - p_i) = \\ &= 1 - \sum_{i=1}^n p_i^2, \quad p_i = \frac{S_i}{S}, \quad i = 1 \dots n.\end{aligned}\quad (5)$$

Заметим, что количество информации по Шеннону (информативность)

$$I(F) = - \sum_i p_i \cdot \log p_i \quad (6)$$

также является мерой сложности мозаичной формы в указанном смысле.

Такое определение мер сложности и информативности полностью согласовано с морфологией Пытьева, однако не вполне согласовано с интуитивным представлением о сложности мозаичных форм, поскольку эти функции зависят лишь от площадей областей мозаичной формы, но не от формы областей, которая также может быть более или менее сложной. Рассмотрим простые примеры мозаичных форм на дискретном кадре размера 6×6 , показанные на рис. 1. Дискретные изображения будем рассматривать как частный случай непрерывных, таких, что каждому пикселу дискретного изображения соответствует квадратная область единичного размера на непрерывном изображении. Заметим, что интуитивно кажется, что форма A , содержащая 2 области равной площади, существенно проще не только по сравнению с формой B , содержащей больше областей меньшей площади, но и по сравнению с формой B , содержащей такое же количество областей той же площади, что и A (2 области площадью полкадра). При этом впечатление большей сложности формы B возникает, очевидно, не за счет изменения количества или различий в размерах (площади) областей, а за счет их сложной формы: визуально форма B , состоящая из узких полос, ближе по сложности к форме B , также состоящей из узких полос, чем к форме A , состоящей из широких полос. Этот простой пример показывает, что учет только распределения площадей областей разбиения недостаточен для оценки сложности мозаичной формы.

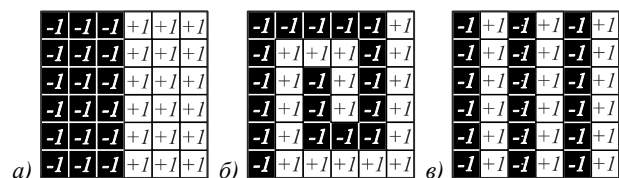


Рис. 1. Примеры мозаичных форм различной сложности: 2 области простой формы (а); 2 области сложной формы («спираль») (б); 6 простых областей, схожих с формой «спираль» (в)

Чтобы преодолеть этот недостаток, в данной работе предлагается объединить аппарат мозаичных моделей формы Пытьева с аппаратом карт толщин, ра-

нее рассматривавшийся лишь в рамках математических морфологий типа Серра [2]. Карты толщин ранее были рассмотрены, в частности, в работе [3], где они использовались в качестве вспомогательного инструмента для построения морфологических спектров, впервые предложенных Марагосом [4] и затем обобщенных в работе [5].

1. Условные меры сложности и информативности

Пусть задан некий набор структурирующих элементов (связных бинарных фигур, СЭ) B , упорядоченных по размеру (площади), которые называются множеством элементов покрытия. Тогда картой толщин бинарной фигуры H относительно B называется такая функция $\tau_{H,B}(x,y)$, которая каждой точке фигуры ставит в соответствие площадь максимального покрывающего ее элемента из B , целиком вписанного в фигуру H . Соответственно, картой толщин мозаичной формы $F = \{F_1 \dots F_n\}$ относительно B называется такая функция $\tau_{F,B}(x,y)$, которая каждой точке кадра (x,y) ставит в соответствие площадь максимального покрывающего ее элемента из B , целиком вписанного в ее область принадлежности:

$$\tau_{F,B}(x,y) = \tau_{F_i,B}(x,y) : (x,y) \in F_i.$$

Используя мозаичную модель формы, карту толщин можно описать как

$$\tau_{F,B}(x,y) = \sum_{i=1}^n \tau_{F_i,B}(x,y) \chi_{F_i}(x,y). \quad (7)$$

Введем понятие аморфных СЭ. Пусть аморфный СЭ с центром в некоторой точке кадра целиком заполняет связную область F_i мозаичной формы F , которой принадлежит эта точка (т.е. принимает форму и размер этой области F_i). Легко убедиться, что в случае, когда B представляет собой множество A аморфных СЭ, $\tau_{F,A}(x,y) = S_i$, если $(x,y) \in F_i$. Отсюда:

$$\begin{aligned}\iint_{\Omega} \tau_{F,A}(x,y) dx dy &= \sum_{i=1}^n S_i^2 = S^2 \cdot (1 - \mu_H(F)) \Rightarrow \\ \Rightarrow \mu_H(F) &= 1 - \text{mean}_{\Omega} \left(\frac{\tau_{F,A}(x,y)}{S} \right),\end{aligned}\quad (8)$$

$$\text{mean}_{\Omega}(f(x,y)) = \frac{\iint_{\Omega} f(x,y) dx dy}{\iint_{\Omega} 1 dx dy},$$

т.е. введенная ранее мера сложности $\mu_H(F)$ может интерпретироваться как средняя нормированная площадь максимальной покрывающей фигуры из множества A аморфных СЭ. Обобщая эту идею, условной морфологической сложностью $\mu_{H,B}(F)$ мозаичной формы F относительно заданного набора структурирующих элементов B , предлагается называть функцию

$$\mu_{H,B}(F) = 1 - \text{mean}_{\Omega} \left(\frac{\tau_{F,B}(x,y)}{S} \right). \quad (9)$$

Для того, чтобы качественно оценить свойства введенной функции морфологической сложности, рассмотрим формы с рис. 1. Соответствующие им

прямоугольные карты толщин (здесь B – множество всех прямоугольников) показаны на рис. 2. Как видно, карта прямоугольных толщин для формы B оказалась строго меньше не только карты толщин для формы A , но и даже карты толщин для формы B , а значит, $\mu_{H,B}(B) > \mu_{H,B}(B) > \mu_{H,B}(A)$. Интуитивно это понятно – в форме B есть не только вертикальные, но и горизонтальные области, а также углы, отрезки разной длины, т.е. она разнообразнее, а значит, сложнее. Таким образом, мы убедились, что на качественном уровне введенное понятие морфологической сложности форм вполне соответствует интуитивным представлениям человека.

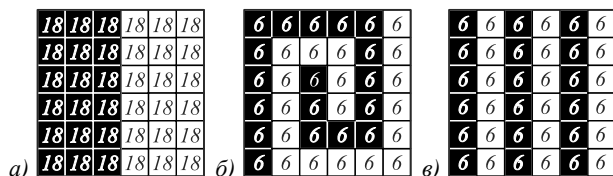


Рис. 2. Карты толщин, соответствующие формам с рис. 1

Важным частным случаем такой условной меры сложности является случай, когда $B=D$ – множество дисковых структурирующих элементов произвольного размера. В этом случае мера сложности мозаичной формы будет инвариантна к повороту и масштабированию изображения. Кроме того, такая карта толщин, а значит, и мера сложности может быть быстро вычислена при помощи непрерывного скелета [3]. В других случаях могут применяться другие наборы СЭ, например, эллиптические, прямоугольные и т.п. При этом будут получаться различные меры условной сложности, характеризующие не только распределение размеров, но и распределение локальных форм мозаичных областей.

Аналогично легко заметить, что:

$$I(F) = - \sum_i p_i \cdot \log p_i = \left(-\frac{1}{S} \right) \iint_{\Omega} \log \left(\frac{\tau_{F,A}(x,y)}{S} \right) dx dy. \quad (10)$$

Откуда

$$I_A(F) = - \text{mean}_{\Omega} \left(\log \left(\frac{\tau_{F,A}(x,y)}{S} \right) \right). \quad (11)$$

Соответственно, условной морфологической информативностью $I_B(F)$ мозаичной формы F относительно заданного набора структурирующих элементов B предлагается называть минус средний логарифм нормированной площади максимального покрывающего СЭ из данного множества:

$$I_B(F) = - \text{mean}_{\Omega} \left(\log \left(\frac{\tau_{F,B}(x,y)}{S} \right) \right). \quad (12)$$

Такая условная информативность характеризует распределение информации не только по размерам, но и по формам локальных областей мозаичной формы.

Необходимо отметить, что предложенные обобщения мер сложности и информативности будут являться полностью корректными лишь в тех случаях, когда они удовлетворяют введенному ранее условию: они должны монотонно увеличиваться при таких последовательных трансформациях образа, при которых число его элементов увеличивается. Для мозаичных форм это означает, что при любом разбиении любой области мозаичной формы на две подобласти введенные функции $\mu_{H,B}(F)$ и $I_B(F)$ должны увеличиваться (отсюда автоматически следует, что при любом слиянии двух соседних областей формы в одну эти функции должны уменьшаться). В исходных выражениях (т.е. при $B=A$, для множества аморфных СЭ) выполнение этого условия очевидно, т.к. при разбиении любой области мозаичного покрытия на две части средний размер области строго уменьшается. Однако обобщенные выражения монотонно зависят от, вообще говоря, произвольной функции $\tau_{F,B}(x,y)$, и, следовательно, их свойства зависят от свойств данной функции, а именно: функции $\mu_{H,B}(F)$ и $I_B(F)$ увеличиваются, если $\tau_{F,B}(x,y)$ убывает, и убывают, если $\tau_{F,B}(x,y)$ возрастает. В связи с этим исследуем поведение карты толщин при разбиении областей мозаичной формы.

Докажем сначала более слабое свойство.

Утверждение 1. При любом заданном множестве структурирующих элементов B , карта толщин мозаичной формы F не возрастает при разбиении областей формы: $F \geq G \Rightarrow \tau_{F,B}(x,y) \leq \tau_{G,B}(x,y)$.

Доказательство. Фиксируем некоторую точку (x,y) и рассмотрим множества всех покрывающих ее элементов из B , целиком вписанных в ее область принадлежности в формах F и G соответственно. Поскольку область принадлежности любой точки в более сложной (по Пытьеву) форме F всегда целиком принадлежит области принадлежности в менее сложной форме G , то, соответственно, и множество вписанных СЭ такой области из F целиком принадлежит множеству вписанных СЭ содержащей ее области из G . Отсюда следует, что ни одного нового вписанного СЭ, покрывающего рассматриваемую точку в F по сравнению с G , появиться не может. А, значит, при переходе от G к F максимальный размер покрывающего СЭ в данной точке не может увеличиться, поскольку в F не появится новый максимальный покрывающий вписанный СЭ, больший, чем в G . Поскольку такое рассуждение справедливо для всех точек карты толщин, можно заключить, что при любых последовательных разбиениях мозаичной формы значения карты толщин монотонно не возрастают.

Отсюда следует, что справедливо следующее утверждение:

Следствие 1. При любом заданном множестве структурирующих элементов B , функции $\mu_{H,B}(F)$ и $I_B(F)$ не убывают при разбиении областей мозаичной формы: $F \geq G \Rightarrow \mu_{H,B}(F) \geq \mu_{H,B}(G), I_B(F) \geq I_B(G)$.

Однако для точного соответствия ранее введенным определениям этого недостаточно. Необходимо,

чтобы эти функции строго возрастали при разбиениях областей формы, а для этого необходимо, чтобы и карты толщин удовлетворяли следующему более сильному свойству – они должны строго убывать при разбиениях кадра:

$$\begin{aligned} (F > G : F \geq G, F \neq G) &\Rightarrow \\ \Rightarrow \tau_{F,B}(x, y) < \tau_{G,B}(x, y) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \forall(x, y) : \tau_{F,B}(x, y) \leq \tau_{G,B}(x, y); & \\ \exists(x, y) : \tau_{F,B}(x, y) < \tau_{G,B}(x, y). & \end{aligned} \quad (13)$$

К сожалению, для СЭ произвольной формы это условие не выполняется. Рис. 1 демонстрирует пример разбиения фигуры (области) прямоугольной формы, при котором размер максимального покрывающего элемента квадратной формы остается неизменным. Как показано на рис. 3 сверху, можно указать такие точки исходной области (фигуры), для которых разрез пересекает максимальные покрывающие СЭ. Однако, как показано на рис. 3 ниже, при этом все равно можно найти другие покрывающие СЭ того же размера, что и прежний максимальный СЭ, не затронутые разрезом. Нижний рисунок на рис. 3 показывает, что в данном случае вся карта толщин после разреза останется неизменной, поскольку вновь образовавшиеся области можно целиком покрыть объединением оставшихся прежних максимальных СЭ, не затронутых разрезом (не пересекающихся с линией разреза).

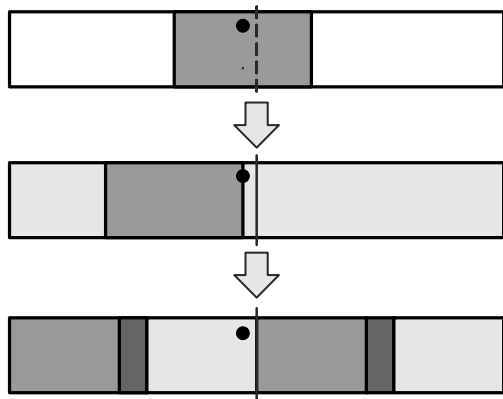


Рис. 3. Пример разбиения фигуры (области) прямоугольной формы, при котором размер максимального покрывающего элемента квадратной формы остается неизменным во всех точках кадра

Однако, как показано на рис. 4, в случае строго выпуклых, в частности, дисковых СЭ, ситуация меняется (строго выпуклые фигуры – это такие выпуклые фигуры, границы которых не содержат прямолинейных отрезков). Теперь можно указать точки, в которых после разреза более не существует ни одного покрывающего СЭ прежнего размера. На рис. 4 снизу темным показано объединение всех исходных максимальных СЭ, не затронутых разрезом – в этих точках значение карты толщин после разреза не меняется. Во всех остальных точках (помечены белым цветом) значение карты толщин после разреза строго уменьшается, т.е. вся карта толщин как единая функция на

кадре в данном примере строго убывает вследствие произведенного разреза.

Естественно, одного примера и общего качественного рассуждения недостаточно для доказательства желательного свойства дисковой карты толщин. Ниже приведено строгое доказательство этого утверждения.

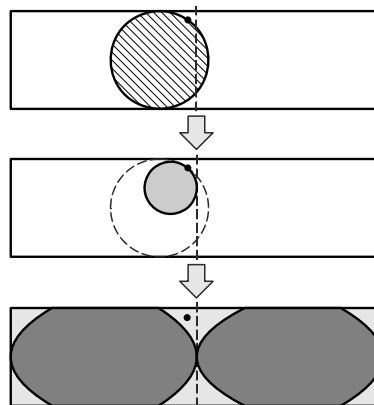


Рис. 4. Пример разбиения фигуры (области) прямоугольной формы, при котором размер максимального покрывающего элемента дисковой формы уменьшается (во всех точках, помеченных светлой областью на нижнем рисунке)

Утверждение 2. При использовании множества структурирующих элементов D дисковой формы дисковая карта толщин мозаичной формы F убывает при разбиении областей формы:

$$\begin{aligned} (F > G : F \geq G, F \neq G) &\Rightarrow \\ \Rightarrow \tau_{F,D}(x, y) < \tau_{G,D}(x, y) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \forall(x, y) : \tau_{F,D}(x, y) \leq \tau_{G,D}(x, y); & \\ \exists(x, y) : \tau_{F,D}(x, y) < \tau_{G,D}(x, y). & \end{aligned} \quad (14)$$

Доказательство. Первая часть данного утверждения непосредственно следует из Утверждения 1:

$$\begin{aligned} F > G &\Rightarrow F \geq G \Rightarrow \\ \Rightarrow \forall(x, y) : \tau_{F,D}(x, y) \leq \tau_{G,D}(x, y). & \end{aligned} \quad (15)$$

Для доказательства второй части утверждения необходимо показать, что существует хотя бы одна точка фигуры (области), в которой после разреза значение карты толщин уменьшится. Рассмотрим максимальный покрывающий диск, касающийся границы фигуры в некоторой точке контура P (рис. 3). Для любой невырожденной точки контура, где существует касательная к контуру, существует единственный максимальный вписанный круг, покрывающий данную точку контура. Это связано с тем, что множество всех вписанных дисков, покрывающих данную точку, представляет собой множество дисков, касающихся контура в данной точке, т.е. имеющих радиус, исходящий из этой точки и перпендикулярный касательной к контуру в этой точке. Назовем это семейство дисков касательными дисками для точки P . Все они упорядочены по размеру, и не существует двух касательных дисков одинакового размера. Максимальный из этих дисков касается границы фигуры как минимум еще в одной точке. Это единственный макси-

мальный покрывающий диск для данной точки, поскольку все остальные касательные диски для этой точки меньше его по размеру.

Предположим, что произведен разрез фигуры, разделяющий ее на части и при этом разрезающий (пересекающий) максимальный касательный диск для точки P . В этом случае такой диск больше не может быть максимальным касательным диском для P , т.к. он не вписывается целиком в уменьшившуюся часть области (фигуры), содержащую P . Новым максимальным касательным диском для P станет такой касательный диск, который целиком содержится в новой области принадлежности точки P и при этом касается также линии разреза. Поскольку исключенный (разрезанный) диск был максимальным, а все остальные касательные диски были меньшего размера, то после разреза значение карты толщин в точке P уменьшится (рис. 5).

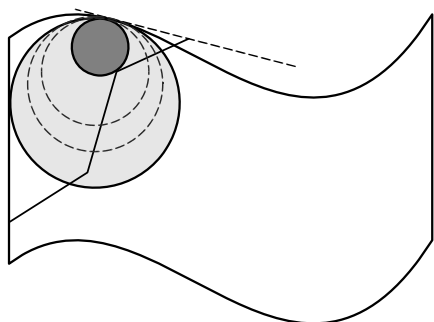


Рис. 5. Максимальный покрывающий диск (заливка), касающийся границы фигуры в заданной точке; касательная к контуру фигуры в данной точке; семейство покрывающих дисков, касающихся границы фигуры в заданной точке (пунктирные окружности); линия разреза фигуры, пересекающая максимальный покрывающий диск; новый (меньший) максимальный покрывающий диск, касающийся границы фигуры в данной точке, а также касающийся линии разреза (темная заливка)

Но всегда ли можно утверждать, что при любом разрезе фигуры любой произвольной формы на ее контуре обнаружится такая точка P , максимальный касательный диск которой окажется разрезан? Да, это можно утверждать, поскольку существует конструктивный способ отыскать такую точку. Идея этого способа показана на рис. 6. Как известно, дисковым скелетом двумерной фигуры называется множество центров всех максимальных вписанных дисков. Доказано, что такой скелет всегда представляет собой плоский планарный граф, и существуют эффективные алгоритмы построения таких скелетов, в частности, для полигональных фигур произвольной формы [6]. После разреза скелет изменится. Теперь он будет состоять из объединения скелетов двух получившихся после разреза фигур. При этом часть прежних максимальных вписанных дисков в любом случае окажется разрезан, а их центры будут исключены из совокупного скелета разрезанной фигуры. Таким образом, достаточно построить дисковые скелеты фигуры (области) до и после разреза, а затем определить, какие точки скелета оказались из него исключены – так мы узнаем, какие мак-

симальные вписанные диски перестали быть таковыми. Выберем любую такую исключенную точку исходного скелета и определим точки касания соответствующего максимального диска на контуре исходной фигуры. Это и есть искомая точка, в которой карта толщин после разреза строго уменьшается.

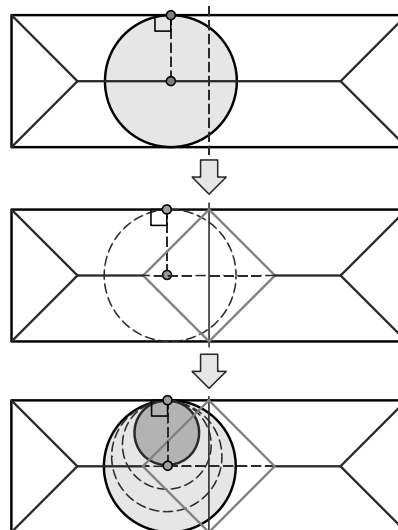


Рис. 6. Исходный дисковый скелет; измененный скелет после разреза; точка на удаленной после разреза части исходного скелета; проекция этой точки на контур исходной фигуры; семейство касательных дисков к точке-проекции; новый (уменьшенный) максимальный касательный диск

Таким образом, Утверждение 2 можно считать полностью доказанным.

Следствие 2. При использовании множества структурирующих элементов D дисковой формы функции $\mu_{H,D}(F)$ и $I_D(F)$ возрастают при разбиении областей мозаичной формы:

$$F > G \Rightarrow \mu_{H,D}(F) > \mu_{H,D}(G), \quad I_D(F) > I_D(G).$$

На самом деле изложенное выше доказательство справедливо не только для дисковых, но и для любых строго выпуклых СЭ, для которых существуют касательные семейства вписанных СЭ и скелеты обладают схожими свойствами (обобщенным скелетом двумерной фигуры по множеству СЭ заданной формы называется множество центров всех максимальных вписанных СЭ этой формы). Выпуклые СЭ многоугольной формы не являются строго выпуклыми, т.к. допускают наличие нескольких различных максимальных вписанных касательных СЭ в точке контура фигуры. Именно этим объясняется сохранение неизменной карты толщин квадратных СЭ при разрезе прямоугольника (рис. 1). Однако на практике любой полигональный СЭ легко преобразуется в близкий по форме строго выпуклый СЭ путем замены всех линейных отрезков контура дугами окружностей малой положительной кривизны с теми же конечными точками. Поэтому в дальнейшем мы будем считать, что B является семейством (набором) строго выпуклых СЭ. Для таких наборов СЭ предложенные обобщения мер сложности и информативности полностью корректны.

2. Эксперименты с условными мерами сложности и информативности

Для проведения численных экспериментов с предложенными мерами сложности и информативности были использованы карты толщин на основе дискового структурирующего элемента. Были рассчитаны условные меры сложности и информативности для бинарных объектов, входящих в базу изображений Kimia99 [11].

База Kimia99. Размеры изображения – 275×275 пикселей. Объекты крупные, занимают не менее 50% изображения, располагаются в центре изображения. Изображения бинарные, то есть состоят из двух областей, которые условно можно назвать объектом и фоном. Мера сложности изображения представляет собой набор мер сложности для каждой из областей изображения. Следовательно, каждому изображению базы ставится в соответствие двумерный вектор признаков («вектор информативности»), включающий условную меру сложности (информативности) области объекта и области фона (в дальнейшем просто «объекта» и «фона»).

Условные меры сложности

График распределения условных мер сложности по классам набора изображений приведён на рис. 7.

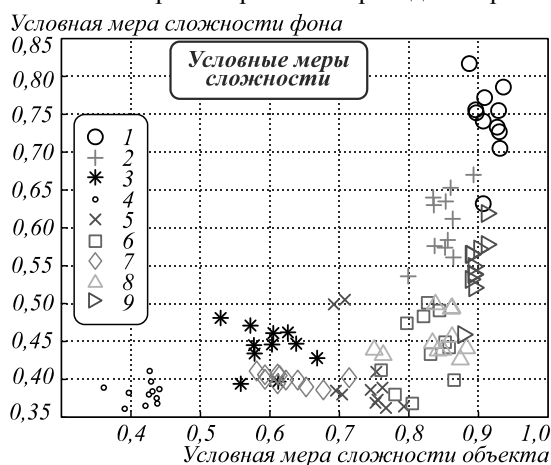


Рис. 7. Распределение условных мер сложности изображений базы Kimia99 по классам. По горизонтальной оси отложена условная мера сложности объекта, а по вертикальной – фона

На рис. 7 видно, что объекты одного класса имеют схожие показатели мер сложности как для объекта, так и для фона. Отклонения объектов класса от центра класса в данном двумерном пространстве признаков представлены в табл. 1.

В табл. 2 более подробно представлены изображения двух классов из этой базы, расположенных по мере увеличения их сложности. Для каждого класса в таблице приведены изображение и длина собственного вектора данного изображения.

Как видно из приведенных выше таблиц и рис. 7, мера сложности объекта растет в связи с увеличением детализации объекта и уменьшается с уменьшением детализации соответственно. Также видно, что объекты

класса «Животные», имеющие одинаковый биологический вид, обладают и близкими мерами сложности.

Табл. 1. Примеры отклонений объектов от центра класса

Эталонное изображение		1-е отклонение		2-е отклонение	
	0,929 0,81		0,897 0,818		0,931 0,832
	0,856 0,845		0,799 0,864		0,86 0,869
	0,603 0,865		0,529 0,864		0,668 0,852
	0,426 0,841		0,361 0,84		0,441 0,841
	0,753 0,871		0,695 0,871		0,793 0,872
	0,827 0,882		0,76 0,88		0,858 0,901
	0,611 0,862		0,581 0,864		0,714 0,861
	0,849 0,89		0,75 0,884		0,883 0,912
	0,893 0,895		0,878 0,876		0,912 0,904

Табл. 2. Примеры изображений объектов двух классов, отсортированных по мере увеличения их меры сложности

8-й класс «Животные»		6-й класс «Самолёт»	
	1,16		1,163
	1,17		1,179
	1,21		1,189
	1,22		1,194
	1,22		1,203
	1,23		1,209
	1,23		1,224
	1,24		1,226
	1,24		1,236
	1,26		1,244
	1,27		1,244

Аналогично мерам сложности приведены график и таблицы с результатами для мер информативности. График распределения условных мер сложности по классам набора изображений приведён на рис. 8.

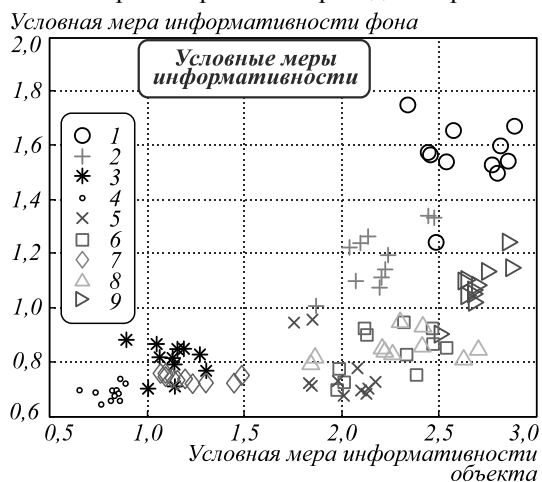


Рис. 8. Распределение условных мер информативности изображений базы Kitia99 по классам. По горизонтальной оси отложена условная мера информативности объекта, а по вертикальной — фона

Условные меры информативности

В табл. 3 приведены изображения двух классов из этой базы, расположенных по мере увеличения их информативности.

Табл. 3. Примеры условных мер информативности объектов

Наибольшая информативность		Наименьшая информативность	
	2,335 1,978		2,889 1,955
	1,869 2,109		2,475 2,227
	0,891 2,042		1,271 2,119
	0,65 1,936		0,864 1,955
	1,757 2,178		2,174 2,19
	1,988 2,233		2,54 2,438
	1,091 2,037		1,486 2,056
	1,845 2,232		2,701 2,535
	2,501 2,236		2,87 2,442

В табл. 4 приведены примеры изображений с наибольшими и наименьшими показателями условной меры информативности. В качестве показателя условной меры считалась длина условного вектора,

проведённого из начала координат в точку пространства, характеризуемую координатами — составляющими вектора информативности.

Табл. 4. Примеры изображений объектов двух классов, отсортированных по мере увеличения их меры сложности

6-й класс «Самолёт»		8-й класс «Животные»	
	2,990		2,896
	3,022		2,938
	3,053		3,156
	3,084		3,185
	3,106		3,221
	3,267		3,248
	3,347		3,305
	3,367		3,360
	3,415		3,363
	3,443		3,626
	3,521		3,704

Как видно из приведенных выше таблиц и рис. 8, мера информативности объекта растет в связи с увеличением детализации объекта и уменьшается с уменьшением детализации соответственно. В отличие от меры сложности самолёты, хвост которых перекрыт прямоугольником, в большинстве случаев имеют меньшую информативность, чем их непокрытые изображения. Также видно, что объекты класса «Животные», имеющие одинаковый биологический вид, обладают и близкими мерами информативности.

По рис. 8 можно определить, что объекты одного класса, то есть имеющие схожую форму, могут иметь разные меры информативности, и объекты разной формы могут иметь схожие значения информативности.

Также на меру информативности влияет искривление деталей на объекте, повышение детализации объекта или же, наоборот, отсутствие каких-нибудь частей объекта. Как видно из табл. 2, именно такие объекты обладают наибольшими и наименьшими показателями информативности в своём классе.

Заключение

В данной статье были введены понятия условной морфологической сложности и условной морфологи-

ческой информативности определяемых относительно заданных наборов структурирующих элементов некоторой формы и вычисляемых с использованием соответствующих морфологических карт толщин. Исследованы математические свойства морфологических карт толщин и соответствующих им оценок морфологической сложности и информативности в зависимости от свойств используемых наборов структурирующих элементов.

Проведенные на открытой базе изображений Kimia99 эксперименты подтвердили, что предложенные оценки морфологической информативности действительно характеризуют степень детализации объекта: чем выше детализация, тем больше значение информативности. Как правило, изображения объектов одного типа имеют схожие показатели сложности и информативности. При этом, естественно, объекты различной формы могут иметь схожие показатели – мера информативности не является дескриптором формы, а лишь оценкой ее сложности.

Благодарности

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 16-11-00082).

Литература

1. **Пытьев, Ю.П.** Методы морфологического анализа изображений / Ю.П. Пытьев, А.И. Чуликов. – М.: Физматлит, 2010. – 336 с. – ISBN: 978-5-9221-1225-3.
2. **Serra, J.P.** Image analysis and mathematical morphology / J.P. Serra. – Orlando, USA: Academic Press Inc, 1982. – 610 с. – ISBN: 978-0-12637240-3.
3. **Сидякин, С.В.** Разработка алгоритмов построения морфологических спектров для анализа цифровых изображений и видеопоследовательностей : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.17 / Сидякин Сергей Владимирович. – М., 2013. – 163 с.
4. **Maragos, P.** Pattern spectrum, multiscale shape representation / P. Maragos // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1989 – Vol. 11, Issue 7. – P. 701-716. – DOI: 10.1109/34.192465.
5. **Визильтер, Ю.В.** Параметрические и морфологические спектры / Ю.В. Визильтер, С.В. Сидякин // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 1. – С. 109-118. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-1-109-118.
6. **Местецкий, Л.М.** Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, циркуляры. – М.: Физматлит, 2009. – 288 с. – ISBN: 978-5-9221-1050-1.
7. **Ломов, Н.А.** Площадь дискового покрытия – дескриптор формы изображения / Н.А. Ломов, Л.М. Местецкий // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 4. – С. 516-525. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-4-516-525.
8. **Chochia, P.A.** Comparison of two-dimensional variations in the context of the digital image complexity assessment / P.A. Chochia, O.P. Milukova // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2015. – Vol. 60, Issue 12. – P. 1432-1440. – DOI: 10.1134/S1064226915120049.
9. **Yu, H.** Image complexity and spatial information / H. Yu, S. Winkler // 2013 Fifth International Workshop on Quality of Multimedia Experience (QoMEX). – 2013. – P. 12-17. – DOI: 10.1109/QoMEX.2013.6603194.
10. **Vizilter, Yu.V.** Shape-based image matching using heat kernels and diffusion maps / Yu.V. Vizilter, V.S. Gorbatshevich, A.Yu. Rubis, S.Yu. Zeltov // International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. – 2014. – Vol. XL-3. – P. 357-364. – DOI: 10.5194/isprsarchives-XL-3-357-2014.
11. Binary image dataset Kimia99 [Электронный ресурс]. – URL: <https://github.com/mmssouza/kimia99> (дата обращения 14.05.2018).

Сведения об авторах

Брянский Станислав Андреевич, 1992 года рождения, в 2015 году окончил ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)». В настоящее время является аспирантом ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)». В настоящее время является инженером ФГУП «ГосНИИАС». Область научных интересов: обработка и анализ изображений, математическая морфология, распознавание образов. E-mail: sbrianskiy@gosniias.ru.

Визильтер Юрий Валентинович, 1970 года рождения, в 1992 году окончил ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)». В 1997 г. защитил кандидатскую, а в 2009 году – докторскую диссертацию. В настоящее время является начальником подразделения ФГУП «ГосНИИАС». Область научных интересов: обработка и анализ изображений, цифровая фотограмметрия, машинное зрение, математическая морфология, распознавание образов, машинное обучение, биометрия. E-mail: viz@gosniias.ru.

ГРНТИ: 28.23.15.

Поступила в редакцию 7 декабря 2017 г. Окончательный вариант – 16 мая 2018 г.

MORPHOLOGICAL CONDITIONAL ESTIMATES OF IMAGE COMPLEXITY AND INFORMATION CONTENT

S.A. Brianskiy¹, Yu.V. Vizilter^{1,2}

¹Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia,

²FGUP "GosNIIAS, Moscow, Russia

Abstract

We propose new morphological conditional estimates of image complexity and information content as well as morphological mutual information. These morphological estimates take into account both the number and the shape of image tessellation (mosaic) regions. We provide such a

region shape account via joint use of mosaic image shape models based on the morphological image analysis (MIA) proposed by Yu. Pyt'ev and morphological thickness maps from the mathematical morphology (MM) introduced by J. Serra. Mathematical properties of morphological thickness maps are explored w.r.t. properties of structured elements, and corresponding properties of the proposed morphological image complexity and information content are proved. Some experimental results on image shape comparison in terms of shape complexity and information are reported. Open access images from a Kimia99 database are utilized for these experiments.

Keywords: mathematical morphology, shape complexity, shape information.

Citation: Brianskiy SA, Vizilter YuV. Morphological conditional estimates of image complexity and information content. *Computer Optics* 2018; 42(3): 501-509. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-501-509.

Acknowledgements: The work was partially funded by the Russian Science Foundation under grant # 16-11-00082.

References

- [1] Pyt'ev YuP, Chulikov AI. Methods of morphological analysis of images [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2010. ISBN: 978-5-9221-1225-3.
- [2] Serra JP. Image analysis and mathematical morphology. Orlando, USA: Academic Press Inc; 1982. ISBN: 978-0-12637240-3.
- [3] Sidiyakin SV. Morphological pattern spectra algorithm development for digital image and video sequences analysis [In Russian] The Thesis for the Candidate's Degree in Technical Sciences. Moscow; 2013.
- [4] Maragos P. Pattern spectrum, multiscale shape representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 1989; 11(7): 701-716. DOI: 10.1109/34.192465.
- [5] Vizilter YuV, Sidiyakin SV. Parametric and morphological spectra [In Russian]. *Computer optics* 2015; 39(1): 109-118. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-1-109-118.
- [6] Mestetskiy LM. Continuous morphology of binary images: figures, skeletons, circulars [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2009. ISBN: 978-5-9221-1050-1.
- [7] Lomov NA, Mestetskiy LM. Area of the disk cover as an image shape descriptor. *Computer Optics* 2016; 40(4): 516-525. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-4-516-525.
- [8] Chochia PA, Milukova OP. Comparison of two-dimensional variations in the context of the digital image complexity assessment. *Journal of Communications Technology and Electronics* 2015; 60(12): 1432-1440. DOI: 10.1134/S1064226915120049.
- [9] Yu H, Winkler S. Image complexity and spatial information. *Fifth International Workshop on Quality of Multimedia Experience (QoMEX)* 2013: 12-17. DOI: 10.1109/QoMEX.2013.6603194.
- [10] Vizilter YuV, Gorbatsevich VS, Rubis AYU, Zeltov SYU. Shape-based image matching using heat kernels and diffusion maps. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* 2014; XL-3: 357-364. DOI: 10.5194/isprsarchives-XL-3-357-2014.
- [11] Binary image dataset Kimia99. Source: <https://github.com/mmssouza/kimia99>.

Author's information

Stanislav Andreevich Brianskiy (b.1992) graduated from Moscow Aviation Institute (National Research University) in 2015. Currently he is the graduate student at Moscow Aviation Institute. Currently he works as the engineer at the FGUP "GosNIIAS". Research interests are processing and image analysis, computer vision, mathematical morphology, pattern recognition. E-mail: sbrianskiy@gosniias.ru.

Yuri Valentinovich Vizilter (b.1970) graduated from Moscow Aviation Institute (National Research University) in 1992. He received his candidate of Technical Sciences in 1997 and Dr. Sci. in Physics and Mathematics in 2009. Currently he works as the head of department at the FGUP "GosNIIAS". Research interests are processing and image analysis, digital photogrammetry, computer vision, mathematical morphology, pattern recognition, machine learning, biometry. E-mail: viz@gosniias.ru.

Received December 7, 2017. The final version – May 16, 2018.

МЕТОДИКА АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕГИСТРАЦИИ 3D-ИЗМЕРЕНИЙ СЫПУЧИХ ОБЪЕКТОВ В ЗЕРНОХРАНИЛИЩАХ

Н.В. Астапенко¹, К.Т. Кошеков¹, А.Н. Колесников²

¹Северо-Казахстанский государственный университет имени М. Козыбаева, Петропавловск, Республика Казахстан,

²IT company Arbonaut, Йёнсуу, Финляндия

Аннотация

В данной работе предлагается методика организации автоматического бесконтактного получения трёхмерных координат точек поверхности, образуемой в результате заполнения зернохранилища. Необходимость автоматической регистрации точечных измерений поверхности обусловлена задачей точного измерения объёмов сыпучих материалов в области инвентаризации складов сырья и готовой продукции. Особенность методики заключается в получении и распознавании изображений поверхности, на которых искомые точки выделены световыми пятнами лазеров. Процесс распознавания тесно связан с техническими характеристиками камеры и определённым порядком размещения комплекта лазерных диодов. Авторы рассматривают такие задачи, как определение параметров и месторасположения регистрирующих камер, определение количества и порядка размещения лазерных диодов, получение 3D-измерений по набору изображений, определение формы и порядка хранения результатов измерения. В результате проведённых экспериментов было доказано, что предложенное решение, использующее возможности методов фотограмметрии и лазерного сканирования, имеет ряд преимуществ перед существующими методами: экономичность, точность, возможность автоматизации, возможность использования в любой момент хранения зерна, возможность дистанционного слежения. Компьютеризация описываемых приёмов позволяет не только проводить однократные измерения объёмов, но и осуществлять регулярный бесконтактный мониторинг сложных поверхностей в закрытых складах, необходимый для принятия управленческих решений.

Ключевые слова: обработка изображений, 3D-измерения, автоматизация, бесконтактные технологии, зернохранилище.

Цитирование: Астапенко, Н.В. Методика автоматической регистрации 3D-измерений сыпучих объектов в зернохранилищах / Н.В. Астапенко, К.Т. Кошеков, А.Н. Колесников // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 510-520. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-510-520.

Введение

Управление запасами часто связано с измерением объёма. При измерении объёма сыпучих материалов в агропромышленном комплексе сталкиваются с проблемами, связанными со свойствами материалов. Как правило, поверхность является очень неровной, на ней могут быть высокие пики и глубокие провалы, поэтому к методам измерений предъявляются повышенные требования по точности показаний объёма.

Традиционным инструментом для определения объёмов сыпучих материалов является визуальный осмотр мест хранения и использование различных видов дальномеров. Основным ограничением при проведении работ с применением дальномеров является зависимость от человеческого фактора, низкая скорость измерений и физическая невозможность детальной съёмки больших объёмов материалов.

В настоящий момент много работ отечественных и зарубежных исследователей посвящено автоматизации технологических процессов зернохранилищ [1–4], однако тема автоматизированного мониторинга объёма сыпучей массы до сих пор не решена. Похожие задачи ставятся в геодезии и маркшейдерии, где в последнее время некоторые исследователи предлагают использовать технологии фотограмметрии и 3D лазерного сканирования при оценке сыпучих материалов [5–9]. Однако все фотометрические подходы так или иначе используют свойства проек-

тивного преобразования, выполняемого камерой. Поэтому эти методы будут неэффективны, если распознаваемый объект не имеет чёткой формы, выраженных границ или сегментов и находится в закрытом помещении, как, например, поверхность зерна в хранилище закрытого типа [10]. Лазерное сканирование позволяет детально, с шагом до единиц миллиметров, обмерить и отразить форму бурта или поверхности кучи материала на складе. Однако методы лазерного сканирования также имеют ряд серьёзных недостатков [11–16]:

- высокая цена систем лазерного сканирования, превышающая три тысячи долларов;
- с большинством сканеров рекомендуется работать при температуре не ниже 0°C, что устанавливает некоторые ограничения на работы в зимнее время;
- современные системы лазерного сканирования не имеют функций тахеометра для непосредственной привязки отдельных сканов к единой системе координат, поскольку сканирование с каждой точки стояния проводится в системе координат прибора; в связи с этим необходим дополнительный прибор для определения координат контрольных точек сканера;
- при лазерном сканировании приходится решать проблемы точечной избыточности, массивных данных и неравномерности распределения исходного точечного облака;

– низкая степень автоматизации при трёхмерном моделировании сложных объектов на основе лазерного сканирования.

В данной статье предлагается новая методика автоматической бесконтактной регистрации 3D-измерений, предназначенная для учёта объёма сыпучих объектов в зернохранилищах. Предлагаемая методика использует возможности методов цифровой фотограмметрии, наземного дистанционного зондирования и лазерного сканирования, но отличается простотой реализации и экономичностью. Достоинства предлагаемой методики позволят с успехом внедрять её в различных областях человеческой деятельности, где требуется автоматизация расчёта сыпучей массы. Например, при автоматизации технологических процессов зернохранилищ, элеваторов и различных видов складов для хранения сыпучих материалов, при расчёте объёмов горных выработок в шахтах и других областях.

1. Теоретическое описание методики

В технологии автоматического бесконтактного мониторинга наполненности зернохранилища необходимо учитывать некоторые особенности работы с сыпучими продуктами, такие как наличие сложной формы поверхности продукта (горки, воронки, слипшиеся комки). Следствием этого факта является сложность прогнозирования объёма зерна, полученного в результате заполнения, перемешивания, проветривания и других операций, выполняемых механизированными складами.

Решение выявленной проблемы может быть достигнуто путём регистрации 3D-точек поверхности с помощью набора лазерных диодов и видеокамер с дальнейшим анализом и обработкой полученных результатов.

В качестве базы для предлагаемого метода автоматической регистрации 3D-измерений точек поверхности возьмём метод триангуляции. Триангуляция – метод для измерения расстояний, часто с использованием лазера. Он использует способность лазерного луча распространяться в хорошо коллимированной форме (т.е. с малой расходимостью) на большие расстояния [17–18]. Метод триангуляции используется при создании сканирующих лазерных систем. В представляемой методике лазеры используются в качестве указателей или маркеров. Лазерный луч освещает точку, расстояние до которой от лазерного устройства необходимо измерить. Камеры фиксируют положение точек от лучей лазеров на поверхности и передают полученные изображения на сервер по Wi-Fi. Методика автоматической регистрации 3D-измерений точек поверхности включает в себя выполнение следующих этапов:

- выбор и установка оборудования;
- калибровка;
- получение 3D-измерений по набору изображений;
- вычисление объёма заполнения зернохранилища.

1.1. Выбор и установка оборудования

На данном этапе необходимо определить количество камер, лазерных диодов и порядок их размещения.

Для начала определимся с камерами наблюдения. Основным параметр, который позволяет рассчитать требуемое количество камер и их расположение, – угол обзора. Существует зависимость (W) ширины области просмотра от угла обзора (AV) объектива и расстояния от линзы до поверхности (D) [19]:

$$W(D, AV) = 2 \cdot D \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{AV \cdot \pi}{2 \cdot 180^\circ} \right). \quad (1)$$

Таким образом, решение о количестве камер в крупном зернохранилище принимается в зависимости от того, на каком минимальном расстоянии должна «прочитываться» вся искомая поверхность. Введём условные обозначения:

- количество камер, необходимых для регистрации 3D-измерений (N_{cam});
- зернохранилище характеризуется параметрами ширина (A) и длина (B);
- камера характеризуется горизонтальным углом обзора (AV_h) и вертикальным углом обзора (AV_v);
- минимальное расстояние, на котором должна просматриваться вся поверхность, обозначим (D_{min}).

Следовательно, необходимое количество камер определяем по формуле:

$$N_{cam} = \min \left(\begin{array}{l} \operatorname{int} \left(\frac{A}{W(D_{min}, AV_h)} \right) \cdot \operatorname{int} \left(\frac{B}{W(D_{min}, AV_v)} \right) \\ \operatorname{int} \left(\frac{A}{W(D_{min}, AV_v)} \right) \cdot \operatorname{int} \left(\frac{B}{W(D_{min}, AV_h)} \right) \end{array} \right). \quad (2)$$

Расположение камер определяется в центре условных равнозначных (одинаковых) прямоугольников, определённых в зависимости от формулы (2).

Видеокамера крепится к потолку зернохранилища таким образом, чтобы её линия визирования была перпендикулярна поверхности крепления. Направление луча лазерных диодов параллельно линии обзора видеокамеры. Расстояния между диодами устанавливаются таким образом, чтобы образовать из них регулярную сетку. Условная схема размещения блока лазеров относительно одной видеокамеры представлена на рис. 1.

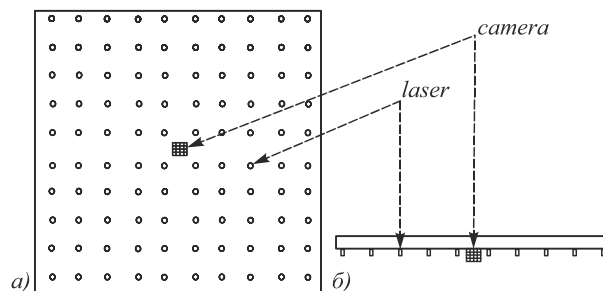


Рис. 1. Схема блока лазерных диодов (laser) с размещением одной камеры (camera): вид снизу (а); вид сбоку (б)

Очевидно, чем меньше расстояние между лазерными диодами, тем больше измерений будет получено и, следовательно, выше точность итогового вычисления объёма продукта [20]. Однако слишком частое размещение диодов также нежелательно, так как это затруднит процесс составления карты глубин. Для дальнейшей связки изображений размещаем один маркировочный лазерный диод (отличающийся по цвету от остальных) в верхнем левом углу относительно изображения, формируемого на камере.

Точки лазера очень яркие на фоне более темной обстановки в зернохранилище и поэтому легко распознаются на цифровом изображении. Лазерная точка проектируется на поверхность зерна, расположенную в области видения камеры (рис. 2). Луч лазера параллелен оси визирования камеры. Расчёт расстояния до поверхности основывается на том, что чем ближе изображение лазерной точки к центру изображения, тем дальше от лазера находится соответствующая точка поверхности.

Исходя из геометрии, представленной на рис. 2, расстояние до поверхности (D) может быть рассчитано по формуле:

$$D = \frac{h \cdot f}{r}, \quad (3)$$

где h – расстояние между камерой и лазерным диодом, f – фокусное расстояние камеры, r – расстояние от лазерной точки до центра изображения.

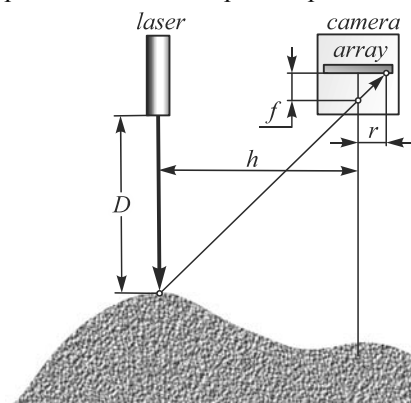


Рис. 2. Определение расстояния от лазера (laser) до поверхности с помощью изображения (array) на камере (camera)

Расстояние от центра изображения до изображения лазерной точки определяется количеством пикселей раstra. Умножив это количество на параметр мм/пиксель, установленный для камеры, получим расстояние от лазерной точки до центра изображения (r).

Дополнительно с помощью формулы (3) можно вывести рекомендации по расположению комплекта лазерных диодов для каждой камеры. Обозначим размер хранилища (максимальное расстояние, на котором нужно различать лазерные точки на изображении) как $D_{\max}$. При условном разбиении изображения на четыре области относительно центра определяем расстояния от камеры до ближайших четырёх лазеров в первой четверти:

$$h_1 = \text{step} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad h_2 = \text{step} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$h_3 = \text{step} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2}, \quad h_4 = \text{step} \cdot \sqrt{2},$$

где step – расстояние между лазерами.

Тогда расстояния от центра изображения до точек от данных лазеров:

$$r_1 = \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad r_2 = \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$r_3 = \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2}, \quad r_4 = \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \sqrt{2}.$$

Размер самой яркой области лазерного пятна на изображении (dl) с расстояния $D_{\max}$ определяем эмпирическим путём. Соответственно, для любых двух точек должно выполняться условие не пересечения ядер лазерных пятен:

$$|r_i - r_j| > 2 \cdot dl. \quad (4)$$

На основании формул расчёта r_i и условия (4) формируем систему уравнений, из которых можем вывести оптимальное для распознавания расстояние между диодами:

$$\begin{cases} \left| \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \sqrt{2} - \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right| > 2 \cdot dl \\ \left| \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \sqrt{2} - \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} \right| > 2 \cdot dl \\ \left| \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{f}{D_{\max}} \cdot \text{step} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right| > 2 \cdot dl \end{cases}$$

В полученной системе уравнений последнее условие является наиболее критичным. Таким образом, минимальное расстояние (step) между лазерными диодами:

$$\text{step} > 4 \cdot dl \cdot \frac{D_{\max}}{f \cdot |\sqrt{10} - \sqrt{2}|}, \quad (5)$$

где $D_{\max}$ – максимальное расстояние, на котором нужно различать точки, мм; dl – размер самой яркой области лазерного пятна на изображении с расстояния $D_{\max}$, мм; f – фокусное расстояние камеры, мм.

Таким образом, после определения оптимального значения step можно определить количество лазеров для одной камеры:

$$M \times N = \text{int} \left(\frac{W(D_{\min}, AV_h)}{\text{step}} \right) \times \text{int} \left(\frac{W(D_{\min}, AV_v)}{\text{step}} \right), \quad (6)$$

где M – количество лазерных диодов для одной камеры по горизонтали в плоскости относительно изображения камеры, N – количество лазерных диодов для одной камеры по вертикали в плоскости относительно изображения камеры.

Для получения 3D-измерений полной поверхности зерна в зернохранилище размещают набор видеокамер с комплектом лазерных диодов для каждой на одном реле. Ориентация всех камер одинакова, комплекты располагаются в матричном порядке. Пример расположения и индексация комплектов «камера+набор лазерных диодов», размещённых вдоль верхнего транспортера, представлены на рис. 3.

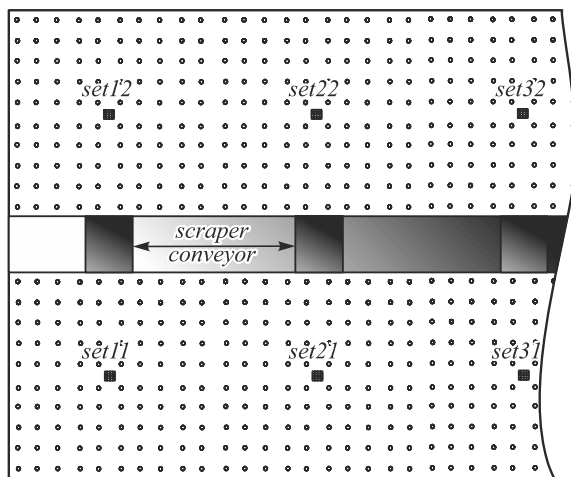


Рис. 3. Схема расположения и индексации комплектов (set) «камера+набор лазерных диодов» относительно верхнего транспортера (scraper conveyor)

Ориентация и индексация камер определена таким образом, что левый нижний угол рис. 3 является верхним левым углом для камеры в комплекте set11. Получение изображений выполняется последовательно. Активируется комплект set11 лазерных диодов, и фиксируется изображение с камеры комплекта, далее активируется комплект set12, и фиксируется изображение с его камеры и так далее. При формировании 3D-измерений необходимо только учитывать фиксированный сдвиг по вертикали и горизонтали для каждого комплекта.

Для точек, полученных от лазеров, закреплённых на потолочных скатах, рассчитывая расстояние до поверхности, необходимо вычесть компенсацию по сдвигу лазера относительно поверхности закрепления камеры.

1.2. Калибровка

Точное размещение лазеров относительно камеры – слишком трудоёмкий процесс, в результате которого неизбежно появление погрешностей. Поэтому необходимо выполнить процесс калибровки, который их нивелирует.

Калибровка предполагает измерение и хранение параметров лазерных диодов (точное расстояние до камеры, номер четверти относительно центра камеры, угол размещения относительно центра камеры) в качестве эталона для дальнейших вычислений.

Алгоритм калибровки:

Шаг 1. Сохранение изображения лазерных «точек» в пустом зернохранилище с каждой камеры.

Шаг 2. Для каждого лазера по изображению его точки определяем расстояние до камеры по формуле,

обратной формуле (3): $h = D \cdot r / f$, где D – расстояние от лазерного диода до пола зернохранилища, f – фокусное расстояние камеры, r – расстояние от лазерной точки до центра изображения.

Шаг 3. Для каждого лазера по изображению его точки определяем номер четверти и угол размещения относительно центра камеры.

Шаг 4. Сохранение полученных параметров в базе данных.

1.3. Получение 3D-измерений по набору изображений

Получение 3D-измерений – основной этап представленной методики. Задача данного этапа – получить упорядоченное облако точек с тремя координатами (X, Y, Z), где X – координата по горизонтали относительно базового левого угла зернохранилища; Y – координата по вертикали относительно базового левого угла зернохранилища; Z – расстояние до поверхности зерна.

Алгоритм получения координат точек поверхности для одной камеры.

Шаг 1. Определяем количество лазерных «точек» на изображении $M' \times N'$.

Шаг 2. Если количество точек на изображении равно установленному количеству лазеров для одной камеры $M' \times N'$, то определяем координаты для каждой точки, начиная с левого верхнего угла. Принимаем во внимание, что расстояние между лазерными диодами равно постоянному числу *step*. Двумерные координаты для каждой точки, указывающие положение лазера в плоскости камеры:

$$P_{ij}(i \cdot \text{step} - 1; j \cdot \text{step} - 1),$$

где i и j – номера ряда и столбца относительно установленного ориентира камеры; *step* – расстояние между лазерами.

Если же количество точек меньше $M \times N$, то устанавливаем координаты для каждой точки, начиная с левого верхнего угла:

$$P_{ij}([M - M' + i] \cdot \text{step} - 1; [N - N' + j] \cdot \text{step} - 1),$$

где M – число лазеров в комплекте камеры при горизонтальном обзоре; N – число лазеров в комплекте камеры при горизонтальном обзоре; M' – число лазерных «точек» на изображении при горизонтальном обзоре; N' – число лазерных «точек» на изображении при горизонтальном обзоре; i и j – номера ряда и столбца относительно установленного ориентира камеры; *step* – расстояние между лазерами.

Шаг 3. Для каждой точки определяем расстояние до поверхности по формуле (3), где расстояние от лазера до камеры определяется по данным, сохранённым в базе после калибровки.

Предложенный алгоритм позволяет сформировать массив 3D-точек поверхности зерна на регулярной сетке для одной камеры. В случае размещения в зернохранилище нескольких камер значения координат X и Y для каждой точки лазера увеличиваются на сдвиг комплекта, в котором он расположен, относительно комплекта set11.

1.4. Вычисление объёма заполнения зернохранилища

Объём заполнения зернохранилища вычисляется как разность объёма зернохранилища и объёма пустого пространства, полученного 3D-измерениями. Такой подход более целесообразен, так как современные механизированные зернохранилища имеют сложную форму с наклонными полами.

Алгоритм нахождения объёма объекта с неровной поверхностью, заданной набором точек, рассматривался авторами в работе [21]. Данный алгоритм предполагает упорядочивание точек, последовательный их обход и суммирование объёмов косоусеченных призм, построенных для соответствующих трёх точек. В качестве дополнения к предложенному алгоритму стоит упомянуть о необходимости получения краевых точек поверхности с помощью линейной экстраполяции, которые также включаются в общее облако точек поверхности.

Подводя итог представленным в статье положениям, можно визуализировать процесс применения методики автоматической регистрации 3D-измерений в виде логической схемы (рис. 4).

Первые два этапа выполняются однократно. При этом этап «Выбор и установка оборудования» осуществляется вручную, а этап калибровки автоматически с помощью программы. После предварительной подготовки возможно регулярное проведение автоматического мониторинга наполненности зернохранилища. Для этого последовательно выполняют этапы «Получение 3D-измерений» и «Вычисление объёма».

2. Практическое применение методики

Объектом для апробации метода автоматической регистрации 3D-измерений является зернохранилище инновационного типа, опытный образец которого был создан в рамках проведённых ранее научных исследований и находится на территории фирмы «Диканши» (г. Петропавловск). Данный опытный образец зернохранилища имеет ёмкость 200 тонн, оснащён автономным энергоисточником, горизонтальными силосами инновационного типа и автоматизированной системой управления основными параметрами технологического процесса хранения зерновых культур [22]. Размеры объекта исследования:

$$\begin{aligned} \text{Длина} \times \text{Ширина} \times \text{Высота} = \\ = 18000 \text{ мм} \times 4500 \text{ мм} \times 4500 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Зернохранилище по длине разделено на девять секций, каждая по 2000 мм в длину.

В рассматриваемом зернохранилище в соответствии с формулой (2) возможны два случая размещения камер наблюдения. Рассмотрим эти случаи.

Случай 1. Согласно требованиям к точности измерения зерна расстояние от камеры до поверхности должно быть не менее одного метра.

Качество распознавания поверхности зерна требует попадания всей ширины зернохранилища на расстоянии минимум метр от камеры. Архитектура зернохранилища не позволяет поместить камеру в цен-

тре секции, так как там расположена загрузочная щель. Таким образом, на расстоянии $D=1000$ мм в обзор камеры должно попадать $W=4500$ мм, то есть AV должен быть более 132° .



Рис. 4. Логическая схема процесса автоматической регистрации 3D-измерений в зернохранилище

Использование одной широкоугольной камеры в секции – наиболее простой и экономичный вариант решения, однако при полном заполнении зернохранилища образуется «слепая зона» (*blind area*), которая в случае многократного перемешивания зерна может быть плохо прогнозируемой (рис. 5).

Случай 2. Наилучший случай – это расположение двух камер по обе стороны от загрузочной щели (рис. 6).

Такое расположение предполагает, что на расстоянии $D=1000$ мм в обзор камеры должно попадать $W=2250$ мм, то есть AV должен быть более 97° . В формате 4:3 вертикальный обзор на том же расстоянии составит немногим более метра.

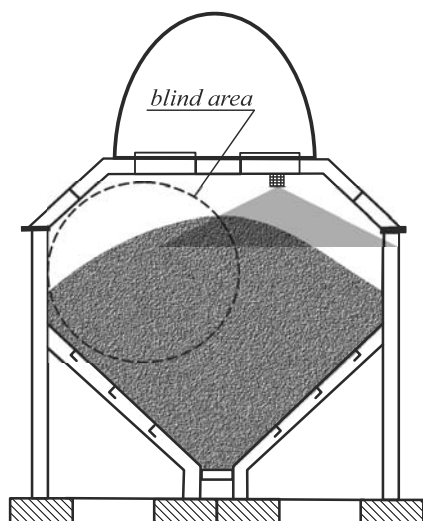


Рис. 5. Обзор секции зернохранилища инновационного типа одной камерой при полном заполнении

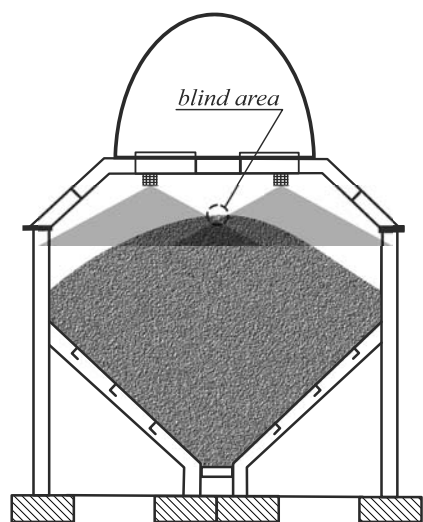


Рис. 6. Обзор секции зернохранилища инновационного типа двумя камерами при полном заполнении

В этом случае образуется слепая зона в границах ширины загрузочной щели в дальности менее метра. Данные в этой области можно восстановить, используя методы интерполяции данных.

Очевидно, что второй случай позволяет получить более полный и корректный набор данных, поэтому именно этот вариант рассматривается в дальнейших исследованиях.

В соответствии с предложенной методикой установлено восемнадцать камер по две в каждой секции. Размещение камер, и диодов выполнено в соответствии со схемой на рис. 3. На следующем этапе, исходя из условия (5), был выбран шаг размещения лазеров – 200 мм. Расстояния от каждого лазерного диода до камеры статичны, их поместили в двумерный массив H , который хранится в бинарном файле на сервере.

Представленные в статье алгоритмы реализованы в экспериментальном приложении, разработанном в среде программирования Visual Studio 2008. На входные данные наложены следующие ограничения. С

каждой камеры поступают изображения в формате .jpg, имя которых формируется в формате: [номер секции][номер камеры][день][месяц][год]. Например, файл sam2101102017.jpg получен 01.10.2017 с первой камеры 2-й секции.

Алгоритм калибровки возвращает бинарные файлы, имена которых соответствуют именам файлов .jpg. В указанных файлах содержатся параметры установки лазерных диодов для каждой камеры. Эти данные, как и изображения с камер, используются впоследствии для получения измерений.

Для каждого изображения последовательно применяем описанный ранее алгоритм получения координат точек поверхности для одной камеры. После обработки изображений получаем группу бинарных файлов, имена которых состоят из двух частей: текущая дата и имя соответствующего файла .jpg. В бинарных файлах содержится два числа, определяющих размерность двумерного массива точек, и далее последовательно хранятся сами элементы этого массива.

Алгоритм расчёта объёма сыпучей массы на основании 3D-измерений был подробно описан авторами ранее в работе [21].

Стоимость установки для опытного образца складывается из стоимости элементов:

- восемнадцать камер D-Link dcs-2230L – 843\$;
- 1458 полупроводниковых лазерных диодов на 5В (длина волны 650 нм, мощность 5 МВт) – 226\$;
- дополнительные расходные материалы (панели, провода, преобразователи) – 157\$.

Итого общая стоимость составила 1226\$. Это почти в три раза меньше стоимости одного лазерного сканера, что доказывает экономическое преимущество представленной методики.

Апробирование экспериментальной методики проводилось в течение 2016–2017 гг. Эксперименты проводились во время полной загрузки/выгрузки зернохранилища, так как проверка точности измерений возможна только традиционным трудоёмким методом – путём полного взвешивания. Кроме того, расчёт объёма зерна для сравнения выполнялся с помощью трёх традиционных методов:

- метод взвешивания;
- расчёт на основе приведения к простым геометрическим формам;
- расчёт с помощью дальномеров.

Таким образом, в осенне-летний период 2016 года было произведено 17 замеров и 20 замеров в осенне-летний период 2017 года.

В протоколы испытаний заносились результаты значения двух важных параметров: объём измерения и время, затраченное на расчёт. Результаты, полученные методом взвешивания, были приняты за истинные значения, т.е. точность измерения принята за 100%. Точность остальных методов определялась соотношением к методу взвешивания. На основе 37 протоколов экспериментов составлена сводная таблица (см. приложение табл. 1), которая позволяет определить наиболее эффективный метод по

двум наиболее весомым параметрам: точность измерения и время, затраченное на расчёт.

Наиболее наглядное решение можно получить с помощью визуальных методов. Графическое решение для определения наиболее эффективного метода расчёта объёма наполненности зернохранилища приведено на рис. 7.

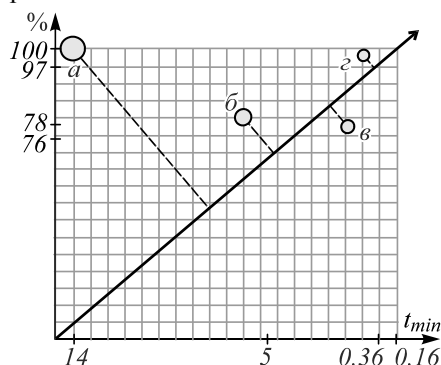


Рис. 7. Графическое решение для определения наиболее эффективного метода расчёта объёма наполненности зернохранилища: метод прямого взвешивания (а); расчёт на основе простых геометрических форм (б); расчёт с помощью дальномеров (в); метод автоматической регистрации 3D-измерений (г)

По оси OY отмечены значения, которые соответствуют точности измерения методов, выраженные в процентах. По оси OX выложены данные по временным затратам при использовании метода. В соответствии с условиями задачи: точность должна быть наибольшей при меньшем времени. Поэтому время выставлено в порядке убывания. Градиент-вектор направлен к точке с координатами, соответствующими максимальному значению по оси OY и минимальному значению по оси OX . Таким образом, график доказывает преимущество метода автоматической регистрации 3D-измерений по двум выбранным параметрам (точность измерений и время, затраченное на измерение).

По итогам экспериментов был проведён сравнительный анализ методов, выводы которого нашли отражение в табл. 2 (см. приложение).

Методика, описанная в данной статье, на сегодняшний момент единственная для осуществления автоматического мониторинга зерновой массы в зернохранилищах, а, кроме того, результаты проведённых экспериментов доказывают большую эффективность предложенного метода по сравнению с традиционными методами.

Заключение

Эффективное функционирование современных хранилищ различного типа предполагает решение ряда задач для обеспечения надёжной сохранности сырья и оптимального использования складских площадей. Таким образом, актуальной является задача мониторинга хранящегося сырья. Некоторые трудности мониторинга возникают при хранении сыпучих габаритных объектов с неровной поверхностью.

В статье рассмотрена методика автоматического бесконтактного мониторинга поверхности, образующейся в хранилище в результате его заполнения. Научную новизну предложенной методики обеспечивают следующие положения:

- в настоящий момент отсутствует автоматическое решение по осуществлению мониторинга и контроля зерновой массы в зернохранилищах;
- предложен способ расчёта и размещения требуемого оптимального количества камер и лазерных диодов для объекта мониторинга;
- описаны алгоритмы и методы сбора 3D-измерений.

Практическое использование рассмотрено на примере зернохранилища инновационного типа. Внедрение данной методики позволит осуществить непрерывную автоматическую бесконтактную регистрацию 3D-измерений и на её основе проводить мониторинг и контроль хранения зерновой массы. Результаты измерений будут способствовать формированию рекомендаций по управлению технологическими процессами объектов наблюдения. В дальнейшем, используя результаты измерений по данной методике, возможно решение таких задач, как контроль и прогнозирование работоспособности технологического оборудования (например, при перемешивании зерна).

Сравнительный анализ традиционных методов (метод взвешивания, расчёт на основе приведения к простым геометрическим формам, расчёт с помощью дальномеров) и метода автоматической регистрации 3D-измерений показал значительное качественное преимущество последнего.

Благодаря экономичности используемых инструментов, возможна замена дорогостоящих лазерных сканеров в некоторых других областях промышленной и хозяйственной деятельности при оценке объёмов сыпучих масс. Полученные технологические решения могут быть использованы при создании беспроводных программно-технических комплексов для других приложений, где необходимо обеспечивать непрерывный контроль сложных поверхностей.

Благодарности

Работа выполнена за счёт гранта Министерства образования и науки РК (№ 2606/ГФ4).

Литература

1. **Мырзабекова, А.М.** Обзор современных систем для хранения зерновых культур / А.М. Мырзабекова // VI Научно-практическая конференция «Информационно-измерительная техника и технологии». – 2015. – С. 95-101.
2. **Song, J.** Measurement and control system based on wireless sensor network for granary / J. Song, K. Wang, X. Zhang // 5th International Conference on Education, Management, Information and Medicine (EMIM). – 2015. – P. 256-260. – DOI: 10.2991/emim-15.2015.50.
3. **Liu, J.** Design of granary temperature monitoring system based on virtual instrument technology // Advanced Materials Research. – 2012. – Vol. 542-543. – P. 212-216. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.542-543.212.

4. **Galande, S.G.** A parameter monitoring and control of grain storage by embedded system / S.G. Galande, G.H. Agrawal, M.S. Anap // International Journal of Informative & Futuristic Research. – 2015. – Vol. 2, Issue 11. – P. 4172-4179.
5. **Ковров, А.А.** Технология расчёта объёмов породы в маркшейдерии с использованием наземного лазерного сканера RIEGL LMS Z420I // Маркшейдерский вестник. – 2009. – № 1. – С. 35-37.
6. Измерение объёмов выработки и сырья на складах. СоюзГипрозем [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.souzgiprozem.ru/izyskaniya-izmerenie-obemov-vyrabotki-syriya.html> (дата обращения 15.01.2018).
7. Высоточное измерение объёмов сыпучих материалов и инвентаризация складов сырья. [Электронный ресурс]. – URL: http://www.ngce.ru/izmerenie_obemov_syprchih_materialov.html (дата обращения 15.01.2018).
8. Определение объёма сыпучих материалов методом лазерного сканирования [Электронный ресурс]. – URL: <http://trimetari.com/ru/proekty/opredelenie-obemov-sypuchih-materialov-metodom-lazernogo-skanirovaniya> (дата обращения 15.01.2018).
9. **Koshekov, K.T.** Fuel cell diagnostics using identification measurement theory / K.T. Koshekov, Yu.N. Klikushin, V.Yu. Kobenko, Yu.K. Evdokimov, A.V. Demyanenko // Journal of Fuel Cell Science and Technology – 2014. – Vol. 11, Issue 5. – 051003. – DOI: 10.1115/1.4027395.
10. **Кошеков, К.Т.** Систематизация и выбор методов распознавания поверхности для автоматизированной информационной системы мониторинга зернохранилища / К.Т. Кошеков, Н.В. Астапенко. – В кн.: Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2016. Международная научная конференция «Дистанционные методы зондирования Земли и фотограмметрия, мониторинг окружающей среды, геоэкология»: сб. материалов в 2 т. – Новосибирск: СГУГиТ, 2016. – Т. 4, № 1. – С. 38-42.
11. **Середович, В.А.** Наземное лазерное сканирование / В.А. Середович, А.В. Комиссаров, Д.В. Комиссаров, Т.А. Широкова. – Новосибирск: СГГА, 2009 – 261 с. – ISBN: 978-5-87693-336-2.
12. **Кошан, Е.К.** Возможности, преимущества и недостатки наземного лазерного сканирования / Е.К. Кошан // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2017. – Т. 9, № 1. – С. 27-30.
13. **Kadobayashi, R.** Comparison and evaluation of laser scanning and photogrammetry and their combined use for digital recording of cultural heritage / R. Kadobayashi, N. Kochi, H. Otani, R. Furukawa // XXth ISPRS Congress: Proceedings of Commission V. – 2004. – WG V/4.
14. **Рой, Д.Н.** Опыт применения метода наземного лазерного сканирования для работ в области историко-культурного наследия / Д.Н. Рой // ГеоПрофи. – 2007. – № 2. – С. 20-23.
15. **Qing, Sh.** Point cloud simplification algorithm based on particle swarm optimization for online measurement of stored bulk grain / Sh. Qing, X. Tao, T. Yoshino, Z. Yujie, Y. Wenting, Z. Hang // International journal of agricultural and biological engineering. – 2016. – Vol. 9(1). – P. 71-78. – DOI: 10.3965/j.ijabe.20160901.1805.
16. **Cheng, L.** A symmetry-based method for LiDAR point registration / L. Cheng, Y. Wu, S. Chen, W. Zong, Y. Yuan, Y. Sun, Q. Zhuang, M. Li // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. – 2018. – Vol. 11, Issue 1. – P. 285-299. – DOI: 10.1109/JSTARS.2017.2752765.
17. **Кошеков, К.Т.** Метод и алгоритм вычисления объёма заданной дискретно 3D поверхности с помощью полиномов Лагранжа / К.Т. Кошеков, Н.В. Астапенко // Математические структуры и моделирование. – 2016. – № 3(39). – С. 86-92.
18. **Sansoni, G.** State-of-the-art and applications of 3D imaging sensors in industry, cultural heritage, medicine, and criminal investigation / G. Sansoni, M. Trebeschi, F. Docchio // Sensors. – 2009. – Vol. 9, Issue 1. – P. 568-601. – DOI: 10.3390/s90100568.
19. **Blais, F.** Practical considerations for a design of a high precision 3-D laser scanner system / F. Blais, M. Rioux, J.-A. Beraldin // Proc. SPIE. – 1988. – Vol. 959. – P. 225-246. – DOI: 10.1117/12.947787.
20. **Дамьяновски, В.** CCTV. Библия видеонаблюдения. Цифровые и сетевые технологии / В. Дамьяновски. – пер. с англ. – М.: ООО «Ай-Эс-Эс Пресс», 2006. – 480 с. – ISBN: 5-87049-260-2.
21. **Astapenko, N.V.** Design of the granary technological process control subsystem for monitoring of the grain volume in a silo / N.V. Astapenko, K.T. Koshekov, P.A. Petrov // 10th IEEE International Scientific and Technical Conference on Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics). – 2016. – DOI: 10.1109/Dynamics.2016.7818971.
22. **Astapenko, N.V.** Automated control scheming of granary operating procedures / N.V. Astapenko, K.T. Koshekov, A.N. Kolesnikov, A.A. Kashevkin, N.Yu. Gurin // Asian Journal of Applied Sciences. – 2017. – Vol. 5(3). – P. 634-641. – DOI: 10.24203/ajas.v5i3.4502.

Приложение

Табл. 1. Итоги применения различных методов расчёта объёма зерна на примере опытного зернохранилища

№	Метод расчёта объёма зерна в зернохранилище	Тип метода	Точность, %	Затраченное время, час
1	Метод взвешивания	ручной	100	14±2,5
2	Расчёт на основе простых геометрических форм при визуальном осмотре	ручной	78	5±1,27
3	Расчёт с помощью дальномеров	полуавтоматизированный	76	0,36±0,06
4	Метод автоматической регистрации 3D-измерений (без учёта установки оборудования)	автоматический	97	0,16±0,03

Табл. 2. Выводы сравнительного анализа методов расчёта объёма зерна на примере опытного зернохранилища

Метод взвешивания	Достоинства: – точность. Недостатки: – возможность использования только во время полной загрузки/выгрузки; – трудоёмкость; – продолжительность по времени; – наличие большого количества персонала.	Расчёт с помощью дальномеров	Достоинства: – возможность использования в любой момент хранения зерна; – незначительная трудоёмкость. Недостатки: – низкий процент точности вычислений; – необходимость в квалифицированном персонале; – необходимость в специальном оборудовании.
Расчёт на основе геометрических форм	Достоинства: – возможность использования в любой момент хранения зерна. Недостатки: – низкий процент точности вычислений; – трудоёмкость; – продолжительность по времени; – необходимость в квалифицированном персонале.	Метод автоматической регистрации 3D-измерений	Достоинства: – экономическое преимущество в процессе длительного использования; – высокая точность; – возможность использования в любой момент времени хранения зерна; – отсутствие трудоёмкости, полностью автоматический процесс; – отсутствие необходимости персонала; – возможность дистанционного слежения. Недостатки: – необходимость в специальном оборудовании.

Сведения об авторах

Астапенко Наталья Владимировна, 1979 года рождения, в 2000 году окончила Северо-Казахстанский государственный университет по специальности «Прикладная математика», в 2011 году окончила магистратуру Кокшетауского университета имени А.Мырзахметова по специальности «Информационные системы», обучается в докторантуре PhD Северо-Казахстанского государственного университета по специальности «Информатика, вычислительная техника и управление». Область научных интересов: обработка графических изображений, программирование, 3D-измерения, автоматизация технологических процессов. E-mail: astankin@mail.ru.

Кошеков Кайрат Темирбаевич, 1971 года рождения, в 1993 году окончил Томский институт АСУ и радиоэлектроники по специальности «Промышленная электроника», доктор технических наук, работает заведующим кафедрой энергетики и радиоэлектроники Северо-Казахстанского государственного университета имени М.Козыбаева, профессор кафедры. Область научных интересов: интеллектуальные информационно-измерительные приборы и системы, обработка изображений и сигналов, цифровая фотография. E-mail: kkoshekov@mail.ru.

Колесников Александр Николаевич, 1954 года рождения, получил степень магистра по физике в 1976 году в Новосибирском государственном университете СССР и степень доктора философии в области компьютерных наук в 2003 году в Университете Йёнсуу, Финляндия. С 1976 по 2003 год был старшим научным сотрудником Института автоматики и электрометрии Российской академии наук, Новосибирск, Россия. В 2003 году поступил на факультет компьютерных наук Университета Йёнсуу, Финляндия. В 2012 году он присоединился к ИТ-компании Arbonaut, Финляндия. Область научных интересов – обработка сигналов и изображений, обработка лидарных данных, обработка и сжатие векторной карты. E-mail: alkoles54@gmail.com.

ГРНТИ: 28.23.15.

Поступила в редакцию 7 февраля 2018 г. Окончательный вариант – 10 марта 2018 г.

METHODOLOGY OF AUTOMATIC REGISTRATION OF 3D MEASUREMENTS OF BULK MATERIALS IN GRANARIES

N.V. Astapenko¹, K.T. Koshekov¹, A.N. Kolesnikov²

¹M. Kozubayev North-Kazakhstan State University, Petropavlovsk, Republic of Kazakhstan,

²IT company Arbonaut, Joensuu, Finland

Abstract

In this article, we propose a technique for automatic contactless measurements of three-dimensional coordinates of surface points in a granary. The need for an automatic measurement and registration of surface points arises when conducting accurate measurements of the volume of bulk materials during stock-taking of raw materials and finished goods. A peculiarity of the technique consists in obtaining and recognizing the surface images in which the sought-for points are highlighted by laser light. The recognition process is closely related to camera specifications and a specific arrangement of laser diodes. The problems considered include the determination of pa-

rameters and location of the recording cameras, and the number and layout of the laser diodes, the implementation of 3D measurements from a set of images, and the selection of storage procedures for the measurement results. As a result of the experiments, it was proved that the proposed solution, which exploits the capabilities of photogrammetry and laser scanning methods, has a number of advantages over the existing methods in terms of efficiency, accuracy, the possibility of automation, the opportunity of monitoring the surface of the granary content at any time, and the possibility of remote tracking. Computerization of the described methods allows one not only to perform single volume measurements, but also to carry out a regular contactless monitoring of complex surfaces in locked warehouses for making managerial decisions.

Keywords: image processing, 3D measurements, automation, contactless technology, bulk materials, granary.

Citation: Astapenko NV, Koshekov KT, Kolesnikov AN. Methodology of automatic registration of 3D measurements of bulk materials in granaries. *Computer optics* 2018; 42(3): 510-520. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-510-520.

Acknowledgements: The work was carried out under the framework of the scientific grant No. 2606 / GF4 of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan.

References

- [1] Myrzabekova AM. Survey of modern systems for storage of grain crops. VI Scientific and Practical Conference "Information-measuring technology and technology" 2015: 95-101.
- [2] Song J, Wang K, Zhang X. Measurement and control system based on wireless sensor network for granary. 5th International Conference on Education, Management, Information and Medicine (EMIM) 2015: 256-260. DOI: 10.2991/emim-15.2015.50.
- [3] Liu J. Design of granary temperature monitoring system based on virtual instrument technology. *Advanced Materials Research* 2012; 542-543: 212-216. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.542-543.212.
- [4] Galande SG, Agrawal GH, Anap MS. A parameter monitoring and control of grain storage by embedded system. *International Journal of Informative & Futuristic Research* 2015; 2(11): 4172-4179.
- [5] Kovrov AA. Technology of calculating rock volumes in a mine survey using a ground-based laser scanner RIEGL LMS Z420I [In Russian]. *Marksheyderskiy Vestnik* 2009; 1: 35-37. ISSN: 2073-0098.
- [6] Measurement of production volumes and raw materials in warehouses, UnionGiprozem [In Russian]. Source: <http://www.souzgiprozem.ru/izyskaniya-izmerenie-obemov-vyrabotki-syriya.htm>.
- [7] High-precision measurement of bulk materials and inventory of raw materials stores. Source: http://www.ngce.ru/izmerenie_obemov_sypuchih_materialov.html.
- [8] Laser scanning of the open sandpit for volume calculation. Source: <http://trimetari.com/projects/laser-scanning-of-the-open-sandpit-for-volume-calculation>.
- [9] Koshekov KT, Klikushin YuN, Kobenko VYu, Evdokimov YuK, Demyanenko AV. Fuel cell diagnostics using identification measurement Theory. *Journal of Fuel Cell Science and Technology* 2014; 11(5): 051003. DOI: 10.1115/1.4027395.
- [10] Koshekov KT, Astapenko NV. Classification and selection of methods of recognition of the automated information monitoring system of granary [In Russian]. In Book: Interexpo GEO-Siberia-2016. International conference "Remote sensing methods of the Earth and photogrammetry, environmental monitoring, geoecology". Novosibirsk: "SGUGiT" Publisher; 2016; 1: 40-45.
- [11] Seredovich VA, Komissarov AV, Komissarov DV, Shirokova TA. Surface laser scanning [In Russian]. Novosibirsk: "SSGA" Publisher, 2009. ISBN: 978-5-87693-336-2.
- [12] Koshan YeK. Possibilities, advantages and disadvantages of surface laser scanning [In Russian]. *Interexpo GEO-Siberia-2017* 2017; 9(1): 27-30.
- [13] Kadobayashi R, Kochi N, Otani H, Furukawa R. Comparison and evaluation of laser scanning and photogrammetry and their combined use for digital recording of cultural heritage. XXth ISPRS Congress: Proceedings of Commission V 2004: WG V/4.
- [14] Roy DN. Experience in using the method of ground-based laser scanning for works in the field of historical and cultural heritage [In Russian]. *GeoProfi* 2007; 2: 20-23.
- [15] Qing Sh, Tao X, Yoshino T, Yujie Z, Wenting Y, Hang Z. Point cloud simplification algorithm based on particle swarm optimization for online measurement of stored bulk grain. *Int J Agric & Biol Eng* 2016; 9(1): 71-78. DOI: 10.3965/j.ijabe.20160901.1805.
- [16] Cheng L, Wu Y, Chen S, Zong W, Yuan Y, Sun Y, Zhuang Q, Li M. A symmetry-based method for LiDAR point registration. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing* 2018; 11(1): 285-299. DOI: 10.1109/JSTARS.2017.2752765.
- [17] Koshekov KT, Astapenko NV. Method and algorithm for calculating the volume of determined discrete 3D surface using lagrange polynomials. *Mathematical and Computer Modeling* 2015; 3(39): 86-92.
- [18] Sansoni G, Trebeschi M, Docchio F. State-of-the-art and applications of 3D imaging sensors in industry, cultural heritage, medicine, and criminal investigation. *Sensors* 2009; 9: 568-601. DOI: 10.3390/s90100568.
- [19] Blais F, Rioux M, Beraldin J-A. Practical considerations for a design of a high precision 3-D laser scanner system. *Proc SPIE* 1988; 959: 225-246. DOI: 10.1117/12.947787.
- [20] Damjanovski V. CCTV: Networking and Digital Technology. 2nd ed. Burlington, Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann; 2005. ISBN: 0-7506-7800-3.
- [21] Astapenko NV, Koshekov KT, Petrov PA. Design of the granary technological process control subsystem for monitoring of the grain volume in a silo. 10th IEEE International Scientific and Technical Conference on Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics) 2016. DOI: 10.1109/Dynamics.2016.7818971.
- [22] Astapenko NV, Koshekov KT, Kolesnikov AN, Kashevkin AA, Gurin NYu. Automated control scheming of granary operating procedures. *Asian Journal of Applied Sciences* 2017; 5(3): 634-641. DOI: 10.24203/ajas.v5i3.4502.

Author's information

Natalya Vladimirovna Astapenko (b. 1979) graduated from North-Kazakhstan State University in 2000, majoring in Applied Mathematics, graduated magistracy from A. Myrzakhmetov Kokshetau University in 2011, majoring in Information Systems, studying at PhD Doctorate of the North-Kazakhstan State University with a degree in Computer Science, Computer Technology and Management. Research interests are computer graphics processing, programming, 3D-measurements, automation of technological processes. E-mail: astankin@mail.ru.

Kayrat Temirbaevich Koshekov (b. 1971) graduated from Tomsk Institute of Automated Control Systems and Radioelectronics in 1993 with a degree in Industrial Electronics, Doctor of Technical Sciences. He works at the Power Engineering and Radioelectronics department at M. Kozybaev North Kazakhstan State University, professor of the department. His research interests are intellectual information-measuring instruments and systems, image and signal processing, digital photography. E-mail: kkoshekov@mail.ru.

Alexandre Nikolaevich Kolesnikov (b. 1954) received the M.Sc. degree in Physics in 1976 from the Novosibirsk State University, USSR, and the Ph.D. degree in Computer Science in 2003 from the University of Joensuu, Finland. From 1976 to 2003 he was a Senior Research Fellow with the Institute of Automation and Electrometry, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia. In 2003, he joined the Computer Science department at the University of Joensuu, Joensuu, Finland. In year 2012, he joined the IT company Arbonaut, Finland. His main research areas are in signal and image processing, lidar data processing, vector map processing and compression. E-mail: alkoles54@gmail.com.

Received February 7, 2018. The final version – March 10, 2018.

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

О СТАТЬЕ А.С. МАЧИХИНА, Л.И. БУРМАК И В.Э. ПОЖАРА
«РАСЧЕТ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ,
ФОРМИРУЕМОЙ ПЕРЕНОСЯЩИМИ ИЗОБРАЖЕНИЯ СВЕТОВЫМИ ПУЧКАМИ
ПОСЛЕ ДИФРАКЦИИ НА АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ»

В.И. Пустовойт

Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва, Россия

В соответствии с поставленной в названии целью, статья посвящена «расчету интерференционной картины... световыми пучками...» и, как утверждается во введении (и повторяется в заключении статьи): «В настоящей работе впервые проведен теоретический расчет интерференционной картины, формируемой двумя световыми пучками, переносящими изображение, после их дифракции на одной акустической волне в одноосном кристалле».

Необходимо отметить, что задача расчета интерференционной картины и получения соответствующих формул в достаточно общем случае для некогерентных световых пучков описана и исследована во многих книгах и курсах по оптике, смотрите, например, известную книгу: Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: «Наука», 1970 (Главы 7, 10). А приведенная в статье формула (2) полностью совпадает (с точностью до обозначений) с формулой (11) и далее в гл.10, параграфе 10.3 указанной книги. В этом издании анализируется интерференция световых пучков, имеющих достаточно узкую спектральную полосу (т.е. $\Delta k/k \ll 1$), и совершенно неважно, каким фильтром (акустооптическим, интерференционным или каким-либо другим) произведено выделение спектральной полосы. Основная формула (9) указанной статьи полностью аналогична формулам (6), (11) параграфа 10.3 книги М. Борна, и утверждение о том, что «...впервые проведен теоретический

расчет интерференционной картины, формируемой двумя световыми пучками...», не соответствует действительности. Так же не соответствует действительности утверждение о том, что акустооптический фильтр имеет какие-то принципиальные особенности в задаче построения интерференционной картины, см., например, анализ кривых видности, приведенных в указанной книге на стр. 352, гл. 7, для различных спектральных распределений световых пучков. Более того, приведенная в статье на рис. 4 так называемая «Теоретическая зависимость видности V интерференционной картины от оптической разности хода Δ при настройке фильтра на длину волны 450 нм (1), 550 нм (2), 650 нм (3), 750 нм (4)», «...вычисленная по формуле (9)», является неверной. В действительности кривая видности интерференционной картины для акустооптического фильтра имеет точное аналитическое выражение, которое не соответствует приведенным в статье на рис. 4 зависимостям. Это нетрудно показать, используя явные выражения для спектральной области пропускания акустооптического фильтра (АО) и осуществляя интегрирование по волновому вектору светового излучения, считая спектральную полосу источника излучения много больше полосы пропускания АО-фильтра. В итоге для интерференционной картины, из которой легко выделить кривую видности, получим:

$$V = 2Abs \left[\frac{\cos(k_0 \Delta) \left(\frac{1}{2} \pi e^{-\frac{2\Gamma \Delta}{\Delta n}} - \Phi(\Gamma, \Delta n, L, \Delta) \right)}{\pi \Gamma L (\pi J_1(2\Gamma)) \mathbf{H}_0(2\Gamma) + J_0(2\Gamma)(2 - \pi \mathbf{H}_1(2\Gamma))} \right], \quad (1)$$

где Δ – разность хода, $\mathbf{H}_0(x)$, $\mathbf{H}_1(x)$ – функции Струве, $J_1(x)$, $J_0(x)$ – функции Бесселя,

$$\Phi(\Gamma, \Delta n, L, \Delta) = \int_1^{\infty} \frac{\cos(2\Gamma L u) \cos\left(\frac{2\Gamma \Delta \sqrt{u^2 - 1}}{\Delta n}\right)}{u \sqrt{u^2 - 1}} du, \quad (2)$$

Δn – разность показателей преломления, k_0 – волновое число, удовлетворяющее условиям синхронизма, L – длина взаимодействия в АО-фильтре, Γ – величина, характеризующая эффективность АО-фильтра.

Эта формула не получена в статье А.С. Мачихина и др., но если бы авторы ее получили, то увидели бы, что волновое число k_0 определяет период интерференци-

онной картины, а не ее огибающую (кривую видности). Из (1), в частности, следует, что видность интерференционной картины существенно зависит от эффективности АО-фильтра Γ . Поэтому вывод о том, что картина видности зависит от центральной частоты или настройки АО-фильтра, не является правильным. Тот факт, что видность интерференционной картины не зависит от центральной частоты пропускания фильтра, сформулирован еще в книге М. Борна на стр. 539 для достаточно общего случая. Физически этот вывод совершенно понятен, и есть математическое следствие определения кривой видности, которая записана как отношение интегралов по бесконечной области. Зависимость кривой видности от величины расстройки Δ , в

соответствии с формулой (1), показана на рис. 1, из которого видно, что зависимость от положения окна пропускания АО-фильтра отсутствует.

В статье имеются также спорные и недоказанные утверждения, основанные на неверных теоретических и физических выводах, указанных выше.

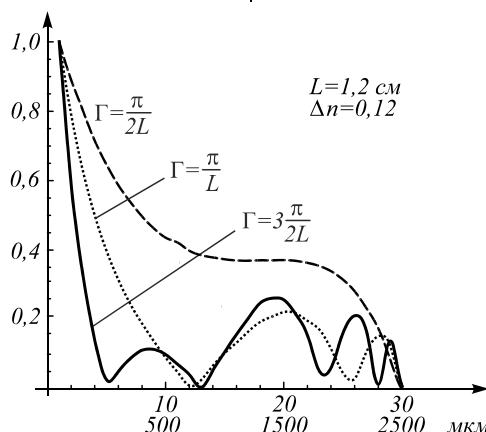


Рис. 1. Зависимость кривой видности от величины расстройки Δ при разных значениях мощности звуковой волны для любого положения окна прозрачности АОФ, при условии, что в пределах основного спектрального диапазона АОФ изменение спектрального распределения светового пучка незначительно

Сведения об авторе

Пустовойт Владислав Иванович, академик РАН, научный руководитель Научно-технологического центра уникального приборостроения РАН, автор и соавтор более 400 научных работ, авторских свидетельств и патентов. Им подготовлено 9 докторов и 24 кандидата наук.

В.И. Пустовойт — специалист в области физики твердого тела, общей теории относительности, акустоэлектроники и акустооптики. Им совместно с академиком Ю.В. Гуляевым выдвинута идея использования поверхностных акустических волн в электронике, что явилось базовой идеей акустоэлектроники и как раздела физики твердого тела, и как подотрасли промышленности. Фундаментальные исследования В.И. Пустовойта и его школы привели к разработке и созданию целого семейства спектрометров инфракрасного, видимого и ультрафиолетового диапазонов с уникальными техническими характеристиками. В.И. Пустовойтом впервые была предложена идея возможности использования интерферометра Майкельсона для обнаружения гравитационных волн. Эта физическая идея положена в основу уникальных проектов — в США (LIGO), Японии (TAMA), Франции, Италии (VIRGO), Германии и Великобритании (GEO 600).

В.И. Пустовойт — заместитель главного редактора журнала «Радиотехника и электроника», член редколлегии журналов «Успехи современной радиоэлектроники» и «Электромагнитные волны и электронные системы», главный редактор журнала «Физические основы приборостроения».

В.И. Пустовойт — лауреат Государственной премии СССР (дважды) и Государственной премии РФ (дважды).

Дизайн: Я.Е. Тахтаров. Оформление и вёрстка: М.А. Вахе, Е.В. Семиколенных, С.В. Смагин и Я.Е. Тахтаров.
Лит. редактор и корректор Ю.Н. Литвинова. Консультант по оформлению англоязычного блока М.И. Котляр.
E-mail: ko@smr.ru, <http://www.computeroptics.smr.ru>

Подписано в печать 28.06.2018 г. Усл. печ. л. 20,79.

Заказ № 11/3. Тираж 218 экз. Печать офсетная. Формат 62х84 1/8.

Цена: 550 рублей / Price of 550 rubles (6+)

Редакция: Институт систем обработки изображений РАН — филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, (443010, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 151)
Соучредители: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (443086, г. Самара, Московское шоссе, д.34),

Федеральное государственное учреждение «Федеральный научно-исследовательский центр «Кристаллография и фотоника» Российской академии наук» (117342, г. Москва, ул. Бутлерова, д.17А)

Отпечатано в типографии ООО «Предприятие «Новая техника» (443013 г. Самара, пр-кт. Карла Маркса, 24-76)